УДК 539.4

Некоторые задачи нелинейной механики в геофизике, планетологии и проблемах прочности материалов

Г. С. Писаренко^а, В. Г. Писаренко^б

^а Институт проблем прочности НАН Украины, Киев, Украина

⁶ Институт кибернетики НАН Украины, Киев, Украина

Приведено обобщение некоторых результатов исследований авторов в области нелинейной механики применительно к проблемам, возникающим на стыке механики прочности материалов, вопросов устойчивости дискретно-континуальных сложных систем и инженернофизических задач верификации (проверки) теорий объединения фундаментальных полей. Сформулирован предлагаемый авторами принцип фундаментальной триады, полезный при моделировании методами системного анализа динамики сложных дискретно-континуальных механических систем различных пространственных масштабов.

1. Генерация когерентных фононных (акустических) колебаний решетки оптических кристаллов воздействием мощных импульсов лазерного излучения. Существует серьезная физико-техническая проблема силовой оптики, состоящая в необходимости получения оптических элементов (линзы, призмы, зеркала, оптические затворы и др.) из оптически прозрачных кристаллов с высокими эксплуатационными характеристиками по оптической однородности, долговечности и длительной прочности в условиях многократного облучения лазерными импульсами большой мощности.

Помимо многочисленных задач лазерного дистанционного зондирования атмосферы и передачи лазерного излучения значительной мощности на большие расстояния через газовую среду [1], названная проблема важна для ряда актуальных проблем проверки объединенных теорий фундаментальных полей [2]. Одна из таких проблем состоит в экспериментальной реализации так называемого гравитационного опыта Герца [3, 4] по прямой проверке существования гравитационных волн, предсказываемых в объединенных теориях. Этой проблеме был посвящен ряд международных конференций с участием авторов, предложивших оригинальный метод [5–7] генерации фононных (акустических) колебаний кристаллической решетки кристалла, возбужденных мощным оптическим лазерным излучением резонансных для данного кристалла частот, в целях создания излучателей и детекторов гравитационных волн в лаборатории с последующей реализацией полного гравитационного опыта Герца.

Согласно выводам релятивистских теорий гравитации [2, 5], для эффективной генерации гравитационных волн из оптически прозрачного кристалла колебания отдельных атомов его кристаллической решетки должны быть когерентными между собой и обладать такими фазами, чтобы обеспечить движение вдоль оси кристалла нормального к оси плоского фронта фононных колебаний равной фазы, причем скорость движения фронта должна быть равна скорости света в вакууме. Так будет формироваться достаточно специфический вид фононных колебаний кристаллической ре-

шетки, который должен обеспечить наиболее значительный выход гравитационных волн, максимум интенсивности которого будет направлен вдоль оси цилиндрического кристалла, а угловой размер 2φ соответствующей диаграммы направленности в пространстве в дальней зоне будет порядка

$$2\varphi \approx \lambda / 4R$$

где $\lambda = c / f$ – длина электромагнитной волны; R – радиус излучающего кристалла; f – частота лазерного излучения.

Для реальных кристаллов с двумя ионами в элементарной ячейке масс m_+ и m_- , облучаемых поперечно поляризованной электомагнитной волной амплитуды A, распространяющейся вдоль оси Ox_1 в наших работах [5–7] для дальней зоны кристалла цилиндрической формы для трех наибольших компонент псевдотензора гравитационных волн получены следующие выражения:

$$h_{33}(x_0, x_1, 0, 0) = -8GA^2 \Omega_t^2 \pi^2 f^2(\varepsilon_0 - \varepsilon_\infty) \times$$

$$\times [\exp(-2\pi i f t + 2\pi i x_1 / c)] [3\mu^2 | \mathbf{x} - \mathbf{q} | \pi (\Omega_t^2 - \omega^2 + i\omega \Gamma)^2 \Gamma^1, \qquad (1)$$

$$1,5h_{33}(x_0, x_1, 0, 0) = -h_{11}(x_0, x_1, 0, 0) = h_{22}(x_0, x_1, 0, 0),$$
(2)

где ε_0 и ε_{∞} – диэлектрические поляризуемости кристалла при предельно низких и предельно высоких частотах облучения; μ и V – приведенная масса двух ионов и объем элементарной ячейки кристаллической решетки; Ω_t – частота собственных поляритонных колебаний кристалла; Γ – ширина поляритонного уровня; G – гравитационная постоянная; \mathbf{q} – трехмерный вектор координат центра масс облучаемого участка кристалла; Ψ – безразмерная величина, заключенная в пределах

$$[1 - Q / (\pi R^2 L)]\pi R^2 L / V \le \Psi \le \pi R^2 L / V$$
(3)

и она характеризует объемную долю участков кристалла, имеющего радиус *R* и длину *L*, где оптические и структурные параметры кристалла отличаются от расчетных ("идеальных") значений.

Здесь $Q/(\pi R^2 L)$ – доля объема $\pi R^2 L$ цилиндрического кристалла, которая занята областью "неидеальности" объемом Q, в котором значения показателя преломления заметно отличается от теоретического (расчетного) значения n_0 . В частности, эта область "неидеальности" занята статическими (несплошность материала, включая инородные вкрапления, накопленные радиационные повреждения, трещины и др.) и динамическими дефектами (зона локального перегрева, фронты ударной и тепловых волн и пр.).

Из выражения (2) следует, что амплитуда гравитационного излучения пропорциональна квадрату частоты *f* лазерного облучения. Поэтому для получения гравитационного излучения наибольшей интенсивности жела-

тельно использовать лазерное излучение наиболее высокой из возможных частот. Повышение интенсивности ожидаемого гравитационного излучения из кристалла необходимого для того, чтобы после обеспечения генерации гравитационного излучения на известной несущей частоте, в соответствии с основной идеей всего эксперимента можно было промодулировать это излучение до уровня некоторого информационного сигнала [9], который может быть зарегистрирован и распознан на фоне шумов детектора гравитационного излучения. Тогда генерация и детектирование тестового гравитационно-волнового сигнала на выбранной экспериментаторами несущей частоте (гипотетический гравитационный аналог опыта Герца) могли бы стать подтверждением в лабораторном опыте существования гравитационных волн, предсказываемых в большинстве релятивистских теорий гравитации [2–7, 9].

При облучении твердого тела импульсами когерентного излучения большой мощности происходит очень быстрый нагрев узкого приповерхностного слоя облучаемого тела (если вещество тела непрозрачно для этого излучения) либо нагрев той части тела, куда проникает излучение (если материал прозрачен). В результате такого почти мгновенного нагрева малых участков оптически прозрачного неидеального кристалла возникает явление термоудара. При достаточно высокой плотности W ($W \ge 10^8$ BT/cm²) импульсного лазерного излучения достаточно малой длительности термоудар может привести к возникновению оплавления, испарения, а также трещин в зонах, где температурные напряжения превысят предел прочности материала, к возникновению ударных волн напряжения—деформации в кристалле и распространения фронта "тепловой волны".

В работе [7] авторами исследовано возникновение ударных волн при лазерном термоударе как решение нестационарной задачи термоупругости в модели изотропной среды:

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2} = \mu \Delta \mathbf{U} + (\lambda + \mu) \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{U} - \beta \operatorname{grad} T, \qquad (4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} - (k / c\rho) \Delta T = F, \qquad (5)$$

где U – поле 3-вектора смещения; T – поле температур; μ , λ – коэффициенты Ляме; β , k, c – коэффициенты соответственно термоупругости, теплопроводности и теплоемкости; F – источник тепла; ρ – плотность массы.

В цилиндрических координатах r, φ, z с осью аксиально-симметричного лазерного светового пучка вдоль оси Oz уравнения (4), (5) принимают вид

$$\rho \frac{\partial^2 U_r}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r U_r) + \frac{\partial U_z}{\partial z} \right] + \mu \frac{\partial U_z}{\partial z} + \beta \frac{\partial T}{\partial r}, \qquad (6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (k / c\rho) \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] = F(t, \mathbf{x}), \tag{7}$$

где х – трехмерная пространственная координата текущей точки.

Источник тепла в виде последовательной серии очень коротких мощных лазерных импульсов можно смоделировать с помощью импульсной функции (дельта-функция Дирака $\delta(t)$) в виде

$$F(t, \mathbf{x}) \equiv F(t, r) = \sum_{i} f_{i} \delta(t - t_{i}) \theta(a - r), \quad t_{1} < t_{2} < \dots < t_{N}, \quad (8)$$

где $\theta(y)$ -функция – "единичная ступенька" (которая равна единице для неотрицательных значений аргумента и нулю в противном случае).

Решение смешанной задачи для системы уравнений (6), (7) с начальной температурой в двумерном кристалле $T(t, x) = T_0$ может быть представлено для поля температур в кристалле с источником (8) в следующем виде [7, 8]:

$$T(t,r) = T_0 + \theta(t) \sum_i f_i \int \left[\frac{c\rho}{k\pi(t-t_i)} \right]^{3/2} \exp\left[\frac{c\rho |\mathbf{x} - \mathbf{y}|^2}{k(t-t_i)} \right] d\mathbf{y}, \qquad (9)$$

причем в правой части (9) интегрирование проводится по трехмерной координате у внутри области, занятой кристаллом.

Решение смешанной задачи для радиальной компоненты смещения U_r на значительном удалении r от оси лазерного пучка (т.е. при r, много большем диаметра лазерного пучка D) принимает вид цилиндрических волн, расходящихся от оси цилиндрического участка кристалла, облученного лазером:

$$U_{r} = \frac{A}{r} \sin\left(bt - b\frac{r}{a} + \phi\right) + \sum_{s} r^{-s-1} W_{s}\left(b_{s}t - b_{s}\frac{r}{a} + \phi_{s}\right), \ r >> D, \quad (10)$$

с известными ограниченными функциями $W_s(b_s t - b_s r / a + \phi_s)$ и параметрами b_s и ϕ_s , вычисляемыми однозначно из начальных и краевых условий задачи, причем во втором слагаемом в правой части (10) проводится суммирование по натуральным числам s = 1, ..., Q, где натуральное число Q выбирается с учетом необходимой точности модели, а значение скорости распространения волн вычисляется через плотность и коэффициенты Ляме кристалла по формуле $a = \sqrt{(\lambda + 2\mu) / \rho}$. Используемая модель двумерного кристалла практически полезна до момента прихода фронта цилиндрических волн к границам реального конечного трехмерного кристалла, поэтому явление отражения волн на его границах естественно потребует рассмотрения модели кристалла конечных размеров с заданием соответствующих условий отражения волн на границах и условия теплового обмена граней кристалла с внешней средой.

Некоторые задачи нелинейной механики ...

Линейная модель термоупругости при лазерном термоударе в оптически прозрачном твердом теле является моделью первого иерархичесого уровня, так как в ней явно не учитываются явления нелинейности. В частности, не учитываются нелинейные эффекты, связанные с зависимостью значений физико-механических параметров материала кристалла от температуры и предыстории лазерного нагружения. По этой причине при описании термоудара следует перейти от линейной модели (4), (5) к нелинейной (модель второго иерархического уровня), подробный анализ которой является предметом отдельной публикации.

В частности, анализ показывает, что нелинейность уравнений смешанной задачи (4), (5) при термоударе возникает при учете зависимости коэффициентов Ляме λ , μ , коэффициентов термоупругости β , теплопроводности k и теплоемкости c, а также коэффициентов преломления оптического излучения и нелинейных восприимчивостей кристалла от температуры в зоне лазерного нагрева и от поглощенной энергии излучения при высоких плотностях лазерного излучения [1, 5, 6]. В частности, эти нелинейные явления могут при определенных условиях проявляться как самофокусировка, самоискривление или самоканализация лазерного луча. Для последнего явления В. Г. Писаренко в работе [10] получил точное решение соответствующего нелинейного уравнения Шредингера) и в [11] изучил влияние предыстории нагружения твердого тела на искажение формы распространяющихся в нем ударных волн.

Накопление термоупругих напряжений, значительное поглощение энергии в оптически прозрачных кристаллах при их многократном облучении мощными короткими лазерными импульсами могут привести к местному растрескиванию кристалла, локальным изменениям оптических характеристик материала кристалла, оплавлению и испарению материала на поверхности кристалла и другим необратимым явлениям, важным для силовой оптики и лазерных технологий [1]. На рис. 1 схематически показана и заштрихована область, где нарушается однородность плотности и оптических характеристик исходного кристалла. Чем больше доля объема этой заштрихованной области в облучаемом объеме кристалла, тем (в соответствии с (1)–(3)) меньше ожидаемая интенсивность гравитационных волн из кристалла, возбуждаемого мощными лазерными импульсами.

Описанные в работе [7] явления вибрации интерференционной картины в облученном лазерным импульсом кристалле, вероятно, связаны именно с многократными прохождениями по кристаллу ударных волн, отражающихся от стенок кристалла в стадии затухания, и с распространением тепловых волн по объему кристалла из области первоначального лазерного импульсного нагрева. Описанный в этой же работе сдвиг кристалла вдоль нитейопор, по-видимому, является результатом передачи кристаллу механическим импульсом из-за поглощения части энергии короткого лазерного импульса (полная энергия лазерного импульса в эксперименте превышала 12 Дж [6]).



Рис. 1. Схема экспериментальной установки по лазерному нагружению оптически прозрачного кристалла при температурах жидкого гелия и азота: 1 -кристалл в виде плоскопараллельной пластинки; 2 криостат; 3, 9, 10, 11, 16 зеркала; 4, 6, 13 светоделительные плоскопараллельные пластинки; 5 – калориметр для измерения энергии в лазерном импульсе; 7 фогоэлектронный умножитель и осциллограф; 8 нагружающий импульсный лазер с длиной волны $\lambda = 1,06$ мкм; 12 – юстировочный лазер непрерывного действия с длиной волны $\lambda = 0,63$ мкм; 14, 15 – телескопическая система для расширения лазерного пучка; 17 – экран, на который проецируется интерферограмма; 18 – кино-, фото- и видеоаппаратура для регистрации интерферограмм от нагружаемого кристалла; 19, 20, 21 "теплые" окна, через которые вводятся в криостат и выводятся из него лазерные пучки.

Более детальное экспериментальное исследование образования и временной динамики явлений лазерного термоудара и лазерного разрушения оптически прозрачного кристалла было предпринято в работах М. П. Лисицы, И. В. Фекешгази [12], Ю. Н. Лохова, В. С. Моспанова, Ю. Д. Фивейского [13], В. А. Леонца с сотрудниками [14].

Все эти локальные области со значительным градиентом температуры и/или градиента напряжений–деформаций дают дополнительный (динамический) вклад в область неидеальности кристалла, уменьшая параметр Ψ , фигурирующий как сомножитель в формуле (2) для ожидаемой интенсивности гравитационного излучения.

Поэтому теоретическое и экспериментальное изучение прочностных порогов исходных совершенных кристаллов при повторном нагружении лазерными импульсами представляют большую актуальность для названных прикладных и фундаментальных задач и эта проблема требует сочетания макроскопического подхода (термоудар, ударные волны, образование трещин) и микроскопического подхода (изучает миграцию дислокаций, генерацию фононов, фонон-фотонные взаимодействия как задачи квантовой теории твердого тела, рассматривает колебания элементарной ячейки кристалла как квадропольный источник гравитационных волн). 2. Связь формы петли гистерезиса с амплитудно-частотной характеристикой колебаний механических систем. Одна из важных задач теории нелинейных колебаний сложных механических систем с демпфированием – расчет амплитудно-частотных характеристик вынужденных колебаний при сложно-напряженном нагружении в экстремальных физикомеханических нестационарных полях с учетом достаточно общей формы петли гистерезиса.

В работе [15] впервые сделано обобщение уравнений Давиденкова [16], описывающих симметричный контур петли гистерезиса для случая более общей формы зависимости напряжения от деформации, детально разработан метод решения уравнений колебаний для достаточно общей формы петли гистерезиса (на основе асимптотического метода Крылова-Боголюбова [17], конкретизированного позже для анализа нелинейных колебаний механических систем Г. С. Писаренко [18], Ю. А. Митропольским [19] и др.) и впервые была изложена методика определения параметров петли гистерезиса из экспериментальных данных по зависимости величины сдвига частоты резонанса от амплитуды вынужденных колебаний. При этом параметры нелинейных колебаний упругой механической системы оказались естественно связанными с величиной потерь энергии на каждом цикле колебаний в материале упругого элемента (эта энергия затрачивается в объеме материала на тепловыделение, движение дислокаций кристаллической решетки, их объединение между собой [20] с последующим образованием и ростом системы множественных усталостных микротрещин, на локальные пластические деформации и другие эффекты).

Рассмотрение изучаемой механической системы как дискретно-континуальной позволяет связать воедино такие явления: нелинейность колебаний и формы гистерезисной петли, энергетические потери в материале и сдвиг частоты резонанса, усталостное разрушение материала при многоцикловом нагружении. Исследование этой связи в теоретическом и экспериментальном аспектах детально проводилось в работах Г. С. Писаренко, В. В. Матвеева, О. Е. Богинича и соавторов [21–25].

3. Математические модели расчета некоторых физико-химических характеристик металлических поверхностей с упрочняющим покрытием по данным измерения эмиссии вторичных электронов. Известно, что потеря деталью в условиях эксплуатации своих расчетных (номинальных) параметров и ее разрушение в процессе воздействия экстремальных термомеханических и радиационных нагрузок, химически агрессивных сред в большинстве случаев начинается с нарушения целостности поверхностного слоя (возникновение и развитие усталостных трещин, коррозия, износ, эрозия, оплавление, радиационное распухание (свелинг) и др.) [26].

В этих условиях актуально использование разнообразных технологий нанесения упрочняющих покрытий и пассивирующих пленок на ответственные поверхности металлов и их сплавов и возникает проблема автоматизированного контроля физико-химического состава поверхностного слоя до и после нанесения покрытий и пленок.

Существует ряд методов исследования состава и свойств поверхности, среди которых выделяются методы электронной спектроскопии, включая

метод оже-электронной спектроскопии (ЭОС). Математический аспект этой задачи интерпретации экспериментальных данных ЭОС-анализа сводится к решению нелинейного уравнения [27]

$$J(E) = \int P(y)n(E-y)n(E+y)dy, \qquad (11)$$

связывающего зависимость экспериментально измеряемой плотности тока J(E) вторичных электронов (оже-электронов) от энергии E вторичных электронов с неизвестной плотностью n(E) энергетических уровней электронов поверхностного слоя; при этом весовая функция P(y) вычисляется квантово-механическими расчетами. Обычно функция n(E) для металлов оказывается отличной от нуля лишь на ограниченном интервале энергий, включающем в себя энергию Ферми [28]: $E_{\min} \leq E \leq E_{\max}$.

Как известно, образование вторичного оже-электрона протекает таким образом. Электрон с энергией E_1 из первичного пучка, падающего на поверхность твердого тела, сталкивается с одним из нейтральных атомов A_0 решетки приповерхностных слоев (электронный удар) и приводит к ионизации этого атома с образованием нового электрона с энергией E_L , отвечающей энергии ионизации остовного уровня атома:

$$A_{0} + e_{1} \rightarrow A^{+} + e_{k} + e_{L}.$$

В результате образуется два электрона e_k и e_L . Возникшее состояние возбужденного атома A^+ является неустойчивым и через некоторое время (время релаксации) этот атом переходит при условии $E_o - E_{A^+} \le 3$ кэВ в состояние A^{++} с испусканием еще одного электрона, называемого ожеэлектроном с энергией E_{owe} .

Важно, что энергия оже-электрона $E_{\text{оже}}$ несет прямую информацию о структуре решетки приповерхностных слоев, причем поскольку вероятность выхода оже-электрона бысто падает с глубиной слоя, то обычно глубины выхода оже-электронов составляют 2–5 атомных монослоев, т.е. 0,4–3,0 нм.

В эксперименте по электронному зондированию исследуемой поверхности измеряется тонкая структура измеряемой зависимости тока вторичных электронов от электронной плотности поверхностного слоя. Сама функция n(E) несет непосредственную информацию об электронной и атомномолекулярной структуре вещества поверхности металла и позволяет прогнозировать прочностные, противокоррозионные и другие важные эксплуатационные свойства исследуемой поверхности и качества нанесенного на исходный металл покрытия.

В нашей работе [27] разработан метод приближенного решения нелинейного интегрального уравнения (11). Метод использует переход от непрерывной энергетической переменной E к дискретным ее значениям E_k , в результате чего исходное интегральное уравнение сводится к системе "зацепляющихся" алгебраических нелинейных уравнений относительно $n_k \equiv n(E_k)$ для заданных из эксперимента значений всех $J_k \equiv J(E_k)$:

Некоторые задачи нелинейной механики ...

$$J_{k} = \varepsilon \sum_{j=k_{1}}^{k_{2}} P_{j} n_{k+j} n_{k-j}, \qquad (12)$$

где

$$J_{k} \equiv J(E_{k}); \quad P_{j} \equiv P(E_{k}); \quad n_{k+j} \equiv n(E_{k+j});$$

$$k_{1} = \max(M_{2} - k; k - M_{1}); \quad k_{2} = \min(k - M_{2}; M_{1} - k);$$

$$M_{1} = E_{\min}; \quad M_{2} = E_{\max};$$

 $\operatorname{supp} n(E) = \{E_{\min} \leq E \leq E_{\max}\}$ – носитель функции n(E).

Можно показать, что правая часть выражения (12) обладает одним весьма полезным свойством: с ростом номера k вблизи значений $k \approx M_2$ число слагаемых в правой части (12) убывает и достигает одного при $k = M_2$ и аналогично с убыванием номера к вблизи значений $k \approx M_1$ число слагаемых в правой части (12) убывает и достигает одного при $k = M_1$. Благодаря этому свойству для любого конечного номера k число слагаемых в правой части ($M_1 + M_2 - 1$), а сама матрица квадратичной формы относительно $n_s n_q$ из (12) имеет вид ромба с одинаковыми длинами диагоналей, равными ($M_1 + M_2 - 1$), так что количество ненулевых элементов в строке матрицы при фиксированном номере k возрастает с ростом k от 1 до ($M_1 + M_2 - 1$) и далее убывает до 1 при $k = M_1 + M_2 - 1$.

Для иллюстрации рассмотрим частный пример: $M_1 = 1$; $M_2 = 7$. В этом случае система (12) принимает вид

$$\begin{cases} J_{1} / \varepsilon = P_{0}n_{1}n_{1}, \\ J_{2} / \varepsilon = P_{-1}n_{1}n_{3} + P_{0}n_{2}n_{2} + P_{1}n_{3}n_{1}, \\ J_{3} / \varepsilon = P_{-2}n_{1}n_{5} + P_{-1}n_{2}n_{4} + P_{0}n_{3}n_{3} + P_{1}n_{4}n_{2} + P_{2}n_{5}n_{1}, \\ J_{4} / \varepsilon = P_{-3}n_{1}n_{7} + P_{-2}n_{2}n_{6} + P_{-1}n_{3}n_{5} + P_{0}n_{4}n_{4} + \\ + P_{1}n_{5}n_{3} + P_{2}n_{6}n_{2} + P_{3}n_{7}n_{1}, \\ J_{5} / \varepsilon = P_{-2}n_{3}n_{7} + P_{-1}n_{4}n_{6} + P_{0}n_{5}n_{5} + P_{1}n_{6}n_{4} + P_{2}n_{7}n_{3}, \\ J_{6} / \varepsilon = P_{-1}n_{5}n_{7} + P_{0}n_{6}n_{6} + P_{1}n_{7}n_{5}, \\ J_{7} / \varepsilon = P_{0}n_{7}n_{7}. \end{cases}$$
(13)

В работе [27] предложен оригинальный численно-аналитический алгоритм вычисления искомого ($M_1 + M_2 - 1$)-мерного вектора $n_k \equiv n(E_k)$ при заданном из эксперимента векторе значений тока $J_k \equiv J(E_k)$ той же размерности. Этот алгоритм вычислений удобен при автоматизированной обработке данных электронного зондирования ответственных поверхностей объектов новой техники.

В качестве примера использования экспериментальных методик ЭОС для послойного анализа элементного состава пассивирующей или коррозионной пленки, нанесенной на подложку из металлического сплава, на рис. 2, *а* приведена зависимость относительной интенсивности I_i исходных

оже-пиков (оже-пик – отвечающий заданному химическому элементу характерный максимум на энергетической зависимости тока эмиссии оже-электронов) от номера атомного монослоя для нескольких элементов, полученных при послойном распылении пассивирующей пленки, нанесенной на подложку из легированной стали [28]. В этом случае задача анализа осложняется тем, что ЭОС-измерения профиля концентрации химических элементов по глубине пленки коррозии на 5-6 монослоев существенно осложняется из-за вклада в ЭОС-сигнал от несколько отличающихся по составу более глубоких монослоев. В дифференциальном методе при послойном анализе результаты измерения состава верхнего слоя корректируются с учетом информации о составе последующего слоя. Для максимальной эффективности данного метода необходимо при послойном анализе проводить измерения состава каждого монослоя (примерно 0,3 нм). На рис. 2,а показаны профили относительных концентраций атомов, полученных после обработки исходных данных дифференциальным методом. Благодаря устранению вклада от низколежащих слоев на рис. 2,6 восстанавлены зависимости истинных относительных концентраций С_i элементов Ni, Cr, Fe, O от номера атомного монослоя.



Рис. 2. Исходные и скорректированные оже-пики нескольких химических элементов, полученные при послойном распылении поверхности пленки на подложке из легированной стали: a – зависимость относительных интенсивностей I_j исходных оже-пиков от времени распыления t для O, Ni, Cr, S, Fe; δ – зависимости истинных относительных концентраций C_j элементов Ni, Cr, Fe, O от номера n атомного монослоя.

Обзор некоторых применений ЭОС-анализа для задач управления физико-механическими свойствами поверхности из металлов и полимеров можно найти в работах [26–28].

4. О возможной связи процессов разгрузки тектонических напряжений с динамикой Солнечной системы. Одним из сложных и актуальных разделов механики деформируемого твердого тела и геофизики является проблема математического моделирования мест, периодов времени и интенсивности выделения сейсмической энергии в коре и верхней мантии Земли, которые сопровождаются разрушением больших масс сложно-напряженных земных пород [29]. Как известно, эти вопросы попадают в поле зрения наук о Земле, физики твердого тела, геоэкологии, сейсмологии и строительной механики сейсмостойких инженерных сооружений.

Общепринято считать, что кора Земли, ее мантия и жидкое ядро являются динамически сильно связанной многокомпонентной системой. Однако как термодинамически и физически открытая сложная система, она с позиций системного анализа должна моделироваться с учетом ее связей через физико-механические поля с гидросферой, атмосферой, а также магнитосферой и объектами Солнечной системы. Эта связь пока недостаточно изучена и вытекает как из общих положений геофизики и планетологии, так и из наблюдаемых данных о динамике тектоно-, гидро- и атмосферы.

В мировой сейсмологии, возникшей как теоретическая и инструментальная наука во второй половине XIX века с момента появления первых приборов для регистрации землетрясений (сейсмографов), к настоящему времени достигнуты значительные успехи в прогнозировании места и ориентировочной силы ожидаемых землетрясений, тогда как в прогнозе времени этих событий успехи весьма скромны. В частности, стало ясно, что характер и место ожидаемого землетрясения тесно связаны с накоплением энергии тектонических движений земной коры и верхней мантии в данном регионе Земли [29, 30].

Вместе с тем имеется все возрастающее число работ, в которых обнаруживается корреляция во времени сейсмических событий с нестационарными процессами в гидро- и атмосфере, а также с воздействием на земные оболочки космофизических силовых факторов, включая влияние фаз лунных приливных деформаций земной коры на число "роев" землетрясений [31], влияние квазипериодических вариаций силы тяжести на темп выделения сейсмической энергии [32], влияние фаз солнечной активности на частоту землетрясений [33, 34]. На неустойчивость большинства геофизических процессов и их чувствительность к слабым внешним силовым воздействиям, которые могут сыграть роль спускового механизма для освобождения большой энергии, накопленной в подготовленном очаге землетрясения, указывал известный геофизик академик М. А. Садовский [35].

Настоящий пункт этой статьи посвящен краткому изложению концепции авторов и полученных ими результатов по поиску и установлению корреляции временной динамики сильнейших землетрясений мира с изменением гравитационного потенциала Солнечной системы, действующего на кору и верхнюю мантию Земли.

Авторы проанализировали данные сейсмологических каталогов [30, 36] сильнейших землетрясений мира (с магнитудой $M \ge 8,0$) с начала инструментальной сейсмометрии до 1985 г. и для этих данных спектр мощности S(f) кривой среднегодового числа f(t) таких землетрясений. Этот анализ показал, что кривая S(f) имеет максимумы для периодов T = 1/f, равных около 3,5 и 20 лет. С точки зрения центрального вопроса этого пункта нашей статьи в связи с периодом около 20 лет целесообразно более детально проследить возможное влияние на изучаемые сейсмические события следующих событий в космическом окружении Земли с тем же периодом вариаций: изменение расстояния от центра масс Солнца до центра масс Сол-

нечной системы в целом и изменение разности гелиоцентрических долгот Юпитера и Сатурна из-за орбитального движения последних вокруг Солнца.

Для вычисления переменного расстояния $R_c(t)$ центра масс Солнца до центра масс Солнечной системы согласно законам небесной механики [37], целесообразно поместить начало координат в центре масс Солнечной системы, направив ось *Oz* перпендикулярно плоскости орбиты Земли и в выбранной системе отсчета две координаты центра масс Солнца $X_c(t)$, $Y_c(t)$ будут связаны с аналогичными координатами $X_i(t), Y_i(t)$ планет Солнечной системы следующими соотношениями [37]:

$$X_{\rm c}(t)M_{\rm c} = \sum_{i=1}^{9} X_i(t)M_i; \quad Y_{\rm c}(t)M_{\rm c} = \sum_{i=1}^{9} Y_i(t)M_i, \quad i=1.$$
(14)

При этом координаты $X_i(t), Y_i(t)$ вычисляются по формулам

$$X_i(t) = r_i(t)\cos\varphi_i(t); \quad Y_i(t) = r_i(t)\sin\varphi_i(t); \tag{15}$$

$$t = (m_i a_i^3 / G)^{1/2} (\psi - e_i \sin \psi) + C_1; \quad r_i(t) = a_i (1 - e_i \cos \psi);$$
(16)

$$r_i[1 + e_i \cos(\varphi_i - C_2)] = p_i = \text{const}, \tag{17}$$

т.е. текущий радиус $r_i(t)$ орбиты *i*-й планеты и ее азимутальный угол $\varphi_i(t)$ на околосолнечной орбите задаются параметрически через переменный параметр $\psi \in (-\infty, \infty)$, который аналогичен безразмерному времени. Для расчета изменяющихся во времени координат планет на заданном интервале времени по формулам (15)–(17) используют данные из астрономических таблиц для всех входящих в эти формулы характеристик планет, а произвольные постоянные выбирают из условия соответствия начальных координат всех планет на выбранный начальный момент их точным астрономическим координатам на этот момент.

Результаты выполненных расчетов приведены на рис. 3,*a*, где показана вычисленная зависимость от времени изменяющегося расстояния $R_c(t)$ центра масс Солнца до центра масс Солнечной системы (на графике по оси ординат дано значение отношения $R_c(t)$ к радиусу фотосферы Солнца, равному $R_f = 695,98 \cdot 10^3$ км) за период 1893–1985 гг. Выделены пять временных интервалов A_i , i=1, 2, ..., 5, когда $R_c(t)$ превышает 0,8 радиусов фотосферы Солнца либо меньше R_f .

Далее был вычислен коэффициент корреляции двух функций: зависимости $R_c(t)$ (рис. 3,*a*) и среднегодовой частоты сильнейших землетрясений с магнитудой $M \ge 8,0$ (рис. 3,*b*). Расчет показал, что возрастание среднегодовой частоты сильнейших землетрясений статистически коррелирует с периодами времени, когда из-за орбитального движения двух наибольших планет Солнечной системы (Юпитера и Сатурна), центр масс Солнечной системы выходит за пределы интервала

$$0.5R_f \le R_c(t) \le 0.8R_f.$$
(18)



Рис. 3. Результаты расчетов изменяющегося со временем отношения расстояния $R_c(t)$ от центра масс Солнца до центра масс Солнечной системы и среднегодовая частота зарегистрированных сильнейших землетрясений мира с магнитудой $M \ge 8,0$ за период 1893–1985 гг.: a – зависимость от времени отношения расстояния $R_c(t)$ к радиусу фотосферы Солнца (равному $R_f = 695,98 \cdot 10^3$ км); δ – среднегодовая частота зарегистрированных сильнейших землетрясений мира.

На основании этих данных нами на рассматриваемом интервале времени выделено пять временных зон A_i повышенной сейсмической активности, которые на графике выделены стрелками и пронумерованы. На рассматриваемом интервале времени с 1887 по 1985 гг. согласно данным рис. 3,6 среднее значение частоты f_A сейсмических событий с магнитудой $M \ge 8,0$ в аномальные годы $t \in \bigcup_i A_i$ составляет $f_A = 1,78$ год⁻¹, а в остальные годы $f_{\text{внс}A} = 1,05$ год⁻¹. Таким образом, отношение этих двух показателей (контраст аномальной сейсмичности $K_{\text{ас}}$) составляет

$$K_{\rm ac} = f_A / f_{\rm BHeA} = 1,69.$$
(19)

Авторы видят возможную причину этой связи в изменении динамики приливного воздействия на земную кору Солнца в "аномальные" периоды времени с точки зрения нарушения условия (18) для изменяющегося во времени расстояния $R_c(t)$ центра масс Солнца до центра масс Солнечной системы. Учитывался также тот факт, что вариации силы прилива как в гидросфере, так и в литосфере Земли определяется прежде всего влиянием движения Луны и Солнца. При этом Луна определяет полусуточную составляющую квазипериодических изменений во времени силы земного прилива в заданных точках земной коры, а Солнце дает вклад в полусуточную и годовую периодичность. Если же из-за текущего значения

гелиоцентрических долгот Юпитера и Сатурна центр масс Солнечной системы выходит на максимальное удаление от центра массы самого Солнца, то как видно из рис. 2,*a*, примерно через каждые 20 лет $R_c(t)$ принимает значение около 1,6 R_f и в такие годы расстояние от Земли в процесе ее годового движения по орбите вокруг положения центра масс Солнечной системы (а не вокруг положения центра масс Солнца), как это вытекает из основных законов небесной механики (приводящих к формуле (14)), изменяется от максимального $R_{cc} + 1,8R_f$ до минимального $R_{cc} - 1,8R_f$, где $R_{cc} = 150 \cdot 10^6$ км – среднее расстояние между центрами масс Земли и Солнца. Поскольку приливообразующая сила воздействия небесного тела на земные недра обратно-пропорциональна третьей степени расстояния между этими небесными телами, то для полугодовой вариации величины F_{tid} солнечного притяжения в "аномальные" годы получаем

$$F_{tid \max} - F_{tid \min} = 10,8(R_f / R_{cc})(F_{tid \max} + F_{tid \min}) / 2 =$$

= 0,0494(F_{tid \max} + F_{tid \min}) / 2 = 0,0494F_{tid cp}, (20)

т.е. внутригодовые вариации солнечного компонента силы земного прилива в аномальном году составляют около 5% своего среднего значения.

Достаточно ли таких вариаций силы земных приливов в земной коре, чтобы влиять на среднегодовую частоту сильнейших землетрясений мира? Этот вопрос подробно проанализирован в наших работах [38, 39] и в результате предложена следующая концепция усталостного разрушения сложно-напряженных материалов земных пород при повторно-переменном многоцикловом механическом приливном нагружении.

Согласно этой концепции основной вклад в накопление энергии в подготовленных очагах сильнейших землетрясений (с магнитудой $M \ge 8,0$) дают очень медленные тектонические движения литосферных плит вдоль основных разломов земной коры и верхней мантии. Эти процессы обусловливают в каждом относительно однородном ("элементарном") объеме земных пород величину и направление трех главных механических напряжений: $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$. При этом наибольшее главное напряжение σ_1 будет определяться именно медленными тектоническими движениями, а приливные циклические напряжения (полусуточные вариации силы приливной волны в данном очаге, обусловленные суточным вращением Земли вокруг своей оси) будут вносить вклад в другие главные напряжения σ_2 и σ_3 сложно-напряженных земных пород в очаге. При этом относительно быстрые изменения наименьшего главного напряжения (изменения вклада воздействия Солнца в амплитуду приливной волны в земных породах) в аномальные годы могут служить триггерным (спусковым) механизмом стимуляции разгрузки подготовленных очагов землетрясений.

Более детально эта концепция реализуется так. Из механики разрушения деформируемого твердого тела следует, что за счет эффекта ползучести при длительных статических нагружениях на пределе прочности материала нагруженный элемент объема оказывается пронизанным сложной системой трещин, при этом трещины высшего иерархического уровня ориентированы в основном вдоль оси сжатия наибольшего главного напряжения σ_1 . При этом материал пород находится в неустойчивом состоянии и может сравнительно легко разрушиться за счет явления многоцикловой усталости под действием других главных напряжений σ_2 или σ_3 , направления которых не совпадают с направлением наибольшего главного напряжения. При этом условие $\max |\sigma_3| << \sigma_1$ не является непреодолимой преградой для возникновения эффекта разрушения, вызванного многоцикловым напряжением $\sigma_3(t)$ породы, нагруженной еще и длительным статическим напряжением σ_1 . Здесь все может решить время (т.е. достаточное количество циклов нагружения) и может быть еще эффекты резонанса некоторых частот квазипериодического нагружения возбуждающей силы на одной из собственных частот подготовленного очага. Чтобы убедиться в этом, рассмотрим два почти идентичных очага (очаг-1 и очаг-2), отличающиеся лишь амплитудой циклической нагрузки $\sigma_3(t)$, вызванной действием полусуточной приливной волны на земную кору (а следовательно, отличающиеся друг от друга величиной α средней скорости образования усталостных трещин в объеме пород под действием такой длительной циклической нагрузки).

Воспользуемся формулой для пуассоновского распределения

$$P_n(\alpha N) = (\alpha N)^n (n!)^{-1} \exp(-\alpha N)$$
(21)

вероятности при вычислении вероятности $P_n(N)$ образования *n* новых трещин за *N* новых циклов нагружения при средней скорости α образования новых трещин за один цикл нагружения.

Пусть скорость образования новых трещин для очага-1 будет равна α_1 , а для очага-2 – α_2 .

Теперь следует учесть тесную связь величины α для данного очага с амплитудой циклического нагружения сложно-напряженных пород очага, находящегося в условиях длительного статического нагружения вдоль направления главного напряжения. Из самых общих рассуждений следует, что для двух почти идентичных (в указанном выше смысле) очагов скорость образования трещин за один цикл будет больше у того очага, для которого амплитуда циклической нагрузки $\sigma_3(t)$ будет выше. Поэтому, если для очага-2 амплитуда приливной волны будет больше, чем для очага-1, то $\alpha_1 < \alpha_2$. С учетом этого из выражения (21) находим для логарифма отношения вероятностей образования одного и того же числа новых трещин *n* за одно и то же число *N* новых циклов нагружения:

$$\ln[P_n(\alpha_2 N) / P_n(\alpha_1 N)] = n(\ln \alpha_2 - \ln \alpha_1) - (\alpha_2 - \alpha_1)N.$$
(22)

Нетрудно убедиться, что из последнего соотношения вытекают следующие количественные выводы для близих значений скоростей трещинообразования в двух очагах ($\alpha_2 / \alpha_1 \approx 1$):

1) при фиксированном числе циклов нагружения N >> 1 и для отношения $\alpha_2 / \alpha_1 \approx 1$ вероятность образования малого числа *n* новых трещин для очага-2 меньше, чем для очага-1 (при таких *n* правая часть (22) отрицательна);

2) при фиксированном числе циклов нагружения N >>1 и для отношения $\alpha_2 / \alpha_1 \approx 1$ вероятность образования достаточно большого числа *n* новых трещин для очага-2 больше, чем для очага-1 (при таких *n* правая часть (22) положительна);

3) при фиксированном числе циклов нагружения N >>1 и для отношения $\alpha_2 / \alpha_1 \approx 1$ наиболее вероятное значение числа (оно равно n_2) новых трещин для очага-2 больше, чем аналогичное значение (оно равно n_1) для очага-1, т.е. максимум вероятности образования новых трещин для очага-2 достигается при большем значении n_2 , чем для очага-1.

Эти общие выводы проиллюстрированы на рис. 4 для двух почти идентичных очагов, отличающихся лишь средней скоростью образования новых трещин, а именно, $\alpha_1 = 0,0040$ и $\alpha_2 = 0,0045$ для выбора числа циклов нагружения N = 730 циклов (это число циклов отвечает 1 году, поскольку, как известно, в сутки укладывается ровно 2 периода полусуточной приливной волны). На рис. 4 приведены зависимости логарифма вероятности образования *n* новых трещин за 1 год для приливной полусуточной волны "нормальной" амплитуды (кривая *1*, соответствующая средней скорости трещинообразования $\alpha_1 = 0,0040$) и для приливной волны с незначительно увеличенной амплитудой (кривая 2, соответствующая средней скорости трещинобразования $\alpha_2 = 0,0045$).



Рис. 4. Зависимость логарифма вероятности образования n новых трещин за l год для приливной полусуточной волны "нормальной" амплитуды для двух очагов: $l - \alpha_1 = 0,0040; 2 - \alpha_2 = 0,0045.$

В связи с последним будет небезынтересным рассчитать математическое ожидание среднегодовой частоты сейсмических событий рассматриваемого класса (т.е. с магнитудой $M \ge 8,0$) для типичных распределений подготовленных почти идентичных очагов двух классов: первый характеризуется средней скоростью трещинообразования $\alpha_1 = 0,0040$ и второй – $\alpha_2 = 0,0045$. Охарактеризуем вероятность Z(n) существования (в рассмат-

риваемый год сейсмической активности) подготовленных очагов каждого из двух таких классов количеством n магистральных трещин высшего иерархического уровня, достаточным для освобождения на протяжении такого года всей накопившейся энергии в очаге, обеспечивающей при разгрузке землетрясение с магнитудой $M \ge 8,0$. Принимаем, что обеспечение появления в таком году n магистральных трещин высшего иерархического уровня в очаге первого или второго класса вызовет лавинообразное разрушение (дилатансию) сложно-напряженных пород в очаге с выделением энергии, не меньшей указанной магнитуды: $M \ge 8,0$).

Итак, выберем значение вероятности существования $Z_i(n)$ очагов каждого из двух указанных классов в виде такой модели:

$$Z_i(n) = \begin{cases} 0,5, & n=5,6, & i=1,2, \\ 0, & n\neq 5,6. \end{cases}$$
(23)

Абсолютное значение H числа подготовленных очагов сильнейших землетрясений в течение одного года зависит от региона Земли, и есть основания считать, что в современную эпоху значение H не более 10^2 /год для любого сейсмоактивного региона. Очаги с $n \ge 7$ в модельное распределение (23) не включены, так как они уже не будут подготовленными очагами (слишком много для них нужно инициирующих разгрузку трещин высшего иерархического уровня), а очаги с $n \le 4$ не включены как весьма неустойчивые и могут возникнуть с достаточно малой вероятностью.

Выполнив расчет математического ожидания M_i по стандартной формуле теории вероятностей

$$M_{i} = \sum_{n} P_{n}(\alpha_{i}N)Z_{i}(n), \quad i = 1, 2,$$
(24)

для каждого из двух классов очагов с использованием формул (21) и (23), получим:

$$M_1 = 12,1;$$
 $M_2 = 18,9,$ (25)

откуда, в частности, получаем для их отношения $M_2 / M_1 = 1,56$, что удивительно близко к наблюдаемому значению контраста аномальной сейсмичности $K_{\rm ac}$, определяемому по формуле (19).

Последний расчет иллюстрирует правомерность предлагаемой авторами концепции триггерного (спускового) механизма стимуляции разгрузки подготовленных очагов сильнейших землетрясений, связанного с воздействием переменных приливных напряжений в земной коре как повторнопеременного механического нагружения земных пород, воздействующего на горный материал, находящийся в неустойчивом состоянии длительного статического тектонического нагружения.

5. Принцип иерархичности многоуровневой модели динамики сложной системы. Авторы считают целесообразным сформулировать свой принцип иерархичности многоуровневой модели динамики сложной системы (принцип фундаментальной триады), который был использован в каждой из рассмотренных выше четырех задачах нелинейной механики. Суть этого принципа заключается в необходимости учета резонансных связей рассматриваемой системы (макросистемы) с ее составными элементами (микросистемами) и с мегасистемой, в которую рассматриваемая система входит как одна из составляющих.

Методически этот принцип оказывается достаточно плодотворным как в частном случае выявления "малых параметров связи" между названными макро- и микросистемами и между макро- и мегасистемами, так и в ряде иных случаев, заслуживающих отдельной публикации.

Так, именно этот принцип позволяет при анализе реальной нелинейной колебательной системы из пункта 2 рассматривать ее как дискретно-континуальную систему в том смысле, что одна группа свойств реальной колебательной системы может достаточно успешно описываться в модели системы со сосредоточенными параметрами (например, дискретные собственные частоты, декременты колебаний, форма петли гистерезиса), а другая группа свойств требует модели с распределенными параметрами (например, процесс накопления нарушений порядка в объеме кристаллической решетки упругого элемента системы, проявляющийся в виде роста дислокаций, их объединения между собой с последующим образованием сначала системы множественных усталостных микротрещин, а затем магистральных трещин и разрушения материала).

Для другого рассмотренного примера из пункта 4 принцип иерархичности многоуровневой модели динамики сложной системы (принцип фундаментальной триады) позволил провести моделирование и естественно выделить следующие пять связанных иерархических уровней: движение планет Солнечной системы \Rightarrow изменение гравитационного потенциала, действующего на земную кору и мантию, \Rightarrow изменения приливных деформаций \Rightarrow региональные разрушения земной коры \Rightarrow дилатансия (разрушение) сложнонапряженных земных пород.

Резюме

Наведено узагальнення деяких результатів досліджень авторів в області нелінійної механіки стосовно проблем, які виникають на межі механіки міцності матеріалів, питань стійкости дискретно-континуальних складних систем і інженерно-фізичних задач верифікації (перевірки) теорій об'єднання фундаментальних полів. Сформульовано запропонований авторами принцип фундаментальної тріади, корисний при моделюванні методами системного аналізу динаміки складних дискретно-континуальних механічних систем різних просторових масштабів.

1. *Дьюли У.* Лазерная технология и анализ материалов. – М.: Мир, 1986. – 504 с.

- 2. Уилл К. Теория и эксперимент в гравитационной физике. М.: Энергоатомиздат, 1985. – 295 с.
- 3. Копвиллем У. Х., Нагибаров В. Р. Генерация гравитационного луча в непрямом режиме // Журн. эксперим. и теорет. физики. 1969. 56, вып. 1. С. 201 214.
- 4. Писарев А. Ф. Излучатель гравитационных волн в оптическом диапазоне частот – гразер // Р13-12845. – Дубна: ОИЯИ, 1979. – 18 с.
- Писаренко В. Г. О возможности генерации гравитационных волн оптического, СВЧ- и УВЧ-диапазонов с помощью мощного когерентного излучения и о приеме волн для ряда теорий гравитации // Гравитационные волны: Тр. рабочего совещ. по пробл. излучения и детектирования гравит. волн. Д2-13-83-689. Дубна: ОИЯИ, 1983. С. 47 59.
- 6. Писаренко Г. С., Леонец В. А., Писаренко В. Г. Взаимодействие лазерных импульсов с монокристаллами в связи с проблемой генерации гравитационных волн // Докл. АН УССР. Сер. А. – 1985. – № 11. – С. 31 – 37.
- 7. Писаренко Г. С., Леонец В. А., Писаренко В. Г. Влияние термоудара и ударных волн на стабильность ожидаемого выхода гравитационного излучения из монокристалла, облучаемого импульсами когерентного излучения. Киев, 1985. 27 с. (Препр. / АН УССР. Ин-т пробл. прочности).
- Костырко И. И., Писаренко В. Г. Построение автомодельных решений системы уравнений газовой динамики с учетом сильных энергетических возмущений. – Киев, 1984. – 17 с. – (Препр. / АН УССР. Ин-т пробл. прочности).
- 9. *Pisarenko V. G.* About the possibility of verification of relativistic gravitation theory using of gravitational wave experiment // Abstracts of the Reports at the International School-Seminar. Odessa, 1995. P. 121.
- 10. *Писаренко В. Г.* Точное решение нелинейного уравнения Шредингера, описывающего самоканализацию лазерного луча // Докл. АН УССР. Сер. А. 1979. № 7. С. 554 559.
- Писаренко В. Г. Распространение волн деформации в негуковских средах с запаздыванием текучести // Пробл. прочности. – 1983. – № 6. – С. 89 – 94.
- 12. Лисица М. П., Фекешгази И. В. Характер разрушений, образованных излучением лазера на поверхностях или в объеме прозрачных стекол // Квант. электроника. 1972. **11**, № 6. С. 86 88.
- 13. Лохов Ю. Н., Моспанов В. С., Фивейский Ю. Д. Испарение и разрушение торцов прозрачного твердого тела диэлектрика // Там же. – 1975. – **2**, № 5. – С. 898 – 901.
- 14. *Леонец В. А.* Кинетика разрушения прозрачных твердых диэлектриков при локальном импульсном лазерном нагреве. Киев, 1988. 36 с. (Препр. / АН УССР. Ин-т пробл. прочности).

- Писаренко Г. С., Писаренко В. Г. Обобщение уравнений контура петли гистерезиса, характеризующего несовершенную упругость материала // Stroinicky Casopis. – 1969. – **XX**, cislo 1. – С. 14 – 34; cislo 2. – С. 105 – 124.
- 16. *Давиденков Н. Н.* Обзор о рассеянии энергии при вибрациях // Журн. техн. физики. 1938. **8**, вып. 6. С. 483 490.
- 17. Крылов Н. М., Боголюбов Н. Н. Введение в нелинейную механику. Киев: Изд-во АН УССР, 1937. – 363 с.
- 18. Писаренко Г. С. Колебания упругих систем с учетом рассеяния энергии в материале. – Киев: Изд-во АН УССР, 1955. – 238 с.
- 19. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1974. 503 с.
- 20. Косевич А. М. Физическая механика реальных кристаллов. Киев: Наук. думка, 1981. 327 с.
- 21. *Писаренко Г. С.* Колебания упругих систем с учетом несовершенной упругости материала. Киев: Наук. думка, 1970. 379 с.
- 22. *Матвеев В. В.* Демпфирование колебаний деформируемых тел. Киев: Наук. думка, 1985. 264 с.
- 23. Писаренко Г. С., Богинич О. Е. Поперечные колебания консольно защемленного стержня с учетом диссипации энергии при кинематическом возбуждении амплитудно-модулированными гармоническими перемещениями его заделки // Пробл. прочности. 1979. № 2. С. 3 11.
- 24. Писаренко Г. С., Богинич О. Е. Колебания кинематически возбуждаемых механических систем с учетом диссипации энергии. – Киев: Наук. думка, 1981. – 219 с.
- 25. *Писаренко Г. С.* Обобщенная нелинейная модель учета рассеяния энергии при колебаниях. Киев: Наук. думка, 1985. 240 с.
- 26. Сулима А. М., Шулов В. А., Ягодкин Ю. Д. Поверхностный слой и эксплуатационные свойства деталей машин. М.: Машиностроение, 1988. 238 с.
- 27. Писаренко Г. С., Жуков В. В., Писаренко В. Г. Оптимизация методов анализа физико-механических свойств поверхности материалов на атомно-молекулярном уровне. Киев, 1991. 53 с. (Препр. / АН УССР. Ин-т пробл. прочности).
- 28. *Анализ* поверхности методами оже- и рентгеновской фотоэлектронной спектроскопии / Под. ред. Д. И. Бригтса, М. П. Сиха. М.: Мир, 1987. 600 с.
- 29. Ботт М. Внутреннее строение Земли. М.: Мир, 1974. 374 с.
- 30. Землетрясения и предупреждение стихийных бедствий // 27-й МГК Колл. 08. М.: Наука, 1984. 153 с.
- 31. Klein F. W. Earthquake swarms and the semidiurnal solid Earth tide // Geophys. J. Royal Astron. Soc. 1976. P. 45.

- 32. Собакарь Г. Т. Неприливные изменения силы тяжести. Киев: Наук. думка, 1981. 145 с.
- 33. Чижевский А. Л. Земное эхо солнечных бурь. М.: Мысль, 1976. 368 с.
- 34. *Мирошниченко Л. И.* Солнечная активность и Земля. М.: Наука, 1981. 145 с.
- 35. *Садовский М. А.* Институту физики Земли АН СССР 50 лет // Земля и Вселенная. 1979. № 1. С. 55 61.
- 36. *World's* Hypocenters Data File, 1885 VI. 1982 // USGA-NOAA, USA. 1982. 95 p.
- 37. Писаренко В. Г. Проблемы релятивистской динамики многих тел и нелинейной теории поля. Киев: Наук. думка, 1974. 464 с.
- 38. Писаренко Г. С., Писаренко В. Г. Новый механизм стимуляции разгрузки тектонических напряжений, связаный с динамикой Солнечной системы, циклическим нагружением и усталостью сложно-напряженных земных пород // Докл. АН УССР. Сер. А. – 1985. – № 12. – С. 37 – 42.
- 39. Писаренко Г. С., Писаренко В. Г. О возможной связи процессов разгрузки тектонических напряжений с динамикой Солнечной системы. Киев, 1991. 61 с. (Препр. / АН УССР. Ин-т пробл. прочности; № 892).

Поступила 29. 06. 2000