УДК 539.43

Обобщенная модель повреждаемости конструкционных материалов при сложном малоцикловом нагружении

Н. И. Бобырь

Национальный технический университет, Киев, Украина

Теоретически обоснована обобщенная модель поврежденности конструкционных материалов для условий сложного малоциклового нагружения. Показаны преимущества использования поверхностной теории пластического течения с поверхностями типа Писаренко–Лебедева для описания повреждений в стабилизированном цикле в разных условиях разрушения в сравнении с поверхностями типа Мизеса. Приведена методика определения основных параметров модели.

Существующие методы расчета малоцикловой усталости высоконагруженных элементов конструкций получили свое экспериментально-теоретическое обоснование преимущественно при пропорциональных циклических нагружениях [1–3]. В то же время анализ известных исследований [4–9] показывает значительные влияние вида напряженного состояния и истории нагружения (деформирования) на кинетику накопления необратимых деформаций, повреждений и несущей способности конструкционных материалов.

Важной проблемой при описании малоцикловой усталости в условиях сложного термосилового нагружения является анализ кинетики разрушения, предшествующей зарождению макротрещины определенных геометрических размеров. В этой связи перспективным представляется использование основных положений контитуальной механики повреждений (КМП) в качестве универсального метода решения данной комплексной задачи. Основными факторами, влияющими на процесс накопления повреждений, служат: история процесса вязкопластического деформирования (форма и асимметрия цикла, вид траектории нагружения или деформирования), история изменения температуры (форма температурного цикла и максимальная температура цикла), временные параметры (время выдержки и цикла в целом).

Для расчета несущих конструктивных элементов на малоцикловую усталость (МЦУ) конкретизация определяющих уравнений должна быть осуществлена для двух контрастных режимов: мягкого и жесткого. Это, в свою очередь, усложняет использование полученных немногочисленных и не комплексных экспериментальных данных для расчета реальных конструктивных элементов в условиях эксплуатационных термосиловых нагружений.

Основные идеи КМП, сформулированные в работах [10, 11] применительно к разрушению при одноосной ползучести, получили свое распространение также для статического [1, 9, 12] и повторно-статического [12–16] упругопластического деформирования. Тесное сотрудничество исследователей в области материаловедения и механики позволяет установить физически обоснованные соотношения между понятиями КМП и изменениями микроструктуры конструкционных материалов в зависимости от термосиловых параметров эксплуатационной нагруженности. В области МЦУ для анализа разрушения предлагается ряд методов, основанных на эквивалентных деформациях, напряжениях, работе пластического деформирования, критический анализ которых приведен в работах [1, 16]. Одним из наиболее приемлемых путей феноменологического описания процесса накопления повреждений и микроразрушения в рамках КМП является введение параметров (мер) поврежденности (скаляров или тензоров) в виде интегральных операторов наследственного типа [15] или кинетических уравнений [11, 17 – 20], задающих изменение этих параметров. Как правило, они задаются в виде функционалов пути нагружения (деформирования). В принципе, система такого феноменологического описания может не соответствовать физике происходящих процессов. Однако наличие физической интерпретации делает феноменологическое описание более достоверным. В этой связи обращает на себя внимание адекватное описание дислокационного механизма образования зародышевых дефектов [21].

Исходя из обстоятельств и несмотря на то, что внешние картины малоциклового (квазистатического и усталостного) и квазистатического (при сложных технологических операциях обработки металлов давлением) различны [22], дислокационная природа накопления рассеянных микроповреждений позволяет найти возможность их единого феноменологического описания.

Важную роль в теоретическом подходе к формулировке критериев разрушения (на стадии образования макротрещины) играет выбор адекватных параметров повреждаемости [21, 23–25]. Как правило, для описания упругопластического деформирования изотропных сред в первом приближении используют скалярный параметр повреждаемости, тензорный вид применяют в основном для анизотропных конструкционных материалов. При этом многочисленные экспериментальные исследования по описанию процессов ползучести, анализ которых приведен в [26–29], показывают, что для описания хрупкого, вязкого и вязкохрупкого процессов разрушения в качестве параметра повреждаемости имеет смысл принять величину разрыхления, а кинематическое уравнение для этого подхода можно получить из закона сохранения массы [30]. Процессы повреждаемости при сложном малоцикловом нагружении, когда реологическими свойствами конструкционных материалов пренебречь нельзя, характеризуются различной комбинацией процессов повреждаемости, обусловленной ползучестью (развивающейся в основном по границам зерен) и упругопластической деформацией (внутризеренное разрушение). Если за основу принять концепцию разрыхления, то кинетика повреждаемости достаточно полно может быть описана за счет взаимодействия процессов отрыва и среза. Влияние различных эксплуатационных факторов на процесс накопления повреждений (формы цикла нагружения или деформирования, амплитудных значений температуры и нагрузки и др.) проявится через торможение рассмотренных выше двух основных процессов.

Влияние асимметрии цикла программного нагружения на процесс накопления повреждений можно объяснить влиянием первого инварианта тензора напряжений $I_1(T_\sigma)$. При значениях $I_1(T_\sigma) < 0$ рост микроповреждений может тормозиться или происходить их частичное “залечивание”.

Существенную роль в кинетике накопления микроповреждений играет параметр сложности малоциклового нагружения (деформирования). В настоящее время этот вопрос остается открытым. Пока идет процесс накопления базы экспериментальных данных при разных программах сложного повторно-переменного нагружения. Исследования векторных и скалярных свойств конструкционных материалов при кусочно-ломаных траекториях мягкого и жесткого режимов малоциклового нагружения [31] позволили установить основные закономерности следа запаздывания от числа полуциклов нагружения (деформирования), а также пределы применимости гипотезы о существовании обобщенной диаграммы циклического деформирования с учетом поправок на вид напряженного состояния.

В этом комплексном исследовании нулевой полуцикл нагружения (деформирования) содержал излом на угол $\theta = \pi / 2$ на уровне напряжений $S^{(0)} \geq \sigma_{\text{пц}}^{(0)}$ $(Э^{(0)} \geq Э_T^{(0)})$, где $\sigma_{\text{пц}}^{(0)}, Э_T^{(0)}$ – предел пропорциональности и допуск на пластическую деформацию, соответствующий названному пределу. Осуществлено малоцикловое нагружение (деформирование) при совместном действии осевой силы и крутящего момента на базе $N = 10^4 ... 10^5$ числа циклов до разрушения.

Таким образом, на наш взгляд, наиболее перспективным направлением в разработке методов оценки поврежденности элементов конструкций является установление связи несущего объема с длиной дуги пластического деформирования L_p и интенсивностью остаточных микронапряжений $\rho_i = \sqrt{3/2}\sqrt{\rho_{ij}\rho_{ij}}$, где ρ_{ij} – компоненты девиатора остаточных микронапряжений. Для определения компонент ρ_{ij} используем теорию пластического течения. Поверхность текучести опишем обобщенным уравнением Писаренко–Лебедева:

$$F = \chi\sigma_i + (1-\chi)\sigma_1 - \sigma_{\text{экв}} = 0. \tag{1}$$

Параметр материала $\chi = \sigma_T^{(I)} / \sigma_T^{(II)}$ определяется по данным двух простых экспериментов на растяжение, сжатие или кручение образцов, $\sigma_i = \sqrt{3/2}\sqrt{S_{ij}S_{ij}}$ – интенсивность напряжений. Для пластичных конструкционных материалов $\chi = 1$. Тогда выражение (1) превращается в поверхность типа Мизеса. Для идеально хрупкого материала $\chi = 0$, для большинства реальных конструкционных материалов $0 < \chi < 1$. Проверка зависимости (1) для широкого класса конструкционных материалов [29, 32] показывает удовлетворительное ее соответствие экспериментальным данным.

В пространстве главных напряжений $\sigma_j \subset \sigma_{ij}$, $j = 1, 2, 3$, для моделирования поведения конструкционного материала в упругопластической области используем многоповерхностную теорию пластического течения [33]. Тогда поверхности типа (1) в пространстве σ_j можно представить в виде

$$F_i[\sigma_j - \rho_j; \sigma_{\text{экв}}(\varepsilon_{ip}|\sigma_{\text{экв}}^{(i)} - \sigma_{\text{экв}}^{(1)}|, A); \chi_1] = 0, \quad i = 1, ..., m. \tag{2}$$

В качестве поверхности F_m можно использовать предельную поверхность в виде

$$F_m(\sigma_j, \sigma_{экв}, \chi_2) = 0, \tag{3}$$

где ρ_j – компоненты вектора остаточных микронапряжений, $\sigma_{экв}(i=1) = \sigma_т$ – эквивалентное напряжение, численно равное пределу текучести материала при одноосном напряженном состоянии.

Параметры χ_1 и χ_2 могут быть получены по данным двух простых опытов на растяжение, сжатие или кручение образцов с определением предела текучести $\sigma_т$ и предела прочности $\sigma_в$ соответственно для выбранных схем нагружения [32]. В случае малоциклового нагружения эти характеристики материала необходимо брать из циклических диаграмм деформирования [3]. При этом наиболее экспериментально обоснованной является концепция обобщенной диаграммы циклического деформирования, которая учитывает в соответствующих пределах асимметрию цикла напряжений (деформаций).

Конкретизация зависимости (2) при условии, что

$$f(\sigma_j - \rho_j) = \left[\frac{3}{2}(\sigma_j - \rho_j)(\sigma_j - \rho_j)\right]^{1/2}, \tag{4}$$

будет иметь вид

$$F_i[(\sigma_j - \rho_j); \sigma_{экв}^{(i)}; \chi] = xf(\sigma_j = \rho_j) + (1-\chi)(\sigma_i - \rho_1) - \sigma_{экв}^{(i)} = 0. \tag{5}$$

В уравнении (5) для упрощения принято $x_1 = x_2 = ... = x$.

Закон пластического течения используем, исходя из принципа градиентальности вектора приращения пластических деформаций $d\varepsilon_{jp}$ к поверхности текучести:

$$d\varepsilon_{jp} = H(d\sigma \bar{n}) n_j, \tag{6}$$

где H – скаляр, характеризующий скорость упрочнения; $\bar{n}$ – единичный вектор внешней нормали к поверхности $F_i(i=1)$ в точке, которая соответствует существующему напряженному состоянию σ_j. Компоненты этого вектора в направлении действия главных напряжений σ_j находим следующим образом:

$$n_j = \left[\frac{dF_1}{d\sigma_j}\right] \Big/ \left[\frac{dF_1}{d\sigma_j}\frac{dF_1}{d\sigma_j}\right]. \tag{7}$$

Для материалов, в которых $\chi_1 = 1{,}0$, поверхность F_1 (уравнение (2)) превращается в поверхность типа Мизеса. Тогда (7) в девиаторном пространстве принимает вид

$$n_j = \frac{S_j - \rho_j^*}{[(S_j - \rho_j^*)(S_j - \rho_j^*)]^{1/2}}, \tag{8}$$

где $\rho_j^* = \rho_j - \rho_0$; $\rho_0 = \frac{1}{3}\rho_j I$ – среднее остаточное микронапряжение; I – единичный тензор.

Если при этом используется уравнение пластического течения (6), то получаем

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{2GH}{1+2GH}(d\varepsilon\overline{n} - d\varepsilon_e\overline{n})\, n_j. \tag{9}$$

Закон упрочнения, который определяет кинетику изменения размеров поверхностей нагружения в результате упругопластического деформирования, принят согласно работе [21]. Введение поля модулей пластичности при циклическом нагружении дает возможность более точно описывать эффекты сложного нагружения в условиях сложного напряженного состояния. При этом за основу возьмем обобщенную циклическую диаграмму $\sigma_i^{(k)} = f(\varepsilon_i^{(k)})$ в случае одноосного растяжения. Влияние вида нагруженного состояния на закономерности циклического упрочнения в упругопластической области будем учитывать, используя для описания поверхностей нагружения уравнений типа Писаренко–Лебедева [32]. В первом приближении зависимость параметра χ от величины $\sigma_{\text{экв}}$ примем линейной.

Рассмотрение характерных закономерностей упрочнения конструкционных материалов на примере плоского напряженного состояния показывает [29], что при определении постоянных материала возникает необходимость разработки методики по проведению целой серии экспериментов. В этой связи зависимость, которая учитывает закономерности трансформации поверхности текучести, в первом приближении принимается в виде

$$d\sigma_{\text{экв}}^{(i)} = A[\sigma_{\text{экв}}^{(m)} - \sigma_{\text{экв}}^{(1)}]dL_p, \tag{10}$$

где A – постоянная материала; dL_p – приращение длины дуги пластического деформирования.

Положим, что напряженное состояние $\{S_{ij}\}$ принадлежит поверхности F_i. Тогда обозначим через C_i модули пластичности, которые могут быть получены из соотношений

$$H = \frac{1}{C_i} = \frac{3}{2}\left(\frac{d\varepsilon_i}{d\sigma} - \frac{1}{E}\right), \quad i=1, \ldots, m-1. \tag{11}$$

Если F_i – активная поверхность, то упрочнение конструкционного материала описывается соотношением [9]

$$d\rho_i = \rho\overline{\xi}_i, \tag{12}$$

где ρ – скалярный параметр; $\overline{\xi}_i$ – вектор, характеризующий смещение центра поверхности F_i. Зависимость $\overline{\xi}_i$ через компоненты $\overline{\xi}_j^{(i)}$, $j = 1, 2, 3$, в пространстве тензора главных напряжений имеет вид

$$\xi_j^{(i)} - \frac{1}{3}(\xi_j^i I) + B_j \xi_1^{(i)} = C_j, \tag{13}$$

где

$$B_j = (S_j + K^* dS_j - \rho_j^{*(i+1)}) \frac{1-\chi}{R_{j+1}}; \tag{14}$$

$$C_j = A(S_j + K^* dS_j - \rho_j^{*(i+1)}) + (\rho_j^{*(i+1)} - \rho_j^{*(i)}). \tag{15}$$

Для решения системы уравнений (13) и нахождения $\xi_j^{(i)}$ необходимо отыскать скалярный параметр K^*. В подпространстве девиатора главных напряжений его значение определяется из уравнения

$$K^{*2} A + K^* B + C = \frac{2}{3} \frac{R_{i+1}}{\chi}, \tag{16}$$

где

$$A = dS_j^2; \quad B = 2 r_j dS_j; \quad C = r_j^2, \ j = 1, 2, 3; \quad r_j = S_j - \rho_j^{*(i+1)}; \tag{17}$$

$$R_{i+1} = \chi \left[\frac{3}{2} (r + K^* dS)(r + K^* dS) \right]. \tag{18}$$

Из уравнения (16) находим

$$K^* = \frac{-B\chi^2 + \sqrt{(B\chi^2)^2 - 4A\chi^2 \left(C\chi^2 - \frac{2}{3} R_{i+1} \right)^2}}{2A\chi^2}. \tag{19}$$

Скалярный параметр ρ в зависимости (12) является положительным корнем уравнения

$$\chi f [(\sigma_i + d\sigma_i) - (\rho^{(i)} + \rho \xi^{(i)})] +$$

$$+ (1-\chi)[(\sigma_1 + d\sigma_1) - (\rho_1^{(i)} + \rho \xi_1^{(i)})] - \sigma_{\text{экв}}^{(i)} = 0. \tag{20}$$

После конкретизации и упрощений зависимость (20) приводится к виду

$$p^2(A\chi^2 - D) + p(B\chi^2 - T) + (C\chi^2 - H) = 0, \tag{21}$$

где

$$A = 3[3\xi_0^2 - (\xi_1^{(i)}\xi_2^{(i)} + \xi_2^{(i)}\xi_3^{(i)} + \xi_3^{(i)}\xi_1^{(i)})];$$

$$B = 3[U_1(\xi_2^{(i)} + \xi_3^{(i)}) + U_2(\xi_1^{(i)} + \xi_3^{(i)}) + U_3(\xi_2^{(i)} + \xi_1^{(i)}) - 6U_0\xi_0;$$

$$C = 3[3U_0^2 - (U_1U_2 + U_2U_3 + U_3U_1)];$$

$$D = (1-\chi^2)(\xi_1^{(i)})^2;$$

$$T = 2\sigma_{\text{экв}}^{(i)}(1-\chi)\xi_1^{(i)} - (1-\chi)^2 2U_1\xi_1^{(i)};$$

$$H = 2(\sigma_{\text{экв}}^{(i)})^2 - 2\sigma_{\text{экв}}^{(i)}(1-\chi)^2 U_1^2;$$

$$U_j = \sigma_j + d\sigma_j - \rho_j;$$

$$U_0 = \sigma_0 + d\sigma_0 - \rho_0^{(i)};$$

$$\xi_0 = \frac{1}{3}(\xi_j^{(i)} I), \quad j = (1, 2, 3).$$

Решая (21) относительно параметра p и учитывая только положительный корень, получаем

$$p = \frac{(B\chi^2 - T)^2 - (B\chi^2 - T) - 4(A\chi^2 - D)(C\chi^2 - H)}{2(A\chi^2 - D)}. \tag{22}$$

Таким образом, получена система уравнений, позволяющая уточнено описывать поврежденность широкого класса конструкционных материалов при сложном малоцикловом нагружении. Для условий циклически упрочняющихся или разупрочняющихся состояний материала поврежденность за цикл рассчитывается ориентировочно на половине предполагаемой долговечности до образования макротрещины.

В заключение отметим, что на базе основных положений КМП теоретически обоснована обобщенная модель повреждаемости конструкционных материалов при сложном малоцикловом нагружении (деформировании). Показано, что использование многоповерхностной теории пластического течения с поверхностями типа Писаренко–Лебедева позволяет описывать хрупкое, вязкое и вязкохрупкое разрушение в условиях малоцикловой усталости.

Р е з ю м е

Теоретично обгрунтовано узагальнену модель пошкоджуваності конструкційних матеріалів для умов складного малоциклового навантаження. Показано переваги використання поверхневої теорії пластичної течії з поверхнями типу Писаренка–Лебедєва для опису пошкоджень в стабілізованому циклі за різних умов руйнування в порівнянні з поверхнями типу Мізеса. Наведено методику визначення основних параметрів моделі.

1. *Трощенко В. Т., Красовский А. Я., Стрижало В. А.* Сопротивление материалов деформированию и разрушению. – Киев: Наук. думка, 1994. – Т. 2. – 700 с.
2. *Махутов Н. А., Воробьев А. З., Гаденин М. М.* Прочность конструкций при малоцикловом нагружении. – М.: Наука, 1983. – 270 с.
3. *Гусенков А. П., Котов П. И.* Малоцикловая усталость при неизотермическом нагружении. – М.: Машиностроение, 1983. – 242 с.
4. *Казанцев А. Г.* К расчету малоцикловой усталости при непропорциональных режимах нагружения // Пробл. прочности. – 1989. – № 6. – С. 31 – 36.
5. *Мовчан А. А.* О малоцикловой усталости при непропорциональном симметричном деформировании // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1983. – № 3. – С. 102 – 108.
6. *Можаровский Н. С., Антипов Е. А., Бобырь Н. И.* Ползучесть и долговечность материалов при программном нагружении. – Киев: Вища шк., 1982. – 131 с.
7. *Лебедев А. А., Чаусов Н. Г., Богинич И. О., Недосека С. А.* Комплексная оценка поврежденности материала при пластическом деформировании // Пробл. прочности. – 1996. – № 5. – С .23 – 30.
8. *Golos K.* Energetistic formulation of fatigue strength criterion // Archiwun budowy maszyn. – 1988. – **35**, N 5. – P. 5 – 15.
9. *Lemaitre Y.* Coupled elasto–plasticity and damage constitutive equations // Comp. Meth. Appl. Mech. Eng. – 1985. – **51**. – P. 31 – 49.
10. *Кучанов Л. М.* О времени разрушения в условиях ползучести // Изд. АН СССР. Отделение технических наук. – 1958. – № 8. – С. 26 – 35.
11. *Работнов Ю. Н.* Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966. – 752 с.
12. *Леметр Я.* Континуальная модель повреждения, используемая для расчета разрушения пластичных материалов // Trans. ASME. Теорет. основы инж. расчетов. – 1985. – **107**, № 1. – С. 90 – 98.
13. *Бобырь Н. И., Понамаренко Т. Б.* Уравнение состояния конструкционных материалов при сложном малоцикловом нагружении // Прогресивна техніка та технологія машинобудування. – 1998. – № 2. – С. 58 – 67.

14. *Socie D. F., Kurath P., Koch J.* A Multiaxial Fatigue Damage Parameter Biaxial and Multiaxial Fatigue // EGF3. – London: Mech. Eng. Publications, 1989. – P. 535 – 550.
15. *Стрижало В. А.* Циклическая прочность и ползучесть металлов при малоцикловом нагружении в условиях низких и высоких температур. – Киев: Наук. думка, 1978. – 238 с.
16. *Коротких Ю. Г.* Описание процессов накопления повреждений материала при изотермическом вязкопластическом деформировании // Пробл. прочности. – 1985. – № 1. – С. 18 – 23.
17. *Соси Д.* Модели разрушения при многоосной усталости // Trans. ASME. Теорет. основы инж. расчетов. – 1988. – № 3. – С. 9 – 20.
18. *Kazanzev A. G., Makhutov N. A.* Low-cycle fatique of anisotropic steel under nonproportional loading // Proc. 5th Intern. Conf. on Biaxial/Multiaxial Fatique. – 1997. – **1**. – P. 125 – 139.
19. *Романов А. Н.* Разрушение при малоциковом накружении. – М.: Наука, 1988. – 279 с.
20. *Новожилов В. В.* О перспективах феноменологического подхода к проблеме разрушения // Механика деформируемых тел и конструкций. – М.: Машиностроение, 1975. – С. 349 – 359.
21. *Махутов Н. А., Гаденин М. М., Гохфельд Д. А. и др.* Уравнение состояния при малоцикловом нагружении. – М.: Наука, 1981. – 245 с.
22. *Колмогоров В. Л.* Механика обработки металлов давлением. – М.: Металлургия, 1986. – 687 с.
23. *Боднер С. Р., Линдхолм И.* Критерий приращения повреждения для зависящего от времени разрушения материалов // Trans. ASME. Теорет. основы инж. расчетов. – 1976. – № 2. – С. 51 – 58.
24. *Шевченко Ю. Н., Терехов Р. Г.* Физические уравнения термовязкопластичности. – Киев: Наук. думка, 1982. – 237 с.
25. *Мовчан А. А.* О малоцикловой усталости при сложных и, в частности, непропорциональных путях пластического деформирования. – М., 1980. – 16 с. – Деп. в ВИНИТИ № 2176-80деп.
26. *Работнов Ю. Н.* Механика деформируемого твердого тела. – М.: Наука, 1988. – 711 с.
27. *Chow C. L., Wang J.* An anisotropic theory of continium damage mechanics for ductule fracture // J. Eng. Fract. Mech. – 1987. – **27**, N 5. – P. 547 – 558.
28. *Zhu V. V., Cescotto S. A.* Fully coupled elasto–visco–plastic damage theory for anisotropic materials // Int. J. Solids Struct. – 1995. – **32**, N 11. – P. 1607 – 1641.
29. *Трощенко В. Т., Лебедев А. А., Стрижало В. А., Степанов Г. В., Кривенюк В. В.* Механическое поведение материалов при различных видах нагружения. – Киев: Логос, 2000. – 571 с.
30. *Арутюнян Р. А.* О критериях разрушения в условиях ползучести // Пробл. прочности. – 1982. – № 9. – С. 42 – 45.

31. *Бобырь Н. И.* О векторных и скалярных свойствах конструкционных материалов при сложном малоцикловом нагружении // Прогресивна техніка і технологія машинобудування. – 1998. – **3**. – С. 48 – 58.

32. *Писаренко Г. С., Лебедев А. А.* Деформирование и прочность материалов при сложном нагруженном состоянии. – Киев: Наук. думка, 1976. – 116 с.

33. *Мруз З.* Упрочнение и накопление повреждений в металлах при монотонном и циклическом нагружениях // Trans. ASME. Теорет. основы инж. расчетов. – 1983. – **105**, № 2. – С. 44 – 50.

Поступила 29. 06. 2000