УДК 539.4.015.8

Определяющие уравнения вязкоупругих материалов с учетом температуры и влажности

Ю. В. Суворова

Институт машиноведения им. А. А. Благонравова РАН, Москва, Россия

Рассматриваются некоторые исторические аспекты развития теории вязкоупругости и описаны последние достижения лаборатории механики композиционных материалов Института машиноведения РАН. Подчеркивается, что в настоящее время в связи с широким использованием полимеров и композитов с полимерной матрицей возникла необходимость в комплексном изучении их поведения при различных режимах нагружения, различных температурах и влагонасыщении. Поэтому необходимо построение таких моделей, которые могли бы использовать в условиях эксплуатации один и тот же набор параметров для ползучести, релаксации, нагружения с различными скоростями, при разгрузке, циклическом нагружении и др.

Единственным известным подходом при построении уравнений, удовлетворяющих всем необходимым требованиям, является использование принципа наследственности.

Предложен новый подход к учету температуры и влажности в нелинейном уравнении наследственного типа.

В настоящее время все большее и большее применение в промышленности находят материалы с ярко выраженными вязкими характеристиками – композиты на основе полимерной матрицы и чистые полимеры, число которых и их разнообразие все возрастают. К тому же известно, что температура и влажность играют значительную роль при оценке поведения этих материалов, поэтому построение определяющих уравнений с учетом температуры и влажности, которые могут быть использованы для расчетов элементов конструкций, приобретает большое значение для современного машиностроения в реальных условиях эксплуатации. Словосочетание “вязкоупругость” получило большое распространение в связи с тем, что поведение материала можно представить себе таким образом, как будто он состоит из двух элементов: упругого (пружина) и вязкого (сопротивление движению поршня в жидкости). Комбинируя в различных сочетаниях упругие и вязкие сопротивления, можно построить множество так называемых механических моделей, достаточно хорошо описывающих реологическое поведение материалов. Это направление исследований было предложено в середине 19-го века – работы Максвелла, Фойгта, Кельвина и многих других ученых. Элементы могут быть соединены последовательно или параллельно. Потом было показано, что простейшие модели такого типа, состоящие только из двух элементов, плохо описывают весь диапазон поведения материалов и могут быть пригодны только для описания либо ползучести (модель Фойгта), либо релаксации (модель Максвелла), но более общие представления не допускают [1, 2].

Можно, конечно, построить сложную систему, состоящую из большого количества элементов и взять комбинации из производных от σ и ε по времени более высокого порядка:

$$a_0\sigma + \alpha_1 \frac{d\sigma}{dt} + \ldots + \alpha_n \frac{d^n\sigma}{dt^n} = b_0\varepsilon + b_1 \frac{d\varepsilon}{dt} + \ldots + b_m \frac{d^m\varepsilon}{dt^m}.$$

Очевидно, что вследствие большого количества параметров в этих уравнениях, пользоваться ими затруднительно.

Для описания процессов ползучести и релаксации весьма популярным является направление эмпирического (или полуэмпирического) построения определяющих уравнений. Эти теории называются техническими теориями ползучести. Смысл их заключается в том, чтобы максимально ограничить число переменных и высказать предположение о том, между какими из них существует функциональная зависимость. После выбора переменных нужно связать их определенной зависимостью. Наилучшей из них будет та, которая наиболее полно согласуется с данными экспериментов. Теория ползучести должна дать возможность на основании простейших испытаний материала установить его поведение в общем случае изменяющихся во времени напряжений и деформаций, а также обеспечить определение закона изменения деформаций по заданному закону изменения напряжений и наоборот. В частном случае она должна позволить построить кривые релаксации по серии кривых ползучести. Это является пробным камнем для любой временной теории.

Отметим три основные теории ползучести: старение, течение и упрочнение. Например, для теории старения можно написать соотношение $\varepsilon = f_1(\sigma) f_2(t)$. Функции f_1 и f_2, как правило, представляют собой степенные зависимости, хотя возможны представления в виде экспонент или каких-либо других функций, удовлетворяющих экспериментальным данным.

Указанные подходы первоначально разработаны для описания ползучести (или релаксации) металлов при повышенных температурах. Было также показано, что использование таких подходов достаточно условно в том смысле, что если оказывается возможным удачно подобрать параметры уравнения для описания кривых ползучести при постоянном напряжении, то уже для описания процессов релаксации может получиться в лучшем случае только лишь качественное сходство.

Возможно построение и некоторых других, отличных от названных выше, соотношений между напряжениями, деформациями и временем. Подобные подходы широко развивались, когда основными конструкционными материалами были металлы, для которых ползучесть проявляется лишь при высоких температурах и определенных условиях нагружения. В связи с широким внедрением в промышленность полимеров и композитов с полимерной матрицей ситуация изменилась. Поведение многих из них имеет ярко выраженную временную зависимость даже при комнатной и пониженных температурах. В этой связи возникает необходимость в комплексном изучении их поведения при различных режимах нагружения и построении таких моделей, которые могли бы использовать один и тот же набор параметров для ползучести, релаксации, нагружения с различными скоростями, при разгрузке, циклическом нагружении и т.д.

Единственным известным подходом при построении уравнений, удовлетворяющих все эти требования, является использование принципа наследственности. Введение его произвело революцию в области механики вязкоупругости, которая началась с работы немецкого ученого Больцмана [3], опубликованной в 1876 г. В ней описание вязкого поведения материалов связывается с наследственным характером его поведения. Больцман рассуждал следующим образом. Предположим, что некоторый физический или механический процесс определяется воздействием, т.е. заданием некоторой функции $\sigma(\tau)$, $-\infty < \tau < t$. Реакция рассматриваемого тела или системы тел определяется функцией $\varepsilon(t)$. В общем случае величина функции $\varepsilon(t)$ в настоящий момент времени t определяется не только воздействием в данный момент t, но и всей историей изменения функции σ на указанном промежутке времени: $d\varepsilon(t) = f(t-\tau)\sigma(\tau)d\tau$, что приводит с добавлением упругой составляющей к следующему интегральному уравнению:

$$E\varepsilon(t) = \sigma(t) + \int_{-\infty}^{t} K(t-\tau)\sigma(\tau)d\tau.$$

Здесь E – модуль упругости; $K(t-\tau)$ – ядро интегрального уравнения, определяющее наследственные свойства, или свойства памяти.

Несколько другим путем пришел к построению уравнения наследственного типа итальянский ученый Вольтерра [4, 5]. Отправной точкой его исследований послужили работы в области математической биологии. Некоторые из его рассуждений изложены ниже.

В конце 18-го века (в 1798 г.) была опубликована книга Мальтуса “Опыт закона о народонаселении”, в которой приводились определенные математические выкладки, описывающие процесс народонаселения. В основу было положено предположение о постоянстве скоростей рождения и смерти, или, иными словами, предполагалось, что приращение числа индивидуумов dN за малый промежуток времени dt пропорционально общему числу индивидуумов, имеющихся в данный момент:

$$\frac{dN}{dt} = \varepsilon N. \tag{1}$$

Решение этого уравнения $N = N_0 e^{\varepsilon t}$ показывает, что если время увеличивается в арифметической прогрессии, то величина N – в геометрической. Поскольку народонаселение растет такими темпами, Мальтус делает вывод о необходимости войн и сознательного уничтожения части населения земного шара. В 19-м веке работы Мальтуса подвергаются серьезному анализу и серьезной критике. Например, Ферхлюст предполагает, что коэффициент прироста ε не является константой, а представляет собой убывающую функцию от N, связанную с конкуренцией внутри видов

$$\frac{dN}{dt} = (\varepsilon - \lambda N)N, \tag{2}$$

где ε и λ – константы. Решение этого уравнения

$$N = \frac{\varepsilon}{\lambda + e^{-\varepsilon t}}$$

представляет так называемую “логистическую” кривую и показывает, что при $t \to \infty$ $N \to \frac{\varepsilon}{\lambda}$, т.е. к постоянной величине. Подобного типа уравнения могут быть модифицированы и дополнениями другого рода, например, добавлением периодических членов, возникающих благодаря сезонным изменениям среды и др.

Вольтерра, однако, интересовался ассоциациями, состоящими из 2, 3, … или n видов, с которыми связаны 2, 3, ..., n дифференциальных (при введении эффекта запаздывания интегродифференциальных) уравнений. Наиболее простой и наглядный пример – это ассоциация, состоящая из двух видов: хищник и жертва. Для этого случая имеем

$$\begin{aligned} &\text{жертва} - \frac{dN_1}{dt} = (\varepsilon_1 - \gamma_1 N_2)N_1, \\ &\text{хищник} - \frac{dN_2}{dt} = (-\varepsilon_2 + \gamma_2 N_1)N_2. \end{aligned} \tag{3}$$

Здесь коэффициент автоприроста ε_1 для жертв является положительной величиной, так как при отсутствии хищников их число будет увеличиваться. Коэффициент ε_2 – отрицательный, так как количество хищников при отсутствии жертв естественным образом уменьшается. Члены, относящиеся к конкуренции, зависят от числа встреч видов и пропорциональны $N_1 N_2$. Они положительны для хищников и отрицательны для жертв.

Анализ этих уравнений позволил получить ряд интересных выводов, в частности, например, доказать периодичность флуктуаций в биологических ассоциациях.

Далее Вольтерра развивает общую теорию для n видов и вводит понятия консервативной и диссипативной ассоциаций. Ассоциация одного вида, например уравнение (1), является консервативной, а ассоциация, изображаемая уравнением (2), – диссипативной. Уравнения (3) также представляют собой консервативную ассоциацию. Если в них учесть конкуренцию внутри вида, то получим уравнения для диссипативной ассоциации:

$$\frac{dN_1}{dt} = (\varepsilon_1 - \lambda_1 N_1 - \gamma_1 N_2)N_1,$$

$$\frac{dN_2}{dt} = (-\varepsilon_2 - \lambda_2 N_2 + \gamma_2 N_1)N_2.$$

Теперь уже флуктуации для N_1 и N_2 будут затухающими, т.е. их амплитуды уменьшаются со временем и стремятся к устойчивому положению. Как показал Вольтерра, это является общим свойством ассоциаций, названных им диссипативными, и приводит к мысли об аналогии с механикой. Консервативные ассоциации, по мнению Вольтерра, – это идеальные, которые не существуют в природе, а действительные, как правило, являются диссипативными. Аналогия с механикой явно прослеживается в том, что в консервативной механической системе без внешнего влияния остается постоянной величина полной энергии. В диссипативной механической системе с трением происходит уменьшение механической энергии, приводящее к затуханию колебаний.

Анализируя далее дифференциальные уравнения, описывающие колебания механических систем и биологических флуктуаций, Вольтерра доказал их тождественность. Сходство между биологией и механикой сохраняется, когда вводится явление последействия, или запаздывания. В биологии оно легко объясняется следующим образом. Число хищников $N_2(t)$ в настоящий момент времени зависит не только от количества жертв, существующих в данный момент t, но и от того, сколько их было ранее (в некоторый предшествующий момент τ), т.е. зависит от функции разности времен $t-\tau$. Из уравнений (3) получается следующая система:

$$\begin{cases} \dfrac{dN_1}{dt} = [\varepsilon_1 - \gamma_1 N_2(t)] N_1(t), \\ \dfrac{dN_2}{dt} = \left[-\varepsilon_2 + \displaystyle\int_{-\infty}^{t} F(t-\tau) N_1(\tau) d\tau \right] N_2(t), \quad F \geq 0. \end{cases}$$

Это частный случай более симметричной системы, в которой и в первое уравнение тоже включается интеграл последействия. В физике явление последействия (или запаздывания) было введено Пикаром при изучении упругости, магнетизма, электричества и других явлений. В классической механике будущее состояние определяют начальные условия (координаты и скорости). Однако оказалось, что и в неорганическом мире существует память прошлого. Например, деформируя каким-либо образом элемент конструкции, определить его напряженно-деформированное состояние в данный момент времени можно, только зная его предшествующие состояния.

Влияние прошлого на будущее проявляется не только в биологии, физике и механике. Оно совершенно очевидно для различных областей человеческой деятельности, например, для экономики, политики, психологии и вообще для развития человеческого сообщества. Таким образом, явление последействия – один из основных законов природы и развития человечества.

Для случая механических систем принимается, что прошлое влияет как сила, которую можно выразить уравнением

$$\int_{-\infty}^{t} \Phi(t-\tau) q(\tau) d\tau.$$

Эта дополнительная сила является равнодействующей элементарных действий $\Phi(t-\tau)q(\tau)d\tau$, относящихся к предыдущим интервалам $(\tau, \tau + d\tau)$. Поскольку допускается, что последействие тем слабее, чем оно более отдалено, то функция $\Phi(t-\tau)$ должна быть убывающей.

Если в механике известно перемещение за период времени, равный продолжительности последействия, и известны внешние силы в следующий промежуток времени, то можно вычислить перемещения, которые будут иметь место в течение этого следующего промежутка времени. Вопросы последействия, их математическая формулировка, анализ диссипативных процессов и флуктуаций подробно рассмотрены в трудах Вольтерра. Видно, что фактически он пришел к такому же уравнению, что и Больцман, но пошел дальше него в смысле подробного математического анализа.

Таким образом, как органическая, так и неорганическая природа подчиняются одним и тем же законам, описываемым одинаковыми уравнениями. Математический анализ этих уравнений позволяет выявить закономерности развития природы как в общем виде, так и в частных ее проявлениях.

Функция от разности аргументов, стоящая под интегралом, называется ядром интегрального уравнения. Вопросу определения этой функции посвящено много работ. Никаких конкретных рецептов здесь не существует, кроме некоторых вполне определенных математических требований, связанных с анализом полученного уравнения. Поэтому в механике первым условием выбора ядра интегрального уравнения является анализ рассматриваемых процессов и учет особенностей поведения материалов при испытаниях. Наиболее показательными для вязкоупругих материалов являются эксперименты на ползучесть [2]. Известно, что в начальный момент после нагружения скорость ползучести равна бесконечности, что требует введения интегрируемой сингулярности. Однако на бесконечности (при отсутствии накопления повреждений в материале) кривая ползучести стремится к некоторой константе, что присуще экспоненциальным функциям.

Стремление объединить свойства экспоненты и условия слабой сингулярности привело к построению многочисленных ядер: Бронского, Слонимского, Ржаницына, Колтунова и др. Анализ некоторых из них можно найти, например, в [7]. Недостатком их является трудность в нахождении резольвенты и, как следствие этого, трудность математических решений.

Простота получения математических решений – второй основной фактор выбора ядра интегрального уравнения. Наиболее универсальным с точки зрения предъявляемых к ядру требований можно считать ядро Работнова, названное им дробно-экспоненциальным ядром [2, 8, 9]:

$$Э_{-\alpha}(\beta, t-\tau) = (t-\tau)^{-\alpha} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta^n (t-\tau)^{n(1-\alpha)}}{\Gamma[(n+1)(1-\alpha)]}.$$

Первый член этого ряда представляет собой ядро Абеля, а при $n \to \infty$ оно превращается в экспоненту.

Заслуга Работнова состоит в том, что он построил класс дробно-экспоненциальных функций и построил алгебру операторов, т.е. доказал теоремы об умножении, возведении в степень и пр. Большим достоинством и преимуществом функций Работнова является то, что резольвентой интегрального уравнения с ядром в виде дробно-экспоненциальной функции будет такая же функция, но с несколько иными легко вычисляемыми параметрами. Это дает возможность просто решать задачи и позволило Работнову возродить предложенный еще Вольтерра принцип, в соответствии с которым для решения задачи наследственной упругости необходимо решить обычную задачу теории упругости, обращаясь с операторами как с постоянными. В окончательном варианте следует заменить константы операторами и расшифровать полученное выражение.

Построение класса дробно-экспоненциальных функций и формулировка принципа Вольтерра фактически определили проблему решения задач для линейных вязкоупругих сред сведением его к решению на основе обычной теории упругости.

Приложение линейной теории к описанию процессов деформирования материалов довольно ограничено. Она дает хорошие результаты при не слишком больших напряжениях, а для ряда материалов типа полимеров и композитов с полимерной матрицей область линейности вообще не может быть выделена. В общем виде нелинейное уравнение было выписано еще Вольтерра и представляет собой бесконечный ряд кратных интегралов. Выбирая достаточно большое число членов этого ряда и определяя какимлибо образом ядра, можно описать любой процесс деформирования с любой точностью. Развитию этого направления посвящено много работ, например [10–12], и многие другие. Однако использование кратных интегралов и определение большого числа ядер наследственности весьма затруднительно, поэтому все работы в этом направлении являются, в основном, теоретическими.

Среди практических приложений подобного подхода следует отметить квазилинейную теорию Ильюшина [13], в которой удалось освободиться от кратных интегралов и сохранить только три члена ряда.

Остановимся на предложенном в 1948 г. нелинейном уравнении Работнова [9], нашедшем впоследствии широкое распространение:

$$\varphi(\varepsilon)=\sigma+\int_0^t K(t-\tau)\sigma(\tau)d\tau.$$

Здесь в левой части уравнения вместо линейной зависимости по ε предлагается нелинейная функция $\varphi(\varepsilon)$, названная кривой мгновенного деформирования. Нелинейное уравнение Работнова нашло свое практическое приложение лишь спустя 20 лет, в конце 60-х годов. В Институте машиноведения РАН была проведена большая серия экспериментов на кратковременную и длительную ползучесть. В качестве объекта исследования был выбран композитный материал – стеклопластик. Было показано, что нелинейное уравнение Работнова с ядром в виде дробно-экспоненциальной функции позволяет прогнозировать длительную ползучесть с достаточной степенью точности.

Следующим важным вопросом использования полимеров и композитов с вязкими характеристиками является учет температуры и влажности в определяющем уравнении. Этой теме посвящено достаточно большое количество работ. В основном это работы, в которых как температура, так и влажность вводятся искусственно в определяющее уравнение, т.е. считается, что все параметры ядра и кривая мгновенного деформирования (или модуль упругости в линейном случае) зависят как от температуры, так и от влажности. Очевидно, что для определения всех этих зависимостей требуется организация обширной экспериментальной программы, далеко не всегда осуществимой. По-видимому, именно поэтому работ, посвященных совместному учету температуры и влажности, очень мало.

Следует отметить принцип аналогий, до настоящего времени широко используемый в инженерной практике. Принцип температурно-временной аналогии был введен в 50-е годы Ферри [14] и далее развит многими исследователями. Он основан на том, что в уравнение вводится не просто время, а время, зависящее от температуры.

В инженерной практике принцип аналогий довольно удобен, так как можно провести кратковременные эксперименты при повышенной температуре и предсказать поведение материала при более низкой температуре и больших длительностях нагружения. Этот принцип основательно развит рижской школой механиков [15]. Ими был также сформулирован принцип влажностно-временной аналогии, основанный на тех же предпосылках.

Для инженерных оценок поведения тех или иных материалов принципы аналогий вполне пригодны и дают наглядную картину. Однако большие сложности возникают при нахождении всего набора необходимых параметров, число которых в случае нелинейности очень велико, что приводит к неоднозначности их определения. Кроме того, большие трудности возникают при решении конкретных нелинейных задач механики.

Следует отметить работы украинских ученых, посвященные анализу поведения наследственных сред с учетом температуры. Школа В. Г. Карнаухова направлена, в основном, на изучение общих математических соотношений, учет взаимодействия полей деформаций и температуры и выявление возникающих эффектов [16, 17 и др.]. Более близки к практическому использованию, по-видимому, работы Ю. Н. Шевченко и его учеников [18, 19]. В работе [18] используется нелинейное уравнение Работнова, а зависимость от температуры учитывается как введением под интеграл некоторой функции температурного влияния, так и зависимостью кривой мгновенного деформирования от температуры.

В работе [20] предложен иной принцип учета температуры, который был апробирован на большом количестве опытных данных, полученных для материалов, проявляющих вязкие свойства [21, 22]. В основу его положено представление о том, что кривая $\varphi(\varepsilon)$, являющаяся кривой мгновенного деформирования, в то же время является и кривой температуры абсолютного нуля. Уравнение записывается следующим образом:

$$\varphi(\varepsilon)=\sigma+\int_0^t K(t-\tau)f(T)\sigma(\tau)d\tau.$$

Если вести процесс с бесконечно большой скоростью ($t=0$) при некоторой температуре T либо с произвольной скоростью, но при температуре абсолютного нуля, то получаем $\sigma=\varphi(\varepsilon)$ – уравнение кривой, ограничивающей весь возможный процесс деформирования сверху. Было показано также, что функцию температурного влияния можно выбрать в виде степенной $f_1(T)=T^{\gamma}$, где T – температура, измеряемая в градусах Кельвина. Для удобства расчетов можно принять

$$f_1(T)=\left(\frac{273+T^{\circ}\mathrm{C}}{273}\right)^{\gamma}.$$

Таким же образом можно учесть влияние влажности [23, 24] и ввести под интеграл некоторую функцию $f_2(W)$, где W определяется в процентах от прибавления массы при влагонасыщении:

$$f_2(W)=\left(\frac{W_0+W_{\text{вес,\%}}}{W_0}\right)^{\beta}.$$

Здесь W_0 – эмпирическая константа, которая условно может быть принята как процентное уменьшение веса абсолютно сухого материала по сравнению с весом материала в условиях комнатной влажности.

Определяющее соотношение примет вид

$$\varphi(\varepsilon)=\sigma+\int_0^t K(t-\tau)f_1(T)f_2(W)\sigma(\tau)d\tau. \qquad (4)$$

Эксперименты подтверждают возможность такого подхода. Оказывается, что при увеличении влагосодержания эффекты ползучести становятся все более выражены и, как следствие этого, диаграммы деформирования снижаются. С другой стороны, вязкие эффекты значительно ослабевают при высушивании материала и его диаграмма приближается к кривой мгновенного деформирования. Это наводит на мысль о том, что функция влажности в определяющем уравнении имеет такой же вид, как и функция температуры.

Следует подчеркнуть, что совместное влияние температуры и влаги на поведение материалов может оказаться более сложным, чем описываемое уравнением (4). Возможно проявление вторичных эффектов.

Р е з ю м е

Розглядаються деякі історичні аспекти розвитку теорії в'язкопружності й описано останні досягнення лабораторії механіки композиційних матеріалів Інституту машинознавства РАН. Підкреслюється, що на даний час у зв'язку з широким використанням полімерів і композитів із полімерною матрицею виникла необхідність комплексного вивчення їх поводження при різних режимах навантаження, різних температурах і вологонасиченні. Тому необхідна побудова таких моделей, які могли б використовувати в умовах експлуатації тільки один набір параметрів для повзучості, релаксації, навантаження з різними швидкостями, при розвантаженні, циклічному навантаженні та ін.

Єдиним відомим підходом при побудові рівнянь, що задовольняють всі необхідні вимоги, є використання принципу спадковості.

Запропоновано новий підхід до врахування температури і вологості в нелінійному рівнянні типу спадковості.

1. *Бленд Д.* Теория линейной вязкоупругости. – М.: Мир, 1965.
2. *Работнов Ю. Н.* Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966. – 752 с.
3. *Bolzmann L.* Zur Theorie der Elastischen Nachwirkungen // Ann. Phys. Chemie. – 1876. – Bd. 7.
4. *Вольтерра В.* Математическая теория борьбы за существование. – М.: Наука, 1976. – 286 с.
5. *Вольтерра В.* Теория функционалов, интегральных и интегро-дифференциальных уравнений. – М.: Наука, 1982. – 302 с.
6. *Duffing G.* Elastizität und Reibung beim Riementrieb // Forsch. Geb. Ingenieurwes. – 1931. – Bd. 2, N 3.
7. *Гольдман А. Я.* Прочность конструкционных пластмасс. – Л.: Машиностроение, 1979. – 320 с.
8. *Работнов Ю. Н., Паперник Л. Х., Звонов Е. Н.* Таблицы дробно-экспоненциальной функции отрицательных параметров и интеграла от нее. – М.: Наука, 1969. – 132 с.
9. *Работнов Ю. Н.* Элементы наследственной механики твердых тел. – М.: Наука, 1977. – 383 с.
10. *Кристенсен Р.* Введение в теорию вязкоупругости. – М.: Мир, 1974.
11. *Green A. E., Rivlin R. S.* The mechanics of non-linear materials with memory. Pt I // Arch. Rat. Mech. Anal. – 1957. – **1**, N 1.
12. *Green A. E., Rivlin R. S.* The mechanics of non-linear materials with memory. Pt III // Ibid. – 1960. – **4**, N 5.
13. *Ильюшин А. А., Победря Б. Е.* Основы математической теории термовязкоупругости. – М.: Наука, 1970. – 280 с.
14. *Ферри Дж.* Вязкоупругие свойства полимеров. – М.: Изд-во иностр. литер., 1963.

15. *Уржумцев Ю. С., Максимов Р. Д.* Прогностика деформативности полимерных материалов. – Рига: Зинатне, 1975. – 416 с.
16. *Карнаухов В. Г.* Связанные задачи термо-вязкоупругости. – Киев: Наук. думка, 1982. – 258 с.
17. *Карнаухов В. Г., Сенченков И. К., Гуменюк В. П.* Термомеханическое поведение вязкоупругих тел при гармоническом нагружении. – Киев: Наук. думка, 1985. – 288 с.
18. *Шевченко Ю. Н., Терехов Р. Г.* Определение функциональной зависимости между напряжением, деформацией и температурой при одноосном нагружении на основе нелинейной теории наследственной среды // Пробл. прочности. – 1977. – № 2. – С. 33 – 36.
19. *Шевченко Ю. Н., Прохоренко И. В.* Теория упругопластических оболочек при неизотермических режимах нагружения. – Киев: Наук. думка, 1981. – 296 с.
20. *Суворова Ю. В.* Учет температуры в наследственной теории упругопластических сред // Пробл. прочности. – 1977. – № 2. – С. 43 – 48.
21. *Suvorova J. V.* The Influence of time and temperature on the reinforced plastics strength // Failure Mechanics of Composites. – North-Holland, 1985. – **3**. – P. 177 – 214.
22. *Суворова Ю. В., Викторова И. В., Машинская Г. П. и др.* Исследование поведения органопласта при различных режимах нагружения и температур // Машиноведение. – 1980. – № 2. – С. 67 – 71.
23. *Махмутов И. М., Сорина Т. Г., Суворова Ю. В., Сургучева А. И.* Разрушение композитов с учетом воздействия температуры и влаги // Механика композит. материалов. – 1983. – № 2. – С. 245 – 250.
24. *Суворова Ю. В., Махмутов И. М., Соколовский С. В., Сорина Т. Г.* Влияние влаги и предварительного нагружения на прочность композитов с полимерной матрицей при одноосном растяжении // Машиноведение. – 1985. – № 5. – С. 62 – 66.

Поступила 29. 06. 2000