УДК 539.374

Деформационная теория термовязкоупругопластического деформирования ортотропного тела, учитывающая историю нагружения

Ю. Н. Шевченко

Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, Киев, Украина

Рассматривается один из возможных вариантов определяющих уравнений, описывающих неизотермические процессы деформирования ортотропного тела, учитывающие деформации ползучести и историю нагружения и нагрева тела. Уравнения записаны в тензорно-линейной форме. Определены базовые эксперименты, на основе которых приводится алгоритм конкретизации скалярных функций, входящих в определяющие уравнения.

В работах [1–10] развиваются различные варианты деформационной теории пластичности анизотропных материалов, не учитывающие историю нагружения, в [11–14] – различные варианты теории ползучести анизотропных сред. Однако определяющие уравнения теории термовязкопластического деформирования ортотропного тела, учитывающие историю нагружения в настоящее время в литературных источниках отсутствуют. Поэтому в настоящей статье формулируются определяющие уравнения термовязкопластичности ортотропного тела, учитывающие историю нагружения, определяются базовые эксперименты, которые дают возможность конкретизировать скалярные функции, входящие в эти уравнения, и намечаются алгоритмы их конкретизации.

Пусть ортотропное твердое тело находится в условиях неравномерного нагрева и внешних воздействий, которые деформируют его элементы за пределами упругой работы материала по прямолинейным траекториям или мало отклоняющимся от них. Предположим, что компоненты деформаций ε_{ij} каждого элемента ортотропного тела в главных осях анизотропии механических и термических свойств материала равны сумме упругих ε_{ij}^{e}, мгновенных пластических ε_{ij}^{p}, деформации ползучести ε_{ij}^{c} и чисто тепловых ε_{ij}^{T} составляющих, т.е.

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{e} + \varepsilon_{ij}^{p} + \varepsilon_{ij}^{c} + \varepsilon_{ij}^{T}\delta_{ij}, \tag{1}$$

где δ_{ij} – символ Кронеккера.

Упругая составляющая деформации ε_{ij}^{e} определяется в соответствии с законом Гука для ортотропного тела:

$$\begin{gathered}\varepsilon_{11}^{e} = \frac{\sigma_{11}}{E_1} - \frac{\nu_{12}}{E_2}\sigma_{22} - \frac{\nu_{13}}{E_3}\sigma_{33}, \quad (1, 2, 3);\\ \varepsilon_{12}^{e} = \frac{\sigma_{12}}{2G_{12}}, \quad (1, 2, 3),\end{gathered} \tag{2}$$

© Ю. Н. ШЕВЧЕНКО, 2000

где E_i – модули упругости материала вдоль главных осей анизотропии; $G_{ij} = G_{ji}$ – модули сдвига между этими осями; ν_{ij} – коэффициенты Пуассона, характеризующие деформации материала вдоль оси i при растяжении вдоль главной оси j; σ_{ij} – компоненты тензора напряжения в главных осях анизотропии. (Здесь и далее символ (1, 2, 3) указывает на то, что недостающие соотношения получаются из написанных путем круговой перестановки индексов 1 на 2, 2 на 3 и 3 на 1.) При этом имеют место зависимости

$$\frac{\nu_{12}}{E_2} = \frac{\nu_{21}}{E_1}. \tag{3}$$

Пластические составляющие деформации ε_{ij}^p в главных осях анизотропии представим в таком виде [10]:

$$\begin{gathered} \varepsilon_{11}^p = \psi_{11}\sigma_{11} + \psi_{12}\sigma_{22} + \psi_{13}\sigma_{33}, \quad (1, 2, 3); \\ \varepsilon_{12} = g_{12}\sigma_{12}, \quad (1, 2, 3). \end{gathered} \tag{4}$$

Для определения деформаций ползучести весь процесс нагружения и нагрева тела разбиваем на отдельные этапы. Тогда в конце m-го этапа нагружения и нагрева тела деформации ползучести определяются следующим образом:

$$(\varepsilon_{ij}^c)_m = \sum_{K=1}^{m} \Delta_k \varepsilon_{ij}^c. \tag{5}$$

Приращения деформации ползучести $\Delta_k \varepsilon_{ij}^c$ за k-й этап нагружения и нагрева представим в виде

$$\begin{gathered} \Delta_k \varepsilon_{11}^c = C_{11}\sigma_{11} + C_{12}\sigma_{22} + C_{13}\sigma_{33}, \quad (1, 2, 3); \\ \Delta_k \varepsilon_{12}^c = D_{12}\sigma_{12}, \quad (1, 2, 3), \end{gathered} \tag{6}$$

где функции ψ_{ij}, $g_{ij} = g_{ji}$, C_{ij} и $D_{ij} = D_{ji}$ определяются экспериментально на основе построенных мгновенных термомеханических поверхностей и сопряженных с ними диаграмм ползучести, которые характеризуют механические свойства материала вдоль главных осей анизотропии и сдвига между этими осями [15]. Под мгновенной термомеханической поверхностью подразумевается геометрическое место диаграмм растяжения образцов вдоль соответствующего главного направления анизотропии, полученных при различных фиксированных значениях температуры с такой скоростью нагружения, при которой не проявляются реологические свойства материала. С этой же скоростью нагружаются образцы до определенных уровней напряжений при фиксированных значениях температуры, при которых строятся диаграммы ползучести.

Чисто тепловая деформация определяется равенством

$$\varepsilon_{11}^T = \alpha_i^T (T - T_0), \quad (1, 2, 3), \tag{7}$$

где α_i^T – коэффициенты линейного теплового расширения материала вдоль i-й главной оси анизотропии; T_0 – начальное значение температуры T, при которой тело находится в естественном не напряженном и не деформированном состоянии.

Функции ψ_{ij} определяются мгновенными диаграммами растяжения образцов вдоль главных осей анизотропии при различных фиксированных значениях температуры с замерами продольных и поперечных деформаций. В этом случае из (4) имеем

$$\psi_{11} = \frac{\left|\varepsilon_{11}^p\right|}{\sigma_{11}^q}; \quad \psi_{21} = -\frac{\left|\varepsilon_{22}^p\right|}{\sigma_{11}^q}; \quad \psi_{21} = -\frac{\left|\varepsilon_{33}^p\right|}{\sigma_{11}^q}, \quad (1, 2, 3). \tag{8}$$

А функции C_{ij} определяются соответствующими диаграммами ползучести образцов согласно (6) такими равенствами:

$$C_{11} = \frac{\left|\Delta\varepsilon_{11}^c\right|}{\sigma_{11}^d}; \quad C_{21} = -\frac{\left|\Delta\varepsilon_{22}^c\right|}{\sigma_n^d}; \quad C_{31} = -\frac{\left|\Delta\varepsilon_{33}^c\right|}{\sigma_n^d}, \quad (1, 2, 3). \tag{9}$$

Функции g_{ij} определяются мгновенными диаграммами, полученными из опытов на чистый сдвиг [16] между главными осями анизотропии материала при различных фиксированных температурах. В этом случае из выражений (4) имеем

$$g_{12} = g_{21} = \frac{\varepsilon_{12}^p}{\sigma_{12}^q}, \quad (1, 2, 3), \tag{10}$$

а функции D_{ij} определяются соответствующими диаграммами ползучести выражением вида

$$D_{12} = D_{21} = \frac{\Delta\varepsilon_{12}^c}{\sigma_{12}^q}, \quad (1, 2, 3), \tag{11}$$

где σ_{ij}^q определяются соответствующими диаграммами мгновенного растяжения образцов.

Опыты на чистый сдвиг и растяжение следует проводить на образцах различной формы в зависимости от характера анизотропии материала. Например, если главные оси анизотропии совпадают с декартовой системой координат, то опыты на растяжение можно проводить на плоских образцах, вырезанных вдоль главных осей анизотропии, плоскость которых совпадает с плоскостью, ортогональной одной из главных осей анизотропии. Опыты на чистый сдвиг можно проводить на образцах в виде квадратных пластинок $\alpha \times \alpha$ толщиной h $(h < \alpha)$, плоскость которых ортогональна одной из главных осей анизотропии и наклонена к двум другим главным осям анизотропии под углом 45° [16]. Образец нагружается равномерно распределенными нагрузками, растягивающими его по двум противоположным граням и сжимающими – по двум другим. Интенсивность напряжений растяжения и сжатия одинаковая. При этом в образце на площадках, ортогональных главным осям анизотропии, будут возникать только касательные напряжения (например, σ_{12}), равные интенсивности заданной растягивающей нагрузки. Деформацию сдвига между главными осями анизотропии (1 и 2) можно определить, пользуясь формулами преобразования компонент тензора деформации при повороте системы координат. В рассматриваемом случае имеем

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_{21} = \varepsilon'_{11} - \frac{\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}}{2}, \tag{12}$$

где $\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}$ – деформации в этих опытах вдоль главных осей анизотропии; ε'_{11} – деформация образца вдоль растягивающей силы.

Для проведения соответствующих опытов размеры образцов выбираются стандартными.

Для определения функций g_{ij}, D_{ij} вместо опытов на сдвиг (10), (11) можно воспользоваться опытами на растяжение образцов, вырезанных вдоль осей, равнонаклоненных к двум главным осям анизотропии ортогонально третьей главной оси. При этом необходимо воспользоваться формулами преобразования функций ψ_{ij}, g_{ij} и C_{ij}, D_{ij} при повороте системы координат, аналогичным формулам преобразования компонент тензора четвертого ранга. Эти формулы имеют место в силу инвариантности суммы произведений $\sigma_{ij}\varepsilon_{ij}^{p}$, $\sigma_{ij}\Delta\varepsilon_{ij}^{c}$ и представлений (4), (6).

Например, растягивая образец, вырезанный вдоль оси q'_1, равнонаклоненной к главным осям анизотропии q_1, q_2 и ортогональной главной оси q_3 силой интенсивности S_1, и, замеряя продольную деформацию ε'_{11}, можно найти функции

$$\psi'_{11} = \frac{|\varepsilon'_{11}|}{S_1}; \quad C'_{11} = \frac{\Delta\varepsilon_{11}^{c'}}{S_1}, \quad (1, 2, 3). \tag{13}$$

Функция ψ'_{11} определяется мгновенной термомеханической поверхностью в направлении q'_1, а C'_{11} – соответствующей диаграммой ползучести. Тогда из формул преобразования компонент тензора четвертого ранга применительно к функциям ψ_{ij}, g_{ij} $(\psi_{ij} \neq \psi_{ji})$ и C_{ij}, D_{ij} $(C_{ij} \neq C_{ji})$ найдем

$$g_{12} = g_{21} = 2\psi'_{11} - \frac{1}{2}(\psi_{11} + \psi_{22} + \psi_{12} + \psi_{21}) \tag{14}$$

и

$$D_{12} = D_{21} = 2C'_{11} - \frac{1}{2}(C_{11} + C_{22} + C_{12} + C_{21}), \qquad (15)$$

т.е., зная значения функций ψ_{ij} (8), ψ'_{ii} и C'_{ii} (13), и C_{ij} (9), можно определить соответствующие значения g_{ij} (14) и D_{ij} (15).

Эксперименты, приведенные в [3, 10] и других авторов, показывают, что функции ψ_{ij} и C_{ij}, как правило, образуют несимметричные матрицы $\psi_{ij} \neq \psi_{ji}$, $C_{ij} \neq C_{ji}$. Тогда в случае необратимой несжимаемости материала, т.е.

$$\varepsilon_{11}^{p} + \varepsilon_{22}^{p} + \varepsilon_{33}^{p} = 0 \quad \text{и} \quad \varepsilon_{11}^{c} + \varepsilon_{22}^{c} + \varepsilon_{33}^{c} = 0, \qquad (16)$$

имеют место следующие зависимости:

$$\psi_{21} = \psi_{31} = 0{,}5\psi_{11}; \quad C_{31} = C_{21} = 0{,}5C_{11}, \quad (1, 2, 3), \qquad (17)$$

и равенства (14), (15) примут вид

$$g_{12} = g_{21} = 2\psi'_{11} - \frac{\psi_{11} + \psi_{22}}{4}, \quad (1, 2, 3) \qquad (18)$$

и

$$D_{12} = D_{21} = 2C'_{11} - \frac{C_{11} + C_{22}}{4}, \quad (1, 2, 3). \qquad (19)$$

Таким образом, для конкретизации функций, входящих в определяющие уравнения, достаточно провести шесть экспериментов: на растяжение образцов, вырезанных вдоль главных направлений анизотропии, на растяжение образцов, вырезанных под углом 45° к двум главным направлениям анизотропии ортогонально третей главной оси, с замерами только продольных деформаций при различных фиксированных значениях температуры со скоростью нагружения, при которой не проявляются реологические свойства материала, и соответствующие опыты на ползучесть. Значения функций ψ_{ij}, g_{ij} и C_{ij}, D_{ij} на основе сформулированных выше экспериментов определяются в процессе решения краевой задаче по этапам методом последовательных приближений. Для этого систему уравнений (1), (2) решим относительно компонент тензора напряжения. В результате получим

$$\begin{gathered} \sigma_{11} = A_{11}\varepsilon_{11} + A_{12}\varepsilon_{22} + A_{13}\varepsilon_{33} - \sigma_{11}^{*}, \quad (1, 2, 3); \\ \sigma_{12} = 2G_{12}\varepsilon_{12} - \sigma_{12}^{*}, \quad (1, 2, 3), \end{gathered} \qquad (20)$$

где

$$A_{11} = \frac{E_1}{\Delta}(1 - \gamma_{23}\gamma_{32}), \quad A_{21} = A_{12} = \frac{E_1}{\Delta}(\gamma_{32}\gamma_{13} + \gamma_{12}), \quad (1, 2, 3), \qquad (21)$$

$$\Delta = (1 - \gamma_{23}\gamma_{32}) - \gamma_{21}(\gamma_{32}\gamma_{13} + \gamma_{12}) - \gamma_{31}(\gamma_{12}\gamma_{23} + \gamma_{13}). \qquad (22)$$

При этом на основании (3) имеем $A_{ij} = A_{ji}$. Дополнительные напряжения σ^*_{ij} определяются равенствами

$$\begin{gathered} \sigma^*_{11} = A_{11}\varepsilon^{\text{н}}_{11} + A_{12}\varepsilon^{\text{н}}_{22} + A_{13}\varepsilon^{\text{н}}_{23} + \beta_{11}(T - T_0), \quad (1, 2, 3); \\ \sigma^*_{12} = 2G_{12}\varepsilon^{\text{н}}_{12}, \quad (1, 2, 3), \end{gathered} \qquad (23)$$

где

$$\beta_{11} = A_{11}\alpha^T_1 + A_{12}\alpha^T_2 + A_{13}\alpha^T_3, \quad (1, 2, 3), \qquad (24)$$

$\varepsilon^{\text{н}}_{ij}$ – компоненты необратимой деформации,

$$\varepsilon^{\text{н}}_{ij} = \varepsilon^p_{ij} + \varepsilon^c_{ij}. \qquad (25)$$

Для решения краевой задачи на базе определяющих уравнений (20)–(25) весь процесс нагружения и нагрева твердого тела разбивается на отдельные этапы. Предположим, что вначале k-го этапа нагружения и нагрева тела известны значения компонент пластических деформаций ε^p_{ij} и деформаций ползучести ε^c_{ij}, найденные в последнем приближении предыдущего этапа (на первом этапе эти компоненты равны нулю). Тогда в первом приближении k-го этапа решается идеально упругая краевая задача с дополнительными напряжениями в соотношениях (20), которые определяются равенствами (23) для нагрузки и температуры конца этого этапа. При этом в соотношениях (23) значения $\varepsilon^{\text{н}}_{ij}$ (24) заданы в начале рассматриваемого этапа нагружения и нагрева тела.

В результате решения краевой задачи определяются значения компонент тензоров напряжения и деформаций и векторов перемещения в главных осях анизотропии. Пользуясь определенными значениями деформаций ε_{ij} и значениями компонент деформаций ползучести ε^c_{ij}, полученными на начальном этапе нагружения, определим компоненты чисто силовой мгновенной деформации:

$$\varepsilon^*_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon^c_{ij} - \alpha_i T(T - T_0)\delta_{ij}, \qquad (26)$$

где T – значения температуры элемента тела в конце k-го этапа.

По значениям мгновенных силовых деформаций (26) и по мгновенным термомеханическим поверхностям

$$\sigma^q_{ij} = f_{ij}(\varepsilon^*_{ij}, t) \qquad (27)$$

для температуры соответствующего элемента тела найдем компоненты напряжения σ_{ij}^{q} и соответствующие значения упругих деформаций σ_{11}^{q}/E_1 (1, 2, 3), $\sigma_{12}^{q}/2G_{12}$ (1, 2, 3). Тогда мгновенные пластические деформации в соответствующих образцах будут иметь вид

$$\varepsilon_{11}^{p} = \bar{\varepsilon}_{11}^{*} - \frac{\sigma_{11}^{q}}{E_1}; \quad \varepsilon_{12}^{p} = \bar{\varepsilon}_{12}^{*} - \frac{\sigma_{12}^{q}}{2G_{12}}, \quad (1, 2, 3), \tag{28}$$

и формулы (8), (10), (17) дают возможность получить значения функций ψ_{ij} и g_{ij} при соответствующем значении температуры на k-м этапе в первом приближении. Далее по найденным значениям напряжения σ_{ij}^{q} и температуры T элемента тела берутся соответствующие диаграммы ползучести, полученные интерполированием заданных диаграмм ползучести по σ_{ij}^{q}, и т.д. По этим диаграммам для времени этапа и за время его протекания определяются приращения деформаций ползучести $\Delta_k \varepsilon_{ij}^{c}$ образца, а по формулам (9), (11), (17) – соответствующие значения функций C_{ij} и D_{ij} в первом приближении.

Если же функции g_{ij} и D_{ij} определяются равенствами (14)–(19), то после вычисленных значений ψ_{ij} и C_{ij} необходимо еще определить функции ψ'_{ij}, C'_{ij} (13). Для этого, пользуясь формулами преобразования компонент тензора чисто силовых мгновенных деформаций (21) в главных осях анизотропии, вычисляем значения соответствующих компонент $\bar{\varepsilon}_{11}^{*\prime}, \bar{\varepsilon}_{22}^{*\prime}, \bar{\varepsilon}_{33}^{*\prime}$ деформаций в направлениях осей, равнонаклоненных к двум главным осям и ортогональных третьей главной оси q'_1.

Если проводить растяжение образца вдоль оси q'_1, составляющей с главной осью анизотропии q_3 прямой угол, а с осями q_1 и q_2 – углы по 45°, то

$$\bar{\varepsilon}_{11}^{*\prime} = \bar{\varepsilon}_{12}^{*} + \frac{\bar{\varepsilon}_{11}^{*} + \bar{\varepsilon}_{22}^{*}}{2}, \quad (1, 2, 3). \tag{29}$$

По этим значениям деформаций и уравнениям мгновенных термомеханических поверхностей

$$S_i = \Phi_i(\bar{\varepsilon}_{ij}^{*\prime}, T), \quad (1, 2, 3), \tag{30}$$

для температуры T элемента тела находим соответствующее значение S_i, упругие составляющие S_1/E_{12} (1, 2, 3) в этих направлениях и соответствующие значения мгновенных пластических деформаций образцов:

$$\varepsilon_{11}^{p'} = \bar{\varepsilon}_{11}^{*\prime} - \frac{S_1}{E_{12}}, \quad (1, 2, 3), \tag{31}$$

 ISSN 0556-171X. Проблемы прочности, 2000, № 5

где E_{ij} – модуль упругости вдоль осей, равнонаклоненных к двум главным осям q_i и q_j и ортогональных третьей главной оси.

По формулам (13) определяем значения ψ'_{ij}, а по формулам (14) или (18) – соответствующие значения g_{ij} в первом приближении. Пользуясь далее найденными значениями S_i и соответствующими диаграммами ползучести в этих направлениях при температуре T для момента времени этапа за время его протекания найдем приращение деформации ползучести $\Delta_k \varepsilon_{ij}^{c'}$ образца, а следовательно, и значения функций C'_{ij} (13). После чего по одной из формул (5) или (19) находим значения функции D_{ij} в первом приближении. Когда тем или иным способами для каждого элемента тела в первом приближении получены значения функций $\psi_{ij}, g_{ij}, C_{ij}$ и D_{ij}, на k-м этапе нагружения можно определить соответствующие значения ε_{ij}^{p} (4), $\Delta_k \varepsilon_{ij}^{c}$ (6) и накопленную деформацию ползучести ε_{ij}^{c} в конце k-го этапа (5), а следовательно, и полные необратимые составляющие деформации $\varepsilon_{ij}^{\text{н}}$ (25). При этом используются значения компонент напряжений σ_{ij} в первом приближении. Определяются значения дополнительных напряжений σ_{ij}^{*} (23) во втором приближении. После чего опять решается краевая задача теории упругости с новыми значениями дополнительных напряжений σ_{ij}^{*}. В результате этого решения определяются компоненты напряжения σ_{ij} и деформации ε_{ij} во втором приближении k-го этапа нагружения и нагрева. Далее вычисления проводятся по алгоритму первого приближения до тех пор, пока найденные в результате решения краевой задачи компоненты напряжений σ_{ij} не станут равны некоторому допуску, соответствующему напряжениям σ_{ij}^{q}, определенным по мгновенным диаграммам растяжения или сдвига в соответствующих направлениях анизотропии. После этого проверяются условия активного нагружения

$$\sigma_{ij} \Delta_k \varepsilon_{ij}^{p} > 0 \tag{32}$$

и разгрузки

$$\sigma_{ij} \Delta_k \varepsilon_{ij}^{p} \le 0. \tag{33}$$

Если окажется, что в каком-то элементе твердого тела условия активного нагружения (32) не выполняются, то рассматриваемый этап следует пересчитать, полагая, что пластические деформации ε_{ij}^{p} в этом элементе на этом этапе нагружения равны их значениям в начале этапа. При этом приращения деформации ползучести определяются соответствующими диаграммами ползучести. Так, по этапам можно исследовать весь процесс упругопластического деформирования твердого тела с учетом деформации ползучести и истории нагружения и нагрева.

Приведенные соотношения деформационной теории термовязкопластичности ортотропного тела по аналогии с изотропными телами [17] можно применить к исследованию процессов деформирования элемента тела по прямолинейным траекториям или малоотклоняющимся от них, т.е. наименьший радиус кривизны траектории составляет 10–15 значений меньшего из пределов текучести по деформации и отклоняющихся от прямой, проходящей через начало координат и точку выхода траектории деформирования за соответствующие пределы текучести на расстоянии, не превышающем 10–15 значений максимального предела текучести по деформации этого тела.

В случае изотропного тела функции ψ_{ij} и C_{ij} с одинаковыми и не одинаковыми индексами i, j равны между собой. Равны также между собой все функции g_{ij} и D_{ij}. При необратимой несжимаемости материала (16) имеют место зависимости (17). Тогда, согласно (18), (19), имеем

$$g_{12} = \frac{3}{2}\psi_{11}, \qquad D_{12} = \frac{3}{2}C_{11}, \tag{34}$$

а согласно выражениям (10), (28) и (34), принимая во внимание, что при чистом сдвиге интенсивности $S = \sqrt{1/2}\sqrt{s_{ij}s_{ij}}$ и $\Gamma = \sqrt{1/2}\sqrt{e_{ij}e_{ij}}$ равны соответственно σ_{12} и ε_{12}, получаем

$$\psi_{11} = \frac{2}{3}g_{12} = \frac{S^{\Phi} - S^{q}}{3GS^{q}}, \tag{35}$$

где $s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_0\delta_{ij}, e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_0\delta_{ij}$ – компоненты девиаторов напряжений и деформаций соответственно; σ_0, ε_0 – средние нормальные напряжения и деформации, $\sigma_0 = \frac{1}{3}\sigma_{ij}\delta_{ij}, \varepsilon_0 = \varepsilon_{ij}\delta_{ij}$; $S^{\Phi} = 2G\Gamma^*$; $\Gamma^* = \varepsilon^*_{|2|}$; $S = \sigma_{12}$. Подставив полученные выражения для функций ψ_{ij} и g_{ij} (17), (35) в выражения для пластических деформаций ε^p_{ij} (4), получим

$$\varepsilon^p_{ij} = \frac{S^{\Phi} - S^{q}}{S^{q}} e^e_{ij}, \tag{36}$$

где e^e_{ij} – компоненты девиатора упругих деформаций,

$$\begin{aligned} e^e_{11} &= \frac{\sigma_{11} - 0{,}5(\sigma_{22} + \sigma_{33})}{3G}, \quad (1, 2, 3); \\ e^e_{12} &= \frac{\sigma_{12}}{2G}, \quad (1, 2, 3). \end{aligned} \tag{37}$$

Аналогично определив функции C_{ij} и D_{ij} по соответствующим диаграммам ползучести, выражения для приращений деформаций ползучести $\Delta_k \varepsilon_{ij}^c$ (6) можно представить в таком виде:

$$\Delta_k \varepsilon_{ij}^c = 2G \frac{\Delta \varepsilon_{12}^c}{\sigma_{12}^q} e_{ij}^e. \tag{38}$$

Тогда приведенные здесь определяющие уравнения при условии, что зависимости интенсивности касательных напряжений S от деформаций сдвига Г при различных температурах, полученные при простом растяжении образцов и кручении, совпадают, принимают вид записи определяющих уравнений в теории малых упругопластических деформаций, линеаризированных методом упругих решений [16–18] и учитывающих деформации ползучести и историю нагружения. При этом алгоритмом вычисления скалярных функций остается таким же, как было описано выше.

Р е з ю м е

Розглядається один із можливих варіантів визначальних рівнянь, що описують неізотермічні процеси деформування ортотропного тіла. Останні враховують деформації повзучості й історію навантаження і нагрівання тіла. Рівняння записано в тензорно-лінійній формі. Визначено базові експерименти, на основі яких приводиться алгоритм конкретизації скалярних функцій, що входять до визначальних рівнянь.

1. *Гольденблат И. И.* К теории малых упругопластических деформаций анизотропических тел // Докл. АН СССР. – 1955. – **101**, № 4. – С. 619 – 622.
2. *Греков М. А.* Пластичность анизотропии тел // Там же. – 1984. – **278**, № 5. – С. 1088 – 1084.
3. *Ковальчук Б. И.* К теории пластического деформирования анизотропных материалов // Пробл. прочности. – 1975. – № 9. – С. 8 – 12.
4. *Курчаков Е. Е.* Тензорно-линейные определяющие уравнения для нелинейной анизотропной среды // Прикл. механика. – 1976. – **12**, № 4. – С. 65 – 68.
5. Курчаков Е. Е. Исследование связи деформаций и напряжений для нелинейной анизотропной среды // Там же. – 1979. – **15**, № 9. – С. 19 – 24.
6. *Ломакин В. А.* О теории нелинейной упругости и пластичности анизотропных сред // Изв. АН СССР. Механика и машиностроение. – 1960. – № 4. – С. 60 – 64.
7. *Мансураев Р. М.* Об упругопластическом поведении анизотропных сред // Упругость и неупругость. – 1971. – Вып. 1. – С. 163 – 171.

8. *Петрищев П. П.* Упругопластичное деформирование анизотропных сред // Вестн. Москов. ун-та. Сер. Физ.-мат. и естествоведения. – 1952. – № 6. – С. 63 – 69.
9. *Победря Б. Е.* Деформационная теория пластичности анизотропных сред // Прикл. математика и механика. – 1984. – **48**, № 1. – С. 29 – 37.
10. *Шевченко Ю. Н., Гойхман М. И.* Исследование закономерностей упругопластического деформирования трансверсально изотропных тел // Прикл. механика. – 1990. – **26**, № 9. – С. 50 – 54.
11. *Бурлаков А. В., Морачковский О. К.* Об одном варианте теории анизотропной ползучести материалов // Динамика и прочность материалов. – 1972. – Вып. 16. – С. 79 – 84.
12. *Москвитин В. В.* Сопротивление вязкоупругих материалов. – М.: Наука, 1972. – 328 с.
13. *Подгорный А. Н., Бортовой В. В., Гатаровский П. П. и др.* Ползучесть элементов машиностроительных конструкций. – Киев: Наук. думка, 1984. – 262 с.
14. *Соснин О. В.* Об анизотропной ползучести материалов // Прикл. механика и техн. физика. – 1965. – № 6. – С. 99 – 104.
15. *Шевченко Ю. Н., Терехов Р. Г.* Физические уравнения термовязкопластичности. – Киев: Наук. думка, 1982. – 238 с.
16. *Шевченко Ю. Н., Пискун В. В.* Термоупругопластическое состояние дискретно неоднородных тел вращения с нелинейной сдвиговой характеристикой // Прикл. механика. – 1995. – **31**, № 6. – С. 34 – 41.
17. *Шевченко Ю. Н., Бабешко М. Е., Терехов Р. Г.* Термовязкоупругопластические процессы сложного деформирования элементов конструкций. – Киев: Наук. думка, 1992. – 328 с.
18. *Шевченко Ю. Н., Савченко В. Г.* Термовязкопластичность: В 5 т. Механика связанных полей в элементах конструкций. – Киев: Наук. думка, 1987. – Т. 2. – 264 с.

Поступила 26. 06. 2000