

Термонапряженное состояние коробчатого тигля

А. Т. Василенко^а, И. Г. Емельянов^б

^а Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, Киев, Украина

^б Институт машиноведения УрО РАН, Екатеринбург, Россия

Предложен подход к определению температурных полей и напряжений в упругих конструкциях различной формы при сложных граничных условиях. Приведен пример расчета конструкции – тигля, подверженного действию температурных и гравитационных нагрузок. Задача решается в трехмерной постановке с применением методов конечного элемента и подконструкций. При формулировке граничных условий для определения температурных полей используются результаты термометрирования. Условия контактного взаимодействия составных частей тигля моделируются конечным элементом типа пружины. Представлены результаты решения задачи для боковой стенки тигля.

Ключевые слова: напряжение, конечный элемент, температура, коробчатая конструкция, расчет.

Определение напряженного состояния конструкций, работающих в условиях термомеханического нагружения, является актуальной и многовариантной задачей современной механики и теплофизики. Эффективность решения обусловлена как разработкой адекватных рассматриваемым объектам расчетных схем и математических моделей, так и их реализацией с помощью соответствующих математических и программных средств. Степень адекватности расчетных схем и моделей реальным конструкциям зависит от учета различных факторов, характеризующих геометрические и механические параметры, нагрузки, граничные условия и др. При этом следует иметь в виду, что в общем случае задачу целесообразно решать в трехмерной постановке, что позволяет избежать погрешностей, обусловленных переходом к ее двумерным аналогам. Для точности расчетов важно определить действующие нагрузки, в том числе и температурные поля, с использованием как расчетных, так и экспериментальных подходов. В ряде случаев целесообразно их совместное применение. Как правило, современные конструкции являются составными. Поэтому при формулировке граничных условий для конструкции в целом необходимо учитывать характер контактного взаимодействия ее элементов.

Рассмотрим подход к определению термонапряженного состояния конструкции на примере расчета реально действующей конструкции – тигля.

Тигель представляет собой пространственную коробчатую конструкцию типа ванны, подверженную температурным и гравитационным нагрузкам от выплавляемого металла в гарнисажной печи. Плавка в печи используется для получения особо чистого титана. Особенность плавки состоит в том, что на внутренней поверхности стенок тигля образуется титановый защитный слой – гарнисаж, предохраняющий в дальнейшем конструкцию тигля от перегрева.

Тигель (рис. 1) состоит из дна, передней и задней стенок и симметричных относительно продольной оси боковых стенок, изготовленных из медного сплава. Данные элементы крепятся между собой с помощью стальных шпилек. В свою очередь, каждый элемент является сборочной единицей, состоящей из двух или трех деталей, состыкованных между собой также посредством шпилек. Внутри стенок и дна имеются цилиндрические каналы для охлаждения водой в процессе плавки (на рис. 1 сечение А–А). Тигель дном лежит на раме, которая дает возможность перемещаться ему в горизонтальной плоскости. При плавке конструкция тигля закрывается герметичным колпаком, и из образованного замкнутого объема откачивается воздух до давления 0,0001...0,0005 МПа.

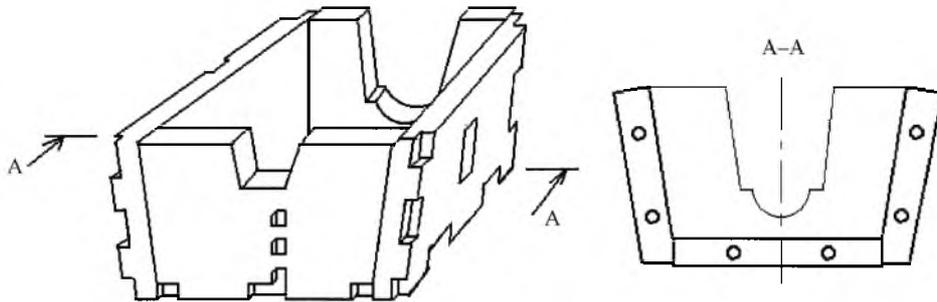


Рис. 1. Схема конструкции тигля.

В общем случае определение компонент напряжений, деформаций и перемещений, возникающих в тигле в процессе плавки, является сложной связанной физико-механической задачей, включающей вопросы тепло-массопереноса и электромагнетизма, поскольку источник термонагружения – электромагнитная дуга [1]. Задачу рассматриваем в трехмерной постановке. Для ее решения введем ряд допущений: тигель работает в рамках закона Гука; перенос тепла по торцевым поверхностям элементов не учитывается; взаимодействие между элементами происходит по шпилькам; при задании граничных условий на внутренней поверхности тигля для определения температурного поля используются методы термометрирования. Таким образом, данная задача состоит из задачи теплопроводности, линейной задачи теории упругости для трехмерного тела и задачи взаимодействия между сборочными элементами.

Поскольку использование аналитических методов расчета тепловых полей и напряженного состояния для такой конструкции связано с большими трудностями, задачи теплопроводности и определения напряженного состояния будем решать методом конечных элементов (МКЭ) [2, 3]. Применение известных в настоящее время вычислительных комплексов [4] для решения подобных задач весьма сложно, так как форма и размеры тигля не позволяют моделировать его конструкцию в виде единой конечноэлементной модели. Поэтому в работе использован метод подконструкций [2], в соответствии с которым отдельный элемент сложной конструкции можно рассматривать как самостоятельную конструкцию, а связь с остальными элементами моделировать посредством суперэлементов, расположенных в

узлах стыковки. Тигель представляется следующими подконструкциями: дном, боковыми, передней и задней стенками, а в качестве расчетного конечного элемента принят объемный элемент с восемью узловыми точками.

Процесс распространения теплоты в твердом теле описывается уравнением теплопроводности [5]

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \nabla^2 T + q, \quad (1)$$

где $T(x, y, z, t)$ – температурное поле тела; $a = \lambda(c\rho)^{-1}$ – коэффициент температуропроводности; $q = I_q(c\rho)^{-1}$; ρ и c – плотность и удельная теплоемкость тела; $I_q(x, y, z, t)$ – плотность источников тепла внутри тела; λ – коэффициент теплопроводности.

Для квазистационарного температурного поля уравнение (1) можно представить в виде

$$\nabla^2 T = -qa^{-1}. \quad (2)$$

Поскольку неоднородность и неопределенность теплофизических свойств гарнисажа и переменность токоподвода не позволяют определить тепловой поток для постановки классических граничных условий, задача решается комплексно. В конструкции тигля имеются хромель-алюмелевые термопары, расположенные на различной глубине от наружной поверхности, с помощью которых можно определять температуру элементов конструкции тигля и охлаждающей воды в процессе плавки. Эта информация используется для формулировки граничных условий на внутренней поверхности тигля:

$$T_s = f(t, x_{is}), \quad (3)$$

где x_{is} – координаты поверхности.

Так как температурное поле (3) на внутренней поверхности тигля неизвестно, его можно приближенно определить, используя квадратичную экстраполяцию, по показаниям термопар, расположенных на разном расстоянии по толщине элементов тигля.

Процесс плавления титана в тигле длится около 150 мин. Для определения граничных условий (3) рассматривался интервал времени, соответствующий максимальным температурам тигля по показаниям трех термопар, расположенных на одной нормали. Максимальная величина температуры в этом интервале времени, определенная на основе экстраполяции, составила 300°C. Это значение температуры полагалось одинаковым во всех узловых точках внутренней поверхности элементов тигля.

На наружной поверхности, находящейся в среде разреженного воздуха, задаются граничные условия третьего рода. Эти условия соответствуют теплообмену тигля с окружающей средой по закону Ньютона, в соответствии с которым тепловой поток через поверхность тигля пропорционален разности температур:

$$Q_{is} = \alpha_i(T_{is} - T_c), \quad (4)$$

где α_i – коэффициент теплообмена среды медь – разреженный воздух; T_c – температура окружающей среды.

Плотность источников тепла принималась равной нулю, температура узловых точек, моделирующих каналы, – температуре охлаждающей жидкости на выходе $T = 35^\circ\text{C}$, температура окружающей среды $T_c = 25^\circ\text{C}$. Начальное значение температуры в узлах, расположенных внутри элементов, определялось путем интерполяции по показаниям термопар.

Решение задачи нестационарной теплопроводности (1) с определенными описанным выше способом граничными условиями осуществлялось на отрезке $t = 100$ с с шагом $\Delta t = 0,001$ с с относительной точностью 0,001. В результате решения задачи определено приближенное значение температуры во всех элементах тигля и установлено, что после 78 с процесс передачи тепла можно считать стационарным.

На рис. 2 показаны донная плита тигля и места установки термопар $ТП_1, ТП_2, ТП_3$ по сечению. Каналы охлаждения и термопары изображены штриховыми линиями и отдельными штрихами. На поперечных сечениях плиты показаны две изотермы – $T_1 = 265^\circ\text{C}$ и $T_3 = 48^\circ\text{C}$, полученные из решения (1). Эти значения температур соответствуют максимальным величинам, зарегистрированным термопарами $ТП_1$ и $ТП_3$. Как видно, изотермы T_1 и T_3 симметричны относительно осей OX и OY .

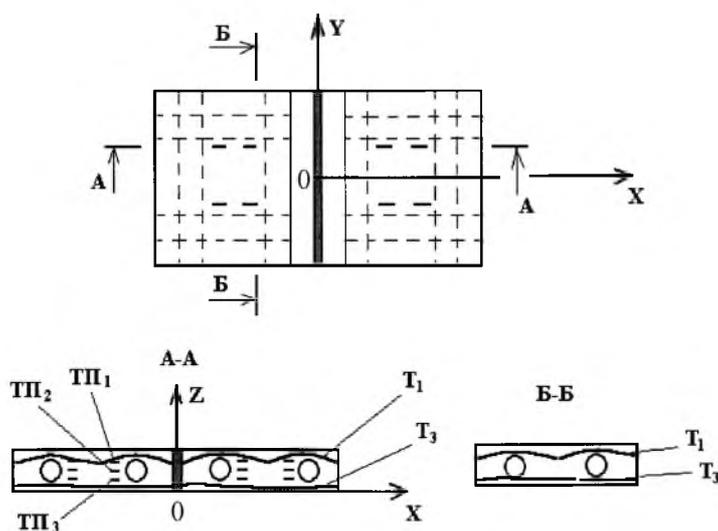


Рис. 2. Донная плита тигля (вид сверху) и места установки термопар $ТП_1, ТП_2, ТП_3$ по сечению.

В результате решения задачи нестационарной теплопроводности получено симметричное относительно продольных и поперечных осей температурное поле для каждой составной части тигля. В действительности распределение температур несимметрично вследствие неоднородности гарнизая. Например, отличие между вычисленными значениями температур и

показаниями термопар, расположенных на расстоянии 160 мм от наружной поверхности дна толщиной 220 мм, составило 17%. С целью уменьшения разницы между расчетными и экспериментальными величинами производилось уточнение температуры на внутренней поверхности ($Z = 220$ мм). В узлах, соответствующих точкам пересечения нормали с ее внутренней поверхностью в местах расположения термопар, температура уменьшалась на величину ΔT_i , равную разности между вычисленной температурой и температурой, зарегистрированной термопарами, расположенными в плоскости $Z = 160$ мм. В результате этого в узловых точках на внутренней поверхности тигля получено скорректированное значение температуры.

Для каждой составной части тигля – подконструкции можно определить коэффициенты в формуле для полиномиальной формы записи температуры как функции координат [2]. Так, для дна при зарегистрированных термопарами восьми значений температур тепловое поле моделировалось полиномиальной функцией

$$T = a_1 + a_2X + a_3Y + a_4X^2 + a_5XY + a_6Y^2 + a_7X^2Y + a_8XY^2. \quad (5)$$

Неизвестные коэффициенты a_i ($i = 1, \dots, 8$) определены в результате решения системы восьми линейных уравнений, получаемых с помощью (5). Таким образом, на внутренней поверхности дна тигля получено уточненное температурное поле.

Для уточнения температуры внутри тигля решалась задача квазистационарной теплопроводности (3) с граничными условиями (4) на внутренней и наружной поверхностях. Результатом решения этой задачи явилось уточненное температурное поле во всех элементах тигля.

При решении второй задачи с учетом найденных температурных полей и изменения механических свойств материала в зависимости от температуры определяется напряженное состояние тигля.

Для каждого элемента конструкции, работающего при термомеханическом нагружении, необходимо найти для объема V элемента, ограниченного поверхностью $S = S_n + S_u$, поле перемещений u , которое должно удовлетворять следующим условиям [6, 7]:

уравнениям равновесия

$$(\nabla \hat{\sigma} + \rho k)|_V = 0; \quad (6)$$

граничным условиям

$$(n\hat{\sigma} - \hat{C}_p(u - u_\infty) - P)|_S = 0, \quad (u - u_0)|_S = 0. \quad (7)$$

Здесь $\hat{\sigma}$ – тензор напряжений, связанный с тензором деформаций $\hat{\varepsilon}$ и вектором перемещений u законом Гука

$$\hat{\sigma} = \hat{C}^{(4)}(\hat{\varepsilon} - \hat{\varepsilon}_0) \quad (8)$$

и соотношениями Коши

$$\hat{\varepsilon} = 0,5(\nabla u + \nabla u^T); \quad (9)$$

$\hat{C}^{(4)}$ – тензор четвертого ранга констант упругости; ρk – вектор массовых сил; P – вектор нагрузок; \hat{C}_p – тензор констант податливости среды, прилегающей к поверхности S_n ; u_∞ – вектор перемещений точек этой среды; u_0 – вектор перемещений, заданный на поверхности S_u ; $\hat{\varepsilon}_0$ – тензор начальной температурной деформации,

$$\hat{\varepsilon}_0 = \alpha_t \hat{E} T, \quad (10)$$

где α_t – коэффициент линейного теплового расширения материала; \hat{E} – единичный тензор.

Решение этой задачи с помощью МКЭ состоит в отыскании кинематически возможных полей перемещений u , которые удовлетворяют условиям минимума функционала. Согласно методу подконструкций, связь между сборочными элементами, соединенными шпильками, моделировалась посредством конечного элемента типа пружины с жесткостью

$$K = EFL^{-1}, \quad (11)$$

где E, F, L – соответственно модуль упругости, площадь поперечного сечения и длина шпильки.

Таким образом, расчет напряженного состояния тигля сводился к последовательному расчету отдельных элементов конструкции с целью формирования их матриц жесткости и усилий. При этом каждая подконструкция нагружалась вычисленным ранее температурным полем. После определения матриц жесткости и усилий подконструкций производился расчет тигля в целом, при этом элементы нагружались собственным весом и весом гарнисажа и металла (рис. 3, 4).

На рис. 3 показано распределение температуры на поверхности боковой стенки тигля. Вид стенки представлен в двух изображениях – снаружи и изнутри, что позволяет получить подробную информацию о распределении температуры.

Рис. 4 иллюстрирует распределение эквивалентных напряжений на поверхности боковой стенки тигля (значения напряжений уменьшены в десять раз). Наибольшие напряжения наблюдаются в зоне стыка элемента на внутренней поверхности. Данные напряжения превышают предел текучести материала и, следовательно, в этих зонах будет происходить пластическое деформирование боковой стенки, что и наблюдается в реальной конструкции. Отметим, что полученные результаты необходимо рассматривать как первое приближение в решении этой сложной задачи.

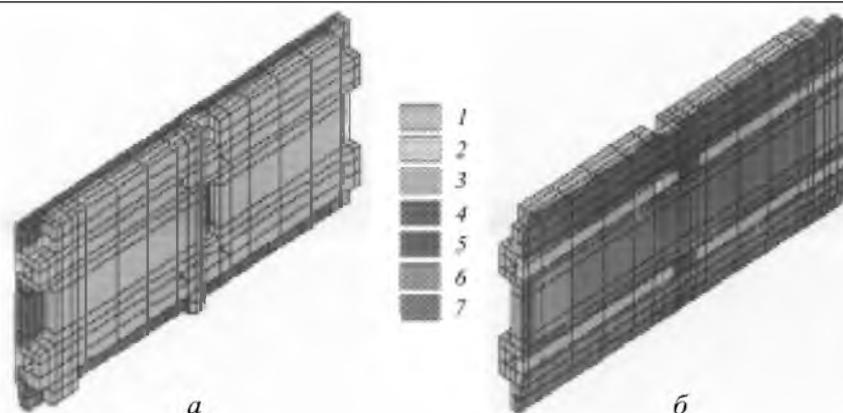


Рис. 3. Распределение температуры на поверхности боковой стенки тигля: *а* – вид снаружи; *б* – вид изнутри ($1 - T < 71,868^{\circ}\text{C}$; $2 - T < 109,988^{\circ}\text{C}$; $3 - T < 148,108^{\circ}\text{C}$; $4 - T < 186,228^{\circ}\text{C}$; $5 - T < 224,348^{\circ}\text{C}$; $6 - T < 262,468^{\circ}\text{C}$; $7 - T > 262,468^{\circ}\text{C}$).

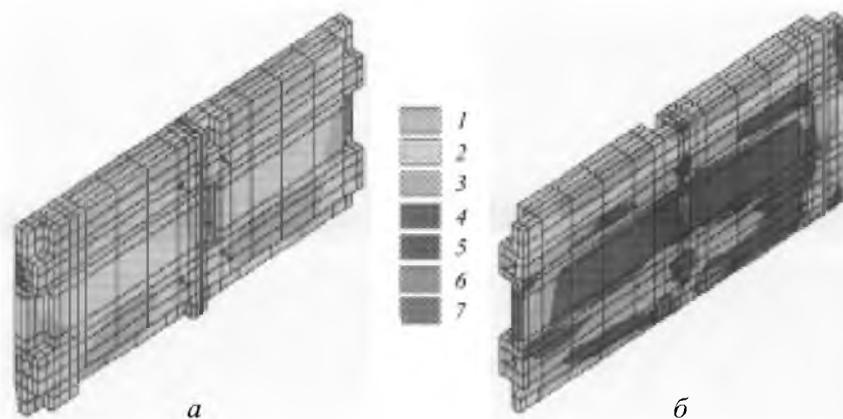


Рис. 4. Распределение эквивалентных напряжений на поверхности боковой стенки тигля: *а* – вид снаружи; *б* – вид изнутри ($1 - \sigma < 7,085 \text{ МПа}$; $2 - \sigma < 14,169 \text{ МПа}$; $3 - \sigma < 21,254 \text{ МПа}$; $4 - \sigma < 28,338 \text{ МПа}$; $5 - \sigma < 35,423 \text{ МПа}$; $6 - \sigma < 42,507 \text{ МПа}$; $7 - \sigma > 42,507 \text{ МПа}$).

Анализ результатов расчетов показал, что наличие каналов охлаждения оказывает существенное влияние на распределение температурных полей в тигле, однако их действие распространяется на сравнительно небольшую область, прилегающую к каналам. Для более полного выравнивания температуры в тигле необходимо наличие большей поверхности охлаждения.

Таким образом, предложенный подход к определению температурных полей и напряженного состояния тигля, учитывающий информацию о температурных параметрах реальной конструкции, позволяет оценить его работоспособность. Полученные результаты могут быть использованы для формулировки уточненной расчетной схемы элементов конструкций рассматриваемого типа.

Резюме

Запропоновано підхід до визначення температурних полів і напружень в пружних конструкціях різної форми при складних граничних умовах. На-

ведено приклад розрахунку конструкції – тигля, підданого дії температурних і гравітаційних навантажень. Розв'язок задачі представлено в тривимірній постановці із застосуванням методів скінченного елемента і підконструкцій. При формулюванні граничних умов для визначення температурних полів використовуються результати термометрії. Умови контактної взаємодії складових частин тигля моделюються скінченим елементом типу пружини. Наведено результати розв'язку задачі для бокової стінки тигля.

1. *Волохонский Л. А.* Вакуумные дуговые печи. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 232 с.
2. *Gallagher R. H.* Finite-Element Analysis. Fundamentals. – New York: Englewood Cliffs, 1975. – 426 p.
3. *Norrio D. H. and de Vries G.* An Introduction to Finite Element. – New York: Academic Press, 1978. – 302 p.
4. *Kardestuncer H.* Finite Element Handbook. – London: McGraw-Hill, 1987. – 1408 p.
5. *Лыков Ф. В.* Теплообмен: Справочник. – М.: Энергия, 1978. – 480 с.
6. *Гусенков А. П., Котов П. И.* Длительная и неизотермическая малоцикловая прочность элементов конструкций. – М.: Машиностроение, 1988. – 264 с.
7. *Лурье А. И.* Теория упругости. – М.: Наука, 1970. – 940 с.

Поступила 04. 10. 99