

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

УДК 539.374:621.7.043

Структурно-механическое моделирование универсальной кривой сверхпластичности

Р. А. Васин^а, Ф. У. Еникеев^б, М. И. Мазурский^б, О. С. Мунирова^б

^а НИИ механики МГУ, Москва, Россия

^б Институт проблем сверхпластичности металлов РАН, Уфа, Россия

Анализируются свойства структурно-механических моделей, представляющих собой различные комбинации нелинейно-вязких элементов, при активном нагружении. Предполагается, что свойства i -го элемента могут быть описаны простейшим степенным соотношением $\sigma_i = K_i \xi_i^{m_i}$, где σ_i – напряжение; ξ_i – скорость деформации; K_i, m_i – постоянные ($0 \leq m_i \leq 1$). Основное внимание уделяется анализу принципиальной возможности описания сигмоидальной кривой сверхпластичности при разных видах соединения элементов. Установлено, что при последовательном или параллельном соединении кривая зависимости напряжения от скорости деформации в логарифмических координатах не является сигмоидальной, по-видимому, независимо от количества и свойств входящих в комбинацию элементов. Показано, что смешанное соединение трех нелинейно-вязких элементов дает возможность удовлетворительно описать универсальную кривую сверхпластичности.

Структурная сверхпластичность (СП) наблюдается в материалах, имеющих ультрамелкозернистую микроструктуру (средний размер зерен не превышает 10...15 мкм) при повышенных температурах ($T > 0,4T_{\text{пл}}$, где $T_{\text{пл}}$ – температура плавления по абсолютной шкале) и относительно низких значениях скорости деформации (обычно в интервале $10^{-4} \dots 10^{-1} \text{ с}^{-1}$) [1–5]. Наиболее важной особенностью механического поведения материала в состоянии СП принято считать повышенную чувствительность напряжения течения σ к скорости деформации ξ , которую количественно характеризует величина параметра m , входящего в простейшее степенное определяющее соотношение (ОС):

$$\sigma = K \xi^m, \quad (1)$$

где K – постоянная материала, зависящая от температуры T , среднего размера зерен d и других структурных параметров. Выражение (1) может быть переписано в виде

$$\xi = C \sigma^n, \quad (1')$$

где $C = 1/K^n$ и $n = 1/m$.

Если построить зависимость (1) в логарифмических координатах $\lg \sigma - \lg \xi$, то получится прямая линия, наклон которой равен m . В то же время соответствующие экспериментальные данные не описываются выражением (1); обычно кривая СП в координатах $\lg \sigma - \lg \xi$ имеет характерный сигмоидальный вид [1–5] (рис. 1). Поэтому часто утверждают, что выражение (1) может рассматриваться только как локальная аппроксимация сигмоидальной кривой для достаточно узкого интервала скорости деформации, в котором можно принять $m \approx \text{const}$. В общем случае под величиной параметра скоростной чувствительности понимают наклон сигмоидальной кривой (обозначим его через M):

$$M = \frac{\partial \lg \sigma}{\partial \lg \xi} = \frac{\partial \ln \sigma}{\partial \ln \xi}. \quad (2)$$

Например, в работе [2] параметр скоростной чувствительности определяется как тангенс угла наклона кривой в координатах $\lg \sigma - \lg \xi$. Величина M зависит от скорости деформации ξ ; зависимость $M(\xi)$ имеет характерный куполообразный вид, максимум которой M_{max} соответствует оптимальной скорости деформации ξ_{opt} для данной температуры (рис. 1, б).

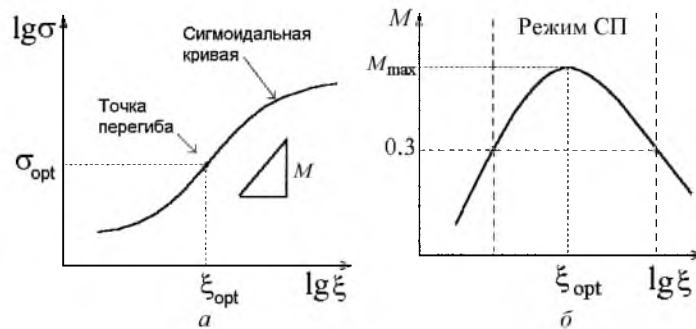


Рис. 1. Стандартные кривые СП: а – сигмоидальная кривая СП; б – зависимость ее наклона M от скорости деформации ξ .

Параметр скоростной чувствительности m в ОС (1) принято считать наиболее важной механической характеристикой материала в состоянии СП. Известен ряд работ, посвященных разработке различных методов экспериментального определения m [6–9]; часть из них вошла в соответствующие справочники и учебные пособия [1, 10, 11]. В то же время анализ показывает, что параметр m представляет собой скалярную характеристику процесса одноосного растяжения и не может рассматриваться как постоянная материала [12]. В частности, величина параметра m сильно зависит от скорости деформации – $m = m(\xi)$. Следует заметить, что величина $m(\xi)$ не равна наклону сигмоидальной кривой СП $M(\xi) = \partial \ln \sigma / \partial \ln \xi$, если $m \neq \text{const}$, однако на это редко обращают внимание в литературе по СП [1, 3, 6, 13]. В ней обычно не проводится четкое различие между параметрами m и M ; в некоторых случаях это может вызвать путаницу и неясности в изложении. Данная проблема подробно рассмотрена в работах [14, 15].

Таким образом, феноменология СП достаточно хорошо изучена. Предлагались и многочисленные варианты физических (микроскопических) моделей СП [1–5]. При разработке таких моделей основной целью часто ставится отыскание специфической комбинации известных микромеханизмов пластической деформации поликристаллов, которая могла бы описать особенности механического поведения СП материалов. Принято рассматривать три основных микромеханизма: зернограничное скольжение (ЗГС); внутривершинное дислокационное скольжение (ВДС) и диффузионную ползучесть (ДП). Обычно используется гипотеза об аддитивности вкладов этих основных механизмов СПД, откуда следует

$$\xi^p = \xi_{\text{ЗГС}} + \xi_{\text{ДП}} + \xi_{\text{ВДС}}, \quad (3)$$

причем под вкладом того или иного микромеханизма, например ЗГС, понимается отношение $\beta_{\text{ЗГС}} = \xi_{\text{ЗГС}} / \xi$ [5, 16].

Считается, что для каждого микромеханизма деформации характерен вполне определенный уровень скоростной чувствительности, поэтому в теоретических моделях их часто описывают соотношением вида (1), где для ЗГС принимается $m \approx 0,5$, для ДП – $m \approx 1$, а для ВДС – $m \approx 0,1$ [3, 5].

Несмотря на большое количество работ, посвященных физическим моделям СП, до сих пор остается открытым вопрос, какая модель или комбинация микромеханизмов в большей степени отвечает экспериментальным фактам. Авторы работ [5, 16–18] и ряда других полагают, что относительный вклад ЗГС максимален во второй области СП, однако недавно опубликована работа [19], которая противоречит этим представлениям. Вместе с тем установлено [20, 21], что если построить зависимость $M(\xi)$ в координатах $M / M_{\text{max}} - \xi / \xi_{\text{opt}}$, где M_{max} соответствует оптимальной скорости деформации ξ_{opt} для данной температуры, то практически все известные экспериментальные результаты ложатся на некоторую единую кривую (рис. 2), которая может быть представлена, например, следующим выражением:

$$M_u = M_{\text{max}} \exp[-a^2 \lg^2(\xi / \xi_{\text{opt}})], \quad a \approx 0,5. \quad (4)$$

Учитывая (2), из (4) после интегрирования находим

$$\log \frac{\sigma}{\sigma_{\text{opt}}} = \int_0^{\lg(\xi/\xi_{\text{opt}})} M_{\text{max}} \exp(-a^2 x^2) dx \equiv m_u(\xi) \lg \frac{\xi}{\xi_{\text{opt}}}, \quad (5)$$

где σ_{opt} – значение напряжения, соответствующее оптимуму СП (рис. 1).

На рис. 3 представлены результаты расчетов $M_u(\xi)$, $m_u(\xi)$ и зависимости $\sigma \sim \xi$, полученные с помощью выражений (4) и (5). Очевидно, что адекватные физические модели СП должны включать в себя такие зависимости напряжения от скорости деформации, которые позволили бы описать универсальные кривые СП, представленные на рис. 3.

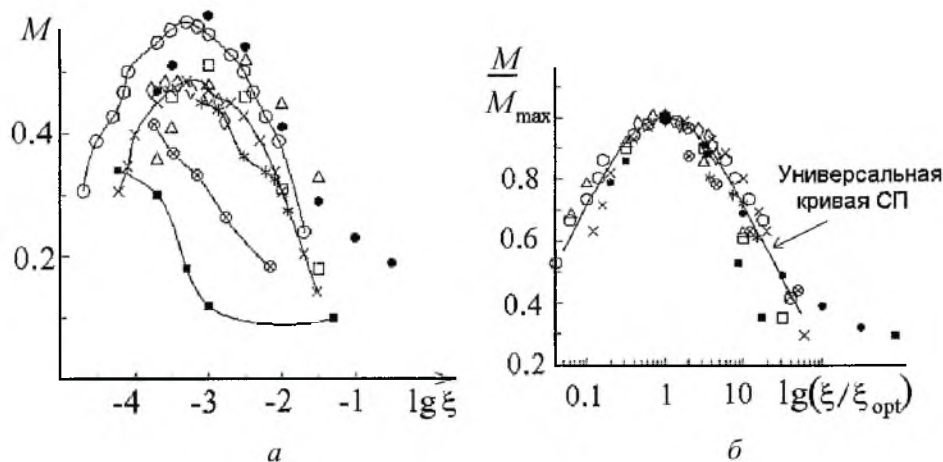


Рис. 2. Экспериментальные зависимости наклона сигмоидальной кривой СП от скорости деформации в обычных (а) и логарифмических (б) координатах: ● – MA21; Δ – VT9; □ – 0,12C18Cr10Ni2T; ◇ – TiAl; ■ – Bi₂O₃; ○ – TiC; ○ – 5083; × – Ti25Al10Nb3V1Mo; * – Ni₃Si [20, 21].

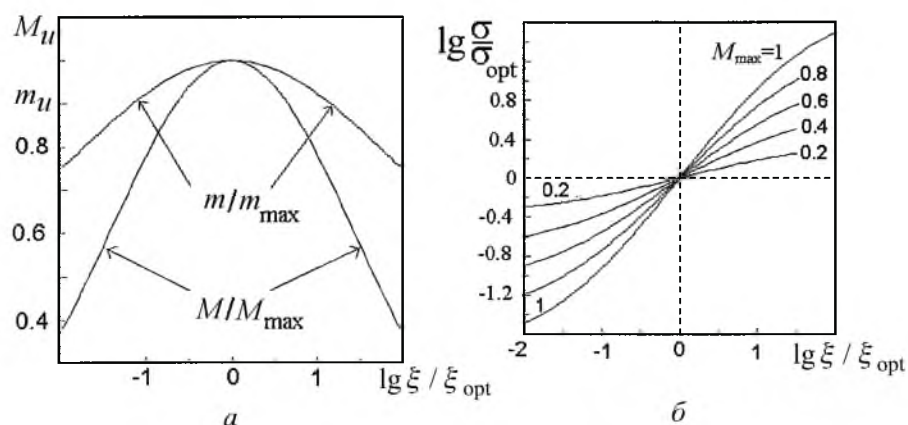


Рис. 3. Универсальные кривые СП: а – зависимости $M_u(\xi)$ и $m_u(\xi)$, вычисленные в соответствии с выражениями (4) и (5); б – зависимости напряжения от скорости деформации, вычисленные в соответствии с (5) при различных M_{max} .

Как отмечено выше, усилия исследователей направлены на отыскание специфической комбинации известных элементарных микромеханизмов. Ограничить круг такого поиска можно, если воспользоваться одним из стандартных методов механики деформируемого твердого тела, согласно которому каждому из указанных выше микромеханизмов деформации может быть поставлен в соответствие нелинейно-вязкий элемент (НВЭ), свойства которого описываются выражением (1); отклик материала отвечает определенной комбинации этих элементов. Такие комбинации в механике принято называть *структурно-механическими моделями пластичности*. Необходимо подчеркнуть, что этот термин является устоявшимся и общепринятым, причем в данном случае термин “структурно-” не касается внутренней структуры материала.

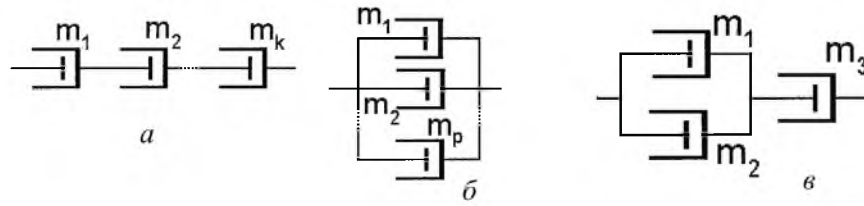


Рис. 4. Последовательное (а), параллельное (б) и смешанное (в) соединение нелинейно-вязких элементов.

Цель настоящей работы заключается в анализе различных структурно-механических моделей с точки зрения перспектив их использования для описания сигмоидальной кривой СП и “купола” M в виде выражения (4). При этом физический смысл моделей СП не обсуждается; основное внимание уделяется анализу принципиальной возможности описания сигмоидальной кривой СП той или иной комбинацией НВЭ. Ниже рассмотрены три типа соединения НВЭ: последовательное, параллельное и смешанное (рис. 4).

На языке структурно-механических моделей СП выражение (2) может быть представлено в виде комбинации трех последовательно соединенных НВЭ, для которой $\xi = C_1\sigma^{n_1} + C_2\sigma^{n_2} + C_3\sigma^{n_3}$, а в общем случае последовательного соединения k элементов

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_k = \sum_{i=1}^k C_i \sigma^{n_i} = \beta_1 \xi + \beta_2 \xi + \dots + \beta_k \xi, \quad (6)$$

где $\beta_i = \xi_i / \xi$ – относительный вклад i -го элемента в общую скорость деформации. Очевидно, что $\beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_k = 1$; $0 \leq \beta_i \leq 1$ ($i=1, 2, \dots, k$).

Пусть $\sigma_s = \sigma(\xi_s)$ – некоторое характерное значение напряжения. Обозначим вклады механизмов деформации при скорости $\xi = \xi_s$ через $\beta_{1s}, \beta_{2s}, \dots, \beta_{ks}$ соответственно: $\beta_{is} \xi_s = C_i \sigma_s^{n_i}$ ($i=1, 2, \dots, k$; $\beta_{1s} + \beta_{2s} + \dots + \beta_{ks} = 1$). Это позволяет исключить из уравнения (6) постоянные материала C_i , в результате оно принимает вид

$$\bar{\xi} = \beta_{1s} \bar{\sigma}^{n_1} + \beta_{2s} \bar{\sigma}^{n_2} + \dots + \beta_{ks} \bar{\sigma}^{n_k} \stackrel{\text{def}}{=} \bar{\sigma}^{n_c}, \quad (7)$$

где $\bar{\sigma} = \sigma / \sigma_s$ и $\bar{\xi} = \xi / \xi_s$ – нормированные значения напряжения и скорости деформации соответственно; $n_c = 1 / m_c$; индекс c (от англ. “consequent”) здесь и ниже указывает, что данная величина относится к последовательно соединенным НВЭ. Таким образом, введение параметров β_{is} в правую часть (7) равносильно введению констант материала C_i в выражение (6). Заметим, что если β_{is} есть вклад i -го элемента при $\xi = \xi_s$, то при $\xi \neq \xi_s$ вклад i -го элемента в суммарную скорость деформации равен $\beta_i = \beta_{is} \bar{\sigma}^{n_i} = \beta_{is} \bar{\xi}^{m_c n_i}$ ($i=1, 2, \dots, k$).

Легко показать, что $M = d \lg \sigma / d \lg \xi = d \lg \bar{\sigma} / d \lg \bar{\xi}$ при последовательном соединении НВЭ равно

$$M_c(\xi) = \frac{\beta_{1s} \bar{\sigma}^{n_1} + \beta_{2s} \bar{\sigma}^{n_2} + \dots + \beta_{ks} \bar{\sigma}^{n_k}}{\beta_{1s} n_1 \bar{\sigma}^{n_1} + \beta_{2s} n_2 \bar{\sigma}^{n_2} + \dots + \beta_{ks} n_k \bar{\sigma}^{n_k}}, \quad (8)$$

где $\bar{\sigma} = \bar{\sigma}(\bar{\xi})$ – решение трансцендентного уравнения (7).

Анализ выражений (7), (8) начнем с предельных случаев. Можно показать, что

$$\lim_{\xi \rightarrow 0} M_c(\xi) = m_{\max} = \max_{i=1,2,\dots,k} m_i; \quad \lim_{\xi \rightarrow \infty} M_c(\xi) = m_{\min} = \min_{i=1,2,\dots,k} m_i. \quad (9)$$

Следовательно, при очень малых скоростях ($\xi / \xi_s \rightarrow 0$) величина параметров M_c и m_c стремится к m_{\max} , а при больших скоростях ($\xi / \xi_s \rightarrow \infty$) – к m_{\min} (m_{\max} и m_{\min} – максимальное и минимальное значения параметров m_i в цепочке).

На рис. 5 представлены зависимости $\bar{\sigma}$ и параметров M_c, m_c от скорости деформации, вычисленные в соответствии с выражениями (7) и (8) для комбинации из двух последовательно соединенных НВЭ ($m_1 = 1, m_2 = 0,5$). Как видно, кривая $\lg \bar{\sigma} - \lg \bar{\xi}$ выпуклая, кривые $M_c(\lg \bar{\xi})$ и $m_c(\lg \bar{\xi})$ – монотонно убывающие; при малых скоростях доминирует вклад элемента с максимальным m ($m_{\max} = m_1 = 1$), а при больших скоростях – вклад элемента с минимальным m ($m_{\min} = m_2 = 0,5$).

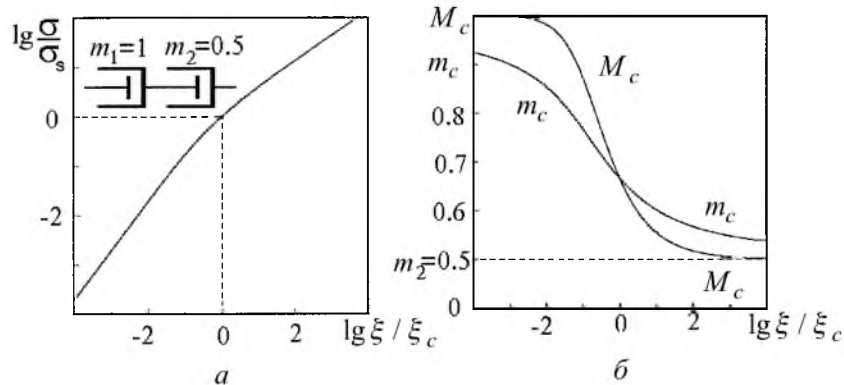


Рис. 5. Зависимости напряжения $\bar{\sigma}$ (а) и параметров скоростной чувствительности m_c и M_c (б) от скорости деформации ξ для комбинации из двух последовательно соединенных нелинейно-вязких элементов, вычисленные в соответствии с выражениями (7) и (8) при $m_1 = 1; m_2 = 0,5; \beta_{1s} = \beta_{2s} = 0,5$.

Возникает естественный вопрос, что нового даст добавление дополнительных элементов в цепочку, в частности, изменится ли характер зависимостей $M_c(\lg \xi)$ и $m_c(\lg \xi)$ так, чтобы можно было получить сигмоидальный график $\lg \bar{\sigma} - \lg \bar{\xi}$, для которого характерно немонотонное изме-

нение M и m (как видно из рис. 1 и 2, зависимости $M(\lg \xi)$ и $m(\lg \xi)$ для сигмоидальной кривой СП представляют собой куполообразные кривые). Были проведены дополнительные вычислительные эксперименты, в которых варьировались как количество последовательно соединенных НВЭ (расчеты проводились для $k=2, 3, 4, 5$), так и относительные вклады этих элементов $\beta_{1s}, \beta_{2s}, \dots, \beta_{ks}$. Оказалось, что во всех случаях величины параметров M_c и m_c монотонно убывают от $m_{\max} = \max\{m_i\}$ до $m_{\min} = \min\{m_i\}$. Это означает, что кривая $\lg \bar{\sigma} - \lg \bar{\xi}$ для цепочки из последовательно соединенных НВЭ всегда является выпуклой и поэтому не может иметь сигмоидальный вид ни при каких комбинациях параметров $m_i \geq 0$ и $\beta_i \geq 0$ ($i=1, 2, \dots, k$). Таким образом, физические модели СП, основанные на суммировании вкладов различных механизмов в общую деформацию (скорость деформации), не позволяют описать сигмоидальную кривую СП.

Рассмотрим параллельное соединение НВЭ (рис. 4,б). В этом случае суммируются не скорости деформации, а напряжения. Другими словами, каждый элемент дает вклад не в общую деформацию, а в общее напряжение; например, для двух элементов

$$\sigma = K_1 \xi^{m_1} + K_2 \xi^{m_2}, \quad (10)$$

где K_1, K_2, m_1, m_2 – постоянные материала.

В литературе по СП можно встретить аналоги такого рода схем, например, при введении в рассмотрение так называемого порогового напряжения [22] (в этом случае можно принять $m_1 = 0$). Недавно появилась работа [23], в которой выражение типа (10) с отличными от нуля m_1 и m_2 было успешно применено для аппроксимации экспериментальных данных, полученных для СП алюминиевого сплава 7075 и сплава Al–4%Ti со средним размером зерен 1,3 и 1,6 мкм соответственно. Коэффициент корреляции составлял не менее 0,999 для всех кривых. Выражения типа (10) широко применяются в механике композитов; они могут быть использованы также при моделировании реологического поведения двухфазных сплавов для учета вклада каждой фазы в общее сопротивление деформации.

Пусть при $\sigma_q = \sigma(\xi_q)$ вклады первого и второго членов в правой части (10) равны соответственно α_{1q} и α_{2q} , тогда (10) может быть записано в виде

$$\bar{\sigma} = \alpha_{1q} \bar{\xi}^{m_1} + \alpha_{2q} \bar{\xi}^{m_2} \stackrel{\text{def}}{=} \bar{\xi}^{m_p}, \quad (11)$$

где $\bar{\sigma} = \sigma / \sigma_q$, $\bar{\xi} = \xi / \xi_q$, а индекс p указывает, что рассматривается параллельное соединение (от англ. “parallel”). Вклады элементов равны $\alpha_i = \sigma_i / \sigma = \alpha_{iq} \bar{\xi}^{m_i}$. Из (11) получаем следующее выражение для M_p :

$$M_p = \frac{\alpha_{1q} m_1 \bar{\xi}^{m_1} + \alpha_{2q} m_2 \bar{\xi}^{m_2}}{\alpha_{1q} \bar{\xi}^{m_1} + \alpha_{2q} \bar{\xi}^{m_2}}, \quad (12)$$

которое очевидным образом может быть обобщено на случай произвольного количества параллельно соединенных НВЭ.

На рис. 6 представлены зависимости напряжения $\bar{\sigma}$ и параметров m_p и M_p от скорости деформации, вычисленные в соответствии с выражениями (11) и (12). Как показали обширные численные эксперименты, выполненные для случаев параллельного соединения двух, трех или четырех элементов, характер этих кривых, как и характер кривых, приведенных на рис. 5, не зависит ни от количества параллельно соединенных элементов, ни от относительных вкладов α_{iq} : во всех случаях величины параметров M_p и m_p монотонно возрастают от $m_{\min} = \min\{m_i\}$ до $m_{\max} = \max\{m_i\}$. Это означает, что кривая $\lg \bar{\sigma} - \lg \bar{\xi}$ для параллельно соединенных НВЭ не может иметь сигмоидальный вид ни при каких комбинациях параметров $m_i \geq 0$ и $\beta_i \geq 0$ ($i = 1, 2, \dots, k$). Таким образом, физические модели СП, основанные на суммировании вкладов в общее напряжение, также не позволяют описать сигмоидальную кривую СП.

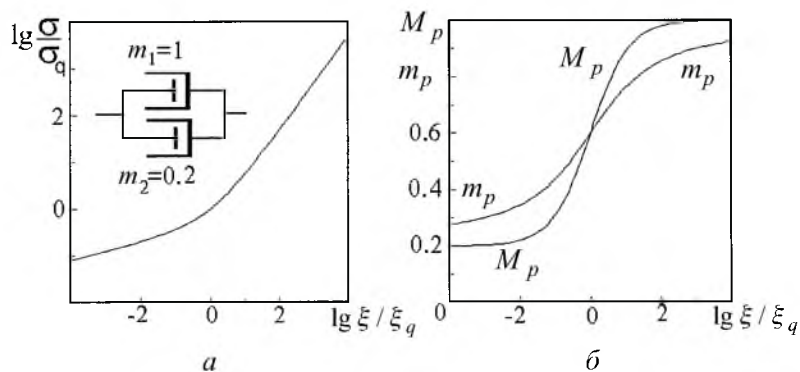


Рис. 6. Зависимости напряжения $\bar{\sigma}$ (а) и параметров скорости чувствительности m_p и M_p (б) от скорости деформации ξ для комбинации из двух параллельно соединенных элементов, вычисленные в соответствии с выражениями (11) и (12) при $m_1 = 1; m_2 = 0,2; \alpha_{1q} = \alpha_{2q} = 0,5$.

Рассмотрим смешанное соединение трех НВЭ: два соединенных параллельно элемента подключены последовательно к третьему (рис. 4,в). Поведение этой системы описывается системой уравнений:

$$\sigma = K_1 \xi_1^{m_1} + K_2 \xi_2^{m_2} = K_3 \xi_3^{m_3}; \quad \xi_1 = \xi_2; \quad \xi = \xi_1 + \xi_3, \quad (13)$$

где ξ_i ($i = 1, 2, 3$) – скорость деформации i -го элемента; K_i, m_i ($i = 1, 2, 3$) – постоянные.

Пусть при $\xi = \xi_0$ напряжение $\sigma = \sigma_0$ и

$$\begin{aligned} \sigma_0 &= K_1 \xi_{10}^{m_1} + K_2 \xi_{20}^{m_2} = \alpha_{10} \sigma_0 + \alpha_{20} \sigma_0; \\ \xi_0 &= \xi_{10} + \xi_{30} = \beta_{10} \xi_0 + \beta_{30} \xi_0. \end{aligned} \quad (14)$$

С учетом (14) из (13) имеем

$$\bar{\sigma} = \bar{\alpha}_{10} \bar{\xi}_1^{m_1} + \bar{\alpha}_{20} \bar{\xi}_1^{m_2} = \frac{1}{\beta_{30}^{m_3}} (\bar{\xi} - \bar{\xi}_1)^{m_3} \stackrel{\text{def}}{=} \bar{\xi}^m, \quad (15)$$

где $\bar{\sigma} = \sigma / \sigma_0$; $\bar{\xi} = \xi / \xi_0$; $\bar{\alpha}_{i0} = \alpha_{i0} / \beta_{10}^{m_i}$ ($i = 1, 2$); $\beta_{10} = \beta_{20}$ и принято во внимание, что $\bar{\xi}_2 = \bar{\xi}_1$ и $\bar{\xi}_3 = \bar{\xi} - \bar{\xi}_1$. Выражение для M может быть записано в данном случае в виде

$$\frac{1}{M_m(\bar{\xi})} = \frac{\bar{\xi}_3}{m_3 \bar{\xi}} + \frac{\bar{\xi}_3^{m_3}}{\beta_{30}^{m_3}} \frac{1 - \bar{\xi}_3 / \bar{\xi}}{\bar{\alpha}_{10} m_1 (\bar{\xi} - \bar{\xi}_3)^{m_1} + \bar{\alpha}_{20} m_2 (\bar{\xi} - \bar{\xi}_3)^{m_2}}, \quad (16)$$

где $\bar{\xi}_3$ – решение (15), в котором $\bar{\xi}_1 = \bar{\xi} - \bar{\xi}_3$ (индекс m – от англ. “mixed”).

Можно показать, что

$$\lim_{\alpha_i \rightarrow 0} M_m(\bar{\xi}) = M_c; \quad \lim_{\beta_3 \rightarrow 0} M_m(\bar{\xi}) = M_p; \quad \lim_{\bar{\xi}_3 \rightarrow \bar{\xi}} M_m(\bar{\xi}) = m_3. \quad (17)$$

Если в цепочку входят элементы с одинаковым значением m ($m_1 = m_2 = \dots = m_k = m_0$), то, как следует из выражений (7), (8), (11), (12), (15) и (16), независимо от типа соединения имеют место равенства $M = m = m_0$.

Расчеты показали, что путем выбора коэффициентов $\alpha_{10}, \alpha_{20}, \beta_{10}, \beta_{30}$ в выражении (16) можно получить немонотонные зависимости параметров $m(\lg \xi)$ и $M(\lg \xi)$, соответствующие сигмоидальной кривой СП. На рис. 7 приведены результаты расчетов по (15) и (16) при $\alpha_{10} = 0,94$; $\alpha_{20} = 0,06$; $\beta_{10} = 0,9999$; $\beta_{30} = 0,0001$; $m_1 = 1$; $m_2 = 0,18$; $m_3 = 0,26$. Как видно, получено удовлетворительное соответствие с универсальными кривыми СП, представленными на рис. 3,а.

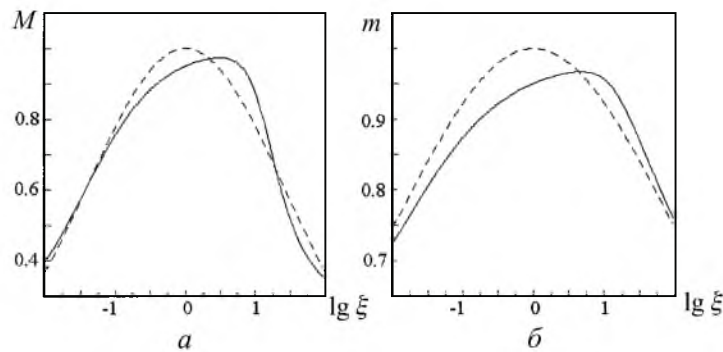


Рис. 7. Зависимости наклона M сигмоидальных кривых СП (а) и показателя скоростной чувствительности m (б) от скорости деформации. (Сплошные линии – расчет по выражениям (15), (16) при $\alpha_{10} = 0,94$; $\beta_{10} = 0,9999$; $m_1 = 1$; $m_2 = 0,18$; $m_3 = 0,26$; штриховые – расчет по (4), (5) при $M_{\max} = 1$.)

Набор постоянных, использованный при построении кривых на рис. 7, не является единственно возможным; в табл. 1 приведены некоторые другие наборы, которые позволяют достигнуть удовлетворительных результатов при аппроксимации универсальных кривых СП. В последней колонке таблицы указаны значения Δ среднеквадратического отклонения расчетных данных от универсальной кривой $M(\xi)$, представленной на рис. 2,б.

Т а б л и ц а 1

Значения параметров в уравнениях (15), (16), позволяющие удовлетворительно описать сигмоидальную кривую сверхпластичности

m_1	m_2	m_3	α_{10}	α_{20}	β_{10}	β_{20}	Δ
1	0,18	0,26	0,94	0,06	0,9999	0,0001	0,05
1	0,10	0,46	0,96	0,04	0,9700	0,0300	0,05
1	0,40	0,25	0,87	0,13	0,9999	0,0001	0,09
1	0,30	0,25	0,90	0,10	0,9999	0,0001	0,06
1	0,33	0,25	0,88	0,12	0,9999	0,0001	0,07
1	0,20	0,50	0,94	0,06	0,9200	0,0800	0,08

Т а б л и ц а 2

Значения материальных констант для модели Зера–Бэкофена [24]

Материал	d_0 , мкм	$T, ^\circ\text{C}$	T/T_m	Размерность величин K_i – фунт · (дюйм) ⁻² (с) ^{m_i}					
				K_1	m_1	K_2	m_2	K_3	m_3
Pb–Sn [24]	2,0	26	0,65	$6,70 \cdot 10^5$	1	$1,15 \cdot 10^4$	0,33	$1,27 \cdot 10^4$	0,18
	3,1			$2,50 \cdot 10^6$		$2,23 \cdot 10^4$		$2,26 \cdot 10^4$	
Pb–Sn [25]	2,0	25	0,65	$4,20 \cdot 10^6$	1	$1,11 \cdot 10^4$	0,33	$1,9 \cdot 10^4$	0,21
Pb–Sn [26]	2,2	25	0,65	$1,65 \cdot 10^6$	1	$1,27 \cdot 10^4$	0,34	$1,68 \cdot 10^4$	0,25
	4,1			$1,06 \cdot 10^7$		$8,47 \cdot 10^3$		0,28	
Al–Cu [27]	2,3	520	0,97	$2,20 \cdot 10^5$	1	$2,63 \cdot 10^3$	0,33	$1,17 \cdot 10^4$	0,25
	7,7			$2,46 \cdot 10^6$		$2,77 \cdot 10^2$		0,11	

В 1968 г. Зер и Бэкофен провели исследования механического отклика сплавов системы олово–свинец со средним размером зерна 1...10 мкм при температурах от комнатной до 170^oC в интервале скоростей деформаций $\sim 10^{-5} \dots 10^{-2} \text{ с}^{-1}$ с использованием испытательной машины фирмы Instron [24]. Испытания осуществлены при уменьшающейся скорости траверсы, что обеспечивало режим деформирования $\sigma = \text{const}$. В результате были получены типичные сигмоидальные кривые СП, для описания которых авторы предложили модель, представленную на рис. 4,в, причем из физических соображений в [24] было принято, что $m_1 = 1$. Свойства двух других элементов определялись при следующих допущениях: принималось, что эле-

мент 2 описывает асимптоту для сигмоидальной кривой СП (рис. 1,а) при малых скоростях деформации ($\xi \rightarrow 0$), а элемент 3 – при $\xi \rightarrow \infty$. В табл. 2 представлены результаты, полученные Зером и Бэкоффеном из таких эмпирических соображений для ряда сплавов по собственным и некоторым литературным данным [24–27].

Для того чтобы использовать данные табл. 2, подставим (16) в (2); тогда после некоторых преобразований получим следующее выражение для наклона M сигмоидальной кривой:

$$M = \frac{[m_1 K_1 \xi_1^{m_1} + m_2 K_2 \xi_2^{m_2}] \frac{\xi}{\xi - \xi_1} m_3}{m_1 K_1 \xi_1^{m_1} + m_2 K_2 \xi_2^{m_2} + \frac{\xi_1}{\xi - \xi_1} m_3 K_3 (\xi - \xi_1)^{m_3}}, \quad (18)$$

где ξ_1 – решение трансцендентного уравнения

$$\sigma = K_1 \xi_1^{m_1} + K_2 \xi_2^{m_2} = K_3 (\xi - \xi_1)^{m_3}. \quad (19)$$

На рис. 8 представлены результаты расчетов M и σ по формулам (18), (19). При вычислениях использованы значения параметров m_i , K_i ($i=1, 2, 3$) из табл. 2.

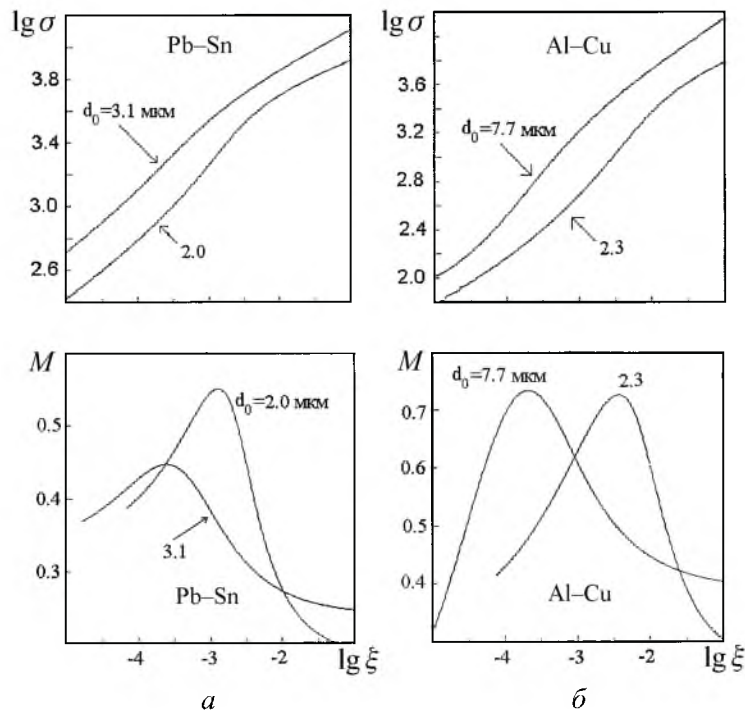


Рис. 8. Сигмоидальные кривые СП и зависимости их наклона от скорости деформации, рассчитанные по формулам (18), (19) для сплавов эвтектического состава олово–свинец (а) и алюминий–медь (б).

Проведенный в работе анализ различных комбинаций НВЭ показывает, что существует проблема корректного учета относительных вкладов различных механизмов деформации. В частности, многие физические модели СП содержат в себе зависимости напряжения от скорости деформации, аналогичные (2), см., например, [1, 3, 5, 16–18, 28–30]. В этой связи возникают следующие вопросы. Почему скорости деформации суммируются? Какой геометрической картине деформирования это соответствует? Справедливо ли это только для растяжения (сжатия) или может быть обобщено на другие виды деформирования? В механике известна гипотеза однородного напряженного состояния, в соответствии с которой напряженное состояние в представительном объеме материала считается однородным, а деформации суммируются. Такая гипотеза в одноосном случае эквивалентна рассмотренному выше случаю последовательного соединения элементов.

Аналогом параллельного соединения элементов служит другая гипотеза, согласно которой принимается, что деформированное состояние в представительном объеме материала является однородным, тогда суммируются напряжения. Известны и смешанные гипотезы, промежуточные между этими двумя, которые в некотором смысле могут быть аналогом смешанного соединения.

Если при одноосном растяжении смысл всех этих гипотез достаточно прозрачен и очевиден, то их обобщение на случай одноосного напряженно-деформированного состояния представляет собой серьезную проблему. Уже по своему виду уравнение (2) является чисто феноменологическим, поскольку представляет собой по сути модельное предположение, заменяющее очень сложную физическую картину (сдвиги по плоскостям, неоднородность от зерна к зерну и внутри границ зерен и т.д.). Конечно, возможно следующее возражение: выражение (2) относится к единичному элементарному объекту (зерну, границе этого зерна). Но тогда нужно говорить о площадках сдвига, их ориентации и способах суммирования. Выражение (2) должно быть дополнено грамотной и физически обоснованной схемой осреднения для перехода в нем к макровеличинам – так, как это делается, например, в работах [31–35].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант N 99-01-01032.

Резюме

Проаналізовано властивості структурно-механічних моделей, що являють собою різні комбінації нелінійно-в'язких елементів, при активному навантаженні. Припускається, що властивості i -го елемента можуть бути описані найпростішим степенним співвідношенням $\sigma_i = K_i \xi_i^{m_i}$, де σ_i – напруження; ξ_i – швидкість деформації; K_i , m_i – сталі величини ($0 \leq m_i \leq 1$). Основна увага зосереджена на аналізі принципової можливості опису сигмоїдальної кривої надпластичності при різних видах з'єднання елементів. Встановлено, що при послідовному або паралельному з'єднанні крива залежності напру-

ження від швидкості деформації в логарифмічних координатах не є сигмоїдальною, очевидно, незалежно від кількості й властивостей елементів, що входять у комбінацію. Показано, що змішане з'єднання трьох нелінійно-в'язких елементів дозволяє задовільно описати універсальну криву надпластичності.

1. *Грабский М. В.* Структурная сверхпластичность металлов / Пер. с польск. – М.: Металлургия, 1975. – 272 с.
2. *Смирнов О. М.* Обработка металлов давлением в состоянии сверхпластичности. – М.: Машиностроение, 1979. – 184 с.
3. *Radmanabhan K. A., Davies J. J.* Superplasticity. – Berlin: Springer-Verlag, 1980. – 314 p.
4. *Новиков И. И., Портной В. К.* Сверхпластичность сплавов с ультрамелким зерном. – М.: Металлургия, 1981. – 168 с.
5. *Кайбышев О. А.* Сверхпластичность промышленных сплавов. – М.: Металлургия, 1984. – 224 с.
6. *Hedworth J., Stowell M. J.* The measurement of strain rate sensitivity in superplastic alloys // *J. Mater. Sci.* – 1971. – **6**. – P. 1061 – 1069.
7. *Enikeev F. U., Mazurski M. I.* Determination of the strain rate sensitivity of a superplastic material during load relaxation test // *Scripta Metall.* – 1995. – **32**, N 1. – P. 1 – 6.
8. *Vasin R. A., Enikeev F. U., Mazurski M. I.* Determination of the strain rate sensitivity of a superplastic material at constant load test // *Mater. Sci. Eng.* – 1997. – **A224**. – P. 131 – 135.
9. *Vasin R. A., Enikeev F. U., Mazurski M. I.* Method to determine the strain rate sensitivity of a superplastic material from the initial slopes of its stress-strain curves // *J. Mater. Sci.* – 1998. – **33**. – P. 1099 – 1103.
10. *Полухин П. И., Горелик С. С., Воронцов В. К.* Физические основы пластической деформации. – М.: Металлургия, 1982. – 584 с.
11. *Вассерман А. М., Данилкин В. А., Коробов О. С. и др.* Методы контроля и исследования легких сплавов: Справочник. – М.: Металлургия, 1985. – 510 с.
12. *Enikeev F. U.* Strain-rate sensitivity index m : Definition, determination, narrowness // *Materials Science Forum.* – 1997. – **243-245**. – P. 77 – 82.
13. *Васин Р. А., Еникеев Ф. У.* Введение в механику сверхпластичности: В 2 ч. – Уфа: Гилем, 1998. – Ч. I. – 280 с.
14. *Vasin R. A., Enikeev F. U., Mazurski M. I.* On the strain rate sensitivity values of superplastic materials // *Mater. Sci. Eng.* – 1998. – **255**. – P. 169 – 171.
15. *Васин Р. А., Еникеев Ф. У., Мазурский М. И.* К вопросу об определении чувствительности сверхпластичного материала к скорости деформации // *Завод. лаб.* – 1998. – **64**, № 9. – С. 50 – 55.

16. *Langdon T. G.* Grain boundary sliding as a deformation process in creep and superplasticity // *Materials Science Forum*. – 1994. – **170-172**. – P. 53 – 58.
17. *Valiev R. Z., Kaibyshev O. A.* On the quantitative evaluation of superplastic flow mechanisms // *Acta Metal.* – 1983. – **31**, N 12. – P. 2121 – 2128.
18. *Перевезенцев В. Н.* Современные представления о природе структурной сверхпластичности // *Вопросы теории дефектов в кристаллах*. – Л.: Наука, 1987. – С. 85 – 100.
19. *Новиков И. И., Никифоров А. О., Польшкин В. И., Левченко В. С.* Механизмы сверхпластической деформации алюминиевого сплава АМг4 // *Изв. вузов. Цветная металлургия*. – 1996. – **1**. – С. 43 – 48.
20. *Суренко А. А., Еникеев Ф. У., Мурзинова М. А.* К вопросу о единстве природы сверхпластической деформации // *Докл. РАН*. – 1995. – **340**, № 5. – С. 614 – 616.
21. *Sirenko A. A., Murzinova V. A., Enikeev F. U.* On the universal relationship between specific characteristics of superplastic deformation // *J. Mat. Sci. Ltrs.* – 1995. – **14**. – P. 773 – 774.
22. *Mohamed F. H.* On the threshold stress for superplastic flow // *Ibid.* – 1988. – **7**. – P. 215 – 217.
23. *Murty G. S., Banerjee S.* Evaluation of threshold stress from the stress-strain rate data of superplastic materials // *Scripta Metallurgica et Materialia*. – 1994. – **31**, No 6. – P. 707 – 712.
24. *Zehr S. W., Backofen W. A.* Superplasticity in lead-tin alloys // *Trans. ASME*. – 1968. – **61**. – P. 300 – 313.
25. *Cline H. E., Alden T. H.* Rate sensitive deformation in tin-lead alloys // *Trans. AIME*. – 1967. – **239**. – P. 710.
26. *Martin J. A., Backofen W. A.* Superplasticity in electroplated composites of lead and tin // *Trans. ASME*. – 1967. – **60**. – P. 352 – 359.
27. *Holt D. L., Backofen W. A.* Superplasticity in the Al-33Cu eutectic alloy // *Ibid.* – 1966. – **59**. – P. 755 – 768.
28. *Packer C. M., Sherby O. D.* An interpretation of the superplasticity phenomenon in two-phase alloys // *Ibid.* – 1967. – **60**. – P. 21 – 28.
29. *Ghosh A. K., Hamilton C. H.* Influence of material parameters and microstructure on superplastic forming // *Metallurgical Transactions A*. – 1982. – **13A**, N 5. – P. 733 – 743.
30. *Ghosh A. K.* A New physical model for superplastic flow // *Mat. Sci. Forum*. – 1994. – **170-172**. – P. 39 – 46.
31. *Батдорф С. Б., Будянский Б.* Математическая теория пластичности, основанная на концепции скольжения // *Механика*. – 1962. – № 1 (71). С. 135 – 155.
32. *Кадашевич Ю. И., Новожиллов В. В.* Теория необратимого деформирования поликристаллов // *Пластичность и разрушение твердых тел*. – М.: Наука, 1988. – С. 73 – 85.

33. Мохель А. Н., Салганик Р. Л., Христианович С. А. О пластическом деформировании упрочняющихся металлов и сплавов. Определяющие уравнения и расчеты по ним // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1983. – № 4. – С. 119 – 141.
34. Малмейстер А. К. Основы теории локальности деформаций (обзор 1) // Механика полимеров. – 1965. – № 4. – С. 12 – 27.
35. Новожиллов В. В., Кадашевич Ю. И. Микронапряжения в конструкционных материалах. – Л.: Машиностроение, 1990. – 223 с.

Поступила 01. 04. 99