

УДК 618.324

## ИССЛЕДОВАНИЯ МЕТОДОВ ИНДУКТИВНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ЗАДАЧАХ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ НА ФОНДОВЫХ РЫНКАХ

Ю.П. Зайченко

*Институт прикладного системного анализа НТУУ «КПИ»,  
baskervil@voliacable.com*

Розглядається проблема прогнозування курсу акцій компанії «Бритиш Петролиум» та індексу Доу- Джонс Індастріал. Отримані результати прогнозування з використанням нечіткого МГУА порівнювались з результатами класичного МГУА та каскадних нео-фаззі нейронних мереж. Для методів МГУА було використано чотири класи часткових описів: лінійна, квадратична, поліноми Фур'є та Чебишева, варіювались вигляд функцій приналежності, розмір навчальної вибірки та свобода вибору. Наведено експериментальні результати прогнозування на Нью- Йоркській фондовій біржі, які дозволяють оцінити ефективність різних методів прогнозування та визначити найбільш адекватний метод.

*Ключові слова: нечіткий МГУА, фондова біржа, прогнозування курсів акцій, каскадні нео-фаззі нейронні мережі*

The problem of prediction of British Petroleum Corp. stock prices and the Dow Jones Industrial Average stock quote is considered. The obtained experimental results of prediction using FGMDH were compared with the classical GMDH and cascade neo-fuzzy neural networks. For the classical and fuzzy GMDH four classes of functions- linear, quadratic, Fourier polynomial and Chebyshev polynomial were used, and the variation in the form of membership function, the size of learning sample and freedom of choice with the developed software were performed. Experimental results of forecasting at NYSE are presented enabling to estimate efficiency of different forecasting methods and to choose the most adequate method.

*Keywords: fuzzy group method of data handling, stock exchange, stock prices forecasting, cascade neo-fuzzy neural networks.*

Рассматривается проблема прогнозирования курсов акций компании «Бритиш Петролиум» и индекса Доу-Джонс Индастриал. Полученные результаты прогнозирования с использованием нечеткого МГУА сравнивались с результатами классического МГУА и каскадных нео-фаззи нейронных сетей. Для методов МГУА были использованы четыре класса частичных описаний: линейная, квадратичная, полиномы Фурье и Чебышева, варьировались виды функций принадлежности, размер обучающей выборки и свобода выбора. Приводятся экспериментальные результаты прогнозирования на Нью-Йоркской фондовой бирже NYSE, которые позволяют оценить эффективность различных методов прогнозирования и определить наиболее адекватный метод.

*Ключевые слова: нечеткий МГУА, фондовая биржа, прогнозирования курсов акций, каскадные нео-фаззи нейронные сети*

### **Введение.**

Задача прогнозирования курсов ценных бумаг на фондовых рынках является чрезвычайно актуальной. От надежного и своевременного прогноза цен акций непосредственно зависит ожидаемая доходность инвесторов от вложения свободных капиталов в портфели ценных бумаг и снижения ожидаемого риска. Финансовые процессы на рынках являются динамическими,

быстроменяющимися и существенно нестационарными, что не позволяет использовать для прогнозирования классические методы статистического анализа и вызывает острую необходимость применения новых методов, основанных на идеях и технологиях искусственного интеллекта, в частности, методов самоорганизации и нейронных сетей, четких и нечетких. Целью настоящей работы является исследование эффективности методов индуктивного моделирования- классического и нечеткого метода группового учета аргументов (НМГУА), их сравнительный анализ между собой и с каскадными нео-фаззи нейронными сетями в задачах прогнозирования на фондовых рынках.

## 1. Общее описание нечеткого МГУА

Нечеткий МГУА использует те же основные идеи и принципы, что и классический МГУА, но сама модель является нечеткой, т.е. коэффициенты модели являются нечеткими числами.

Рассмотрим линейную интервальную модель регрессии [1,2]:

$$Y = A_0 Z_0 + A_1 Z_1 + \dots + A_n Z_n, \quad (1)$$

где  $A_i$  – нечеткие числа, которые для функций принадлежности треугольного вида можно задать следующими параметрами: центром  $a_i$  и шириной  $c_i$ ,  $c_i > 0$

$$A_i = (a_i, c_i) \quad (2)$$

$Z_i$  -входные данные, предположим что

$$z_0 = 1, z_1 = x_i, z_2 = x_j, z_3 = x_i^2, z_4 = x_j^2, z_5 = x_i * x_j$$

Тогда  $Y$  – нечеткое число, параметры которого определяются следующим образом [1, 2]:

$$\text{центр интервала} \quad a_y = \sum a_i * z_i = a^T * z \quad (3)$$

$$\text{ширина интервала} \quad c_y = \sum c_i * |z_i| = c^T * |z| \quad (4)$$

Для того, чтобы интервальная модель была корректной, необходимо, чтобы действительное значение выходной величины  $Y$  принадлежало интервалу неопределенности, что описывается следующими ограничениями:

$$\begin{cases} a^T z - c^T * |z| \leq y \\ a^T z + c^T * |z| \geq y \end{cases} \quad (5)$$

Предположим, что мы наблюдаем обучающую выборку  $\{z_0, z_1, z_2, \dots, z_M\}$ ,  $\{y_0, y_1, y_2, \dots, y_M\}$ . Тогда для адекватности модели необходимо найти такие  $(a_i, c_i)$   $i=1..n$ , для которых бы выполнялись соотношения вида:

$$\begin{cases} a^T z_k - c^T * |z_k| \leq y_k \\ a^T z_k + c^T * |z_k| \geq y_k \end{cases} \quad k=\overline{1, M} \quad (6)$$

Сформулируем основные требования к оценочной линейной интервальной модели для частичного описания вида

Найти такие значения параметров  $(a_i, c_i)_{i=\overline{1, N}}$  нечетких коэффициентов,

при которых:

- а) наблюдаемые значения  $y_k$  попадали бы в оценочный интервал для  $y_k$ ;
  - б) «суммарная ширина» оценочного интервала была бы минимальна.
- Допустим, что выбраны квадратичные частичные описания:

$$Y = A_{01} + A_{11} * x_i + A_{12} * X_j + A_{21} * x_i^2 + A_{22} * x_j^2 + A_{23} * x_i * x_j \quad (7)$$

Тогда соответствующая задача ЛП будет выглядеть так [1,2]:

$$\begin{aligned} \min(C_0 * M + C_1 * \sum_{k=1}^M |x_{kj}|) + C_2 * \sum_{k=1}^M |x_{kj}| + C_3 * \sum_{k=1}^M |x_{kj} * x_{ij}| + \\ + C_4 * \sum_{k=1}^M |x_{ki}^2| + C_5 * \sum_{k=1}^M |x_{kj}^2| \end{aligned} \quad (8)$$

при условиях:

$$\begin{aligned} a_0 + a_1 * x_{ki} + a_2 * x_{kj} + a_3 * x_{kj} * x_{ij} + a_4 * x_{ki}^2 + a_5 * x_{kj}^2 - \\ - (C_1 + C_1 * \sum_{k=1}^M |x_{kj}|) + C_2 * \sum_{k=1}^M |x_{kj}| + C_3 * \sum_{k=1}^M |x_{kj} * x_{ij}| + C_4 * \sum_{k=1}^M |x_{ki}^2| + C_5 * \sum_{k=1}^M |x_{kj}^2| \leq y_k \\ a_0 + a_1 * x_{ki} + a_2 * x_{kj} + a_3 * x_{kj} * x_{ij} + a_4 * x_{ki}^2 + a_5 * x_{kj}^2 + \\ + (C_1 + C_1 * \sum_{k=1}^M |x_{kj}|) + C_2 * \sum_{k=1}^M |x_{kj}| + C_3 * \sum_{k=1}^M |x_{kj} * x_{ij}| + C_4 * \sum_{k=1}^M |x_{ki}^2| + C_5 * \sum_{k=1}^M |x_{kj}^2| \geq y_k \\ k=\overline{1, M} \\ C_p \geq 0, p=\overline{0, 5} \end{aligned} \quad (9)$$

где  $k$  – номер точки измерения.

Как видим, данная задача является задачей линейного программирования и для ее решения можно использовать стандартные методы. Далее были исследованы интервальные модели регрессии с гауссовскими и колоколообразными функциями принадлежности и в результате применения вышеописанного подхода были получены модели задач ЛП аналогичной структуры, что и для треугольных ФП [2, 3].

Отметим основные достоинства нечеткого МГУА и его отличия от классического МГУА:

1. Отсутствует проблема плохой обусловленности матриц нормальных уравнений, поскольку для нахождения модели не используется МНК, а

решается соответствующая задача линейного программирования, которая, как показано в [2] всегда разрешима.

2. В результате применения НМГУА получается не точечная, а интервальная модель прогноза, что позволяет судить о точности получаемых оценок.

Кроме того, нечеткий МГУА обладает всеми достоинствами классического МГУА [4], а именно:

3. Алгоритм позволяет автоматически находить структуру модели прогноза,
4. Позволяет работать на коротких выборках.

## 2. Адаптация нечетких прогнозирующих моделей

В случае, если в процессе реального прогнозирования с использованием НМГУА, реальные значения выходят за границы оценочного интервала, то модель необходимо корректировать. При этом структура модели не меняется, а корректируются параметры нечетких коэффициентов.

Для коррекции параметров модели могут быть использованы различные методы: стохастической аппроксимации, рекуррентный МНК и фильтр Калмана [2,3]. Ниже рассматривается алгоритм коррекции на основе РМНК.

Рассмотрим интервальную модель вида:

$$y(k) = \theta^T \Psi(k) + v(k) \quad (10)$$

где  $y(k)$  – зависимая переменная,  $\Psi(k)$  – вектор измерений,

$v(k)$  – шумы случайного характера,  $\theta$  – вектор параметров, которые необходимо оценить.

Оценка вектора параметров  $\theta$  на шаге  $N$  проводится по следующей формуле:

$$\hat{\theta}(N) = \hat{\theta}(N-1) + \gamma(N)[y(N) - \hat{\theta}^T(N-1)\Psi(N)] \quad (11)$$

где  $\gamma(N)$  – вектор-коэффициент, который определяется по формуле:

$$\gamma(N) = \frac{P(N-1)\Psi(N)}{1 + \Psi^T(N)P(N-1)\Psi(N)} \quad (12)$$

где  $P(N-1)$  – информационная матрица, которая выполняется по формуле:

$$P(N-1) = P(N-2) - \frac{P(N-2)\Psi(N-1)\Psi^T(N-1)P(N-2)}{1 + \Psi^T(N-1)P(N-2)\Psi(N-1)} \quad (13)$$

Как видно из (13), информационную матрицу можно получить из процесса оценки параметров и параллельно ему.

Адаптация обоих векторов параметров –  $\theta_1^T = [\alpha_1 \dots \alpha_m]$ ;  $\theta_2^T = [C_1 \dots C_m]$  – проводится следующим образом. Необходимо одновременно адаптировать как параметры  $\alpha_i$ , так и параметры  $c_i$ . Тогда будем одновременно оценивать два вектора параметров по следующим формулам:

$$\hat{\theta}_1(N) = \hat{\theta}_1(N-1) + \gamma_1(N)[y(N) - \hat{\theta}_1^T(N-1)\Psi_1(N)] \quad (14)$$

$$\hat{\theta}_2(N) = \hat{\theta}_2(N-1) + \gamma_2(N)[y_c(N) - \hat{\theta}_2^T(N-1)\Psi_2(N)],$$

где  $\Psi_1^T = [z_1 \dots z_m]$ ;  $\Psi_2^T = [|z_1| \dots |z_m|]$ ;

$$y_c(N) = |y(N) - \hat{\theta}_1^T(N-1)\Psi_1(N)| \quad (15)$$

### 3. Постановка задачи прогнозирования на фондовых рынках

В качестве входных величин были выбраны цены ведущих западных нефтяных компаний, которые котируются на фондовом рынке NYSE: цены закрытия компании Hess Corporation, цены закрытия компаний: Repsol YPF, S.A. (ADR), Eni S.p.A. (ADR), Exxon Mobil Corporation, Chevron Corporation, TOTAL S.A. (ADR). А в качестве прогнозируемой величины выбраны цены закрытия компании British Petroleum -BP plc (ADR). Исходные данные для прогнозирования были взяты за период с 20 сентября 2011 года по 17 ноября 2011 года. Для проверки прогноза были использованы данные по компании BP plc (ADR) с 15 ноября 2011 года по 17 ноября 2011 года

Таблица 1.

Проверочные данные BP plc (ADR)

Дата	BP plc (ADR)
Nov 15, 2011	43.04
Nov 16, 2011	41.78
Nov 17, 2011	41.60

Входные величины были выбраны после анализа корреляционной матрицы

А в качестве входных переменных для прогноза промышленного индекса Доу-Джонса были взяты цены закрытия семи входящих в него компаний: American Express Company, Bank of America, Coca-cola, McDonald's, Microsoft Corp., Johnson & Johnson, Intel Corp..

Для проверки прогноза были использованы данные по Dow Jones Industrial Average с 15 ноября 2011 года по 17 ноября 2011 года.

Таблица 2.  
Проверочные данные по Dow Jones Industrial.

Дата	Dow Jones Industrial Average
Nov 15 2011	12096.16
Nov 16 2011	11905.59
Nov 17 2011	11770.73

Для исследования были выбраны классический МГУА и нечеткий МГУА. Также было проведено сравнение с каскадной neo-fuzzy нейросетью.

Для исследования метода, процент выборки для обучения был выбран 50%, 70%, 90%. Свобода выбора  $F = 5, 6$ .

В нечетком МГУА использовались треугольная, гауссовская и колоколообразная функция принадлежности.

При анализе данных были использованы четыре модели частичных описаний:

- -линейная модель вида

$$f(x_i, x_j) = A_{01} + A_{11} * x_i + A_{12} * x_j ,$$

- квадратичная модель

$$f(x_i, x_j) = A_{01} + A_{11} * x_i + A_{12} * x_j + A_{21} * x_i^2 + A_{22} * x_j^2 + A_{23} * x_i * x_j ,$$

- полином Фурье первого порядка:

$$f(x_i, x_j) = (A_{01}) / 2 + A_{11} * \cos(x_i) + A_{12} * \sin(x_j) ,$$

- полином Чебышева второго порядка:

$$f(x_i, x_j) = (A_{01}) = A_{11} * x_i + A_{21} * (x_j^2 - 1) ,$$

где  $A$  - это нечеткие числа с треугольной, гауссовской или колоколообразной функциями принадлежности.

#### 4. Экспериментальные исследования индуктивных методов прогнозирования

**Классический МГУА.** В данной серии экспериментов представлены результаты, полученные в результате использования классического МГУА в качестве метода для прогноза [4]. Для исследования в качестве модели частичных описаний были взяты линейная, квадратичная, тригонометрический полином Фурье и полином Чебышева. Все прогнозы проводились с изменением объема обучающей выборки, а именно 50%, 70%, 90% . Были проведены расчеты с изменением свободы выбора  $F=5, 6, 7$ . Но , как показали результаты исследования, значения

прогноза отличаются только после 3 – 4 знака после запятой. Поэтому в последующих экспериментах свобода выбора принималась равной  $F=6$ .

Таблица 3.

Критерии результатов прогноза для курсов акций BP plc (ADR)

Шаг прогноза	Название критерия	Процент обучающей выборки		
		50%	70%	90%
1	MSE пр.	0.851172	0.195661	0.222304
	MSE	0.556938	0.285995	0.269439
	MAPE пр.	1.828592	0.952620	1.122068
	MAPE	1.405313	1.034865	0.994513
	DW	0.604306	2.171417	2.222481
	R-square	0.650841	0.969484	0.906763
	AIC	2.185818	1.590313	1.514696
	BIC	-3.023414	-2.349042	-2.244520
	SC	2.235525	1.640021	1.564404
2	MSE пр.	1.734720	0.433501	1.052307
	MSE	0.974776	0.425016	0.391586
	MAPE пр.	2.199273	1.274355	1.718034
	MAPE	1.412474	1.227474	1.090535
	DW	0.587306	1.913641	2.219508
	R-square	0.706036	1.046596	0.906839
	AIC	2.223931	1.874082	1.514855
	BIC	-3.059720	-2.698769	-2.244745
	SC	2.273639	1.923790	1.564562
3	MSE пр.	2.981124	1.093896	3.238221
	MSE	1.723194	0.675693	0.839414
	MAPE пр.	2.411189	1.788249	2.352890
	MAPE	1.571035	1.496220	1.241341
	DW	0.587306	1.952832	2.219508
	R-square	0.706036	1.023470	0.906839
	AIC	2.223931	1.923849	1.514855
	BIC	-3.059720	-2.754263	-2.244745
	SC	2.273639	1.973556	1.564562

С целью анализа прогнозов были просчитаны ошибки и ниже в таблицах 3 и 4, представлены следующие критерии оценки качества прогнозов: среднеквадратичная ошибка (СКО) по проверочной выборке, СКО по всей выборке, среднеабсолютная процентная ошибка (САПО) по проверочной выборке, САПО по всей выборке, критерий Дурбина-Уотсона, статистика R-square, критерий Акайке, байесовский информационный критерий и критерий Шварца. Критерий САПО взят в процентах.

Таблица 4.

## Критерии результатов прогноза индекса Dow Jones Industrial

Шаг прогноза	Название критерия	Процент обучающей выборки		
		50%	70%	90%
1	MSE пр.	40494.427565	33109.754270	40286.725033
	MSE	26900.763617	62553.804951	26432.081096
	MAPE пр.	1.462066	1.363148	1.405372
	MAPE	1.149183	1.809130	1.191039
	DW	1.917430	1.013536	1.862203
	R-square	0.990922	0.804774	0.849329
1	AIC	12.753417	13.551054	12.729001
	BIC	-7.360808	-7.482613	-7.356959
	SC	12.796073	13.593710	12.771656
2	MSE пр.	41546.293300	31602.995442	43907.693743
	MSE	27793.341807	61328.007065	32746.387552
	MAPE пр.	1.481603	1.374860	1.521950
	MAPE	1.167355	1.819287	1.280730
	DW	1.917020	1.013536	1.669879
	R-square	0.989976	0.804774	0.811488
	AIC	12.753849	13.551054	12.935378
	BIC	-7.360875	-7.482613	-7.389255
	SC	12.796504	13.593710	12.978034
3	MSE пр.	58651.409938	34923.660449	56028.016943
	MSE	37306.640205	61736.892393	34792.320367
	MAPE пр.	1.584580	1.394577	1.534979
	MAPE	1.230185	1.830302	1.288520
	DW	1.917430	1.013536	1.669879
	R-square	0.990922	0.804774	0.811488
	AIC	12.753417	13.551054	12.935378
	BIC	-7.360808	-7.482613	-7.389255
	SC	12.796073	13.593710	12.978034



## Нечеткий МГУА

В данном подразделе представлены результаты, полученные при использовании нечеткого МГУА в качестве метода для прогноза. Для исследования в качестве моделей частичных описаний использовались: линейная, квадратичная, полином Фурье, полином Чебышева. В качестве функции принадлежности были выбраны: треугольная, линейная и колоколообразная. Критерий среднеабсолютной процентной ошибки взят в процентах. Все прогнозы проводились с изменением соотношения объема обучающей выборки, а именно 50%, 70%, 90% .

На рис. 1 приведены графики прогнозов по НМГУА для линейных частичных описаний на 3 шага вперед при  $F = 6$  и объеме обучающей выборки - 70%, при этом была взята гауссовская функция принадлежности, у уровень значимости  $\alpha = 0,7$ .

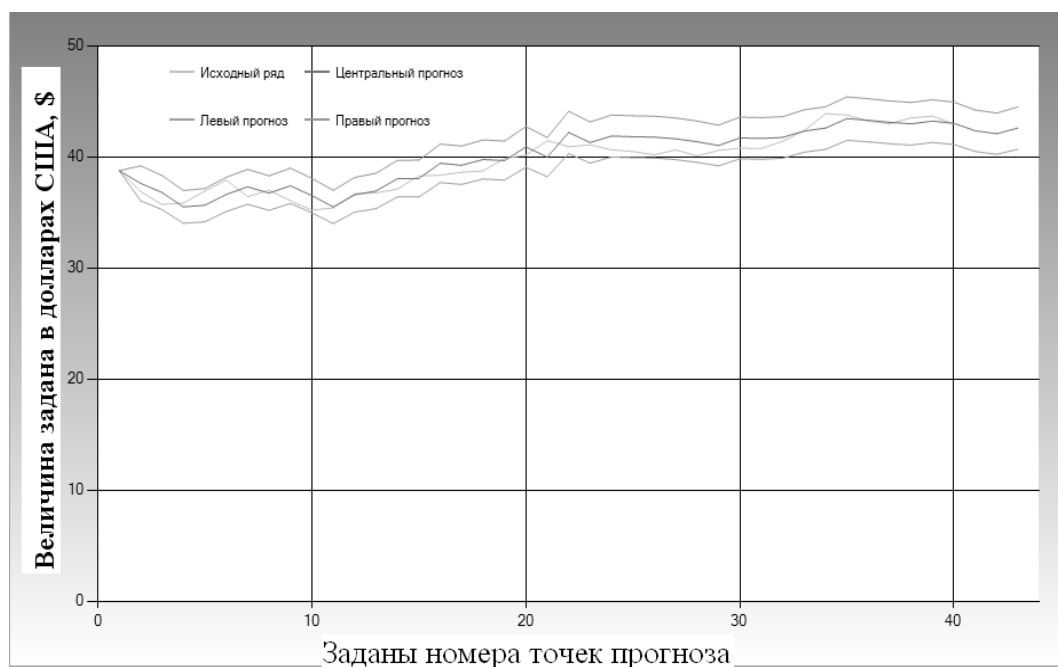


Рис. 1. Прогнозирование курса акций «Бритиш Петролиум» на три шага с использованием НМГУА

С целью анализа прогноза были просчитаны критерии ошибки, которые представлены в таблицах 5 и 6, где показаны: среднеквадратичная ошибка (СКО) по проверочной выборке, СКО по всей выборке, среднеабсолютная процентная ошибка (САПО) по проверочной выборке, САПО по всей выборке, критерий Дурбина-Уотсона, статистика R-square, критерий Акаике, байесовский информационный критерий и критерий Шварца. Критерии рассчитывались для каждого шага прогноза с использованием проверочной выборки.

Таблица 5.

## Статистика критериев прогноза цен закрытия акций BP plc для НМГУА

Шаг прогноза	Название статистики	Процент обучающей выборки		
		50%	70%	90%
1	MSE пр.	1.248355	0.793523	0.317066
	MSE	0.748864	0.612827	0.485599
	MAPE пр.	2.041366	2.065155	1.386096
	MAPE	1.452656	1.723657	1.505965
	DW	0.686478	1.763043	1.839065
	R-square	1.064526	0.938058	1.008042
	AIC	2.456985	2.228267	2.053752
	BIC	-3.268440	-3.063808	-2.892253
	SC	2.506693	2.277974	2.103459
2	MSE пр.	1.256828	1.871883	2.440575
	MSE	0.728499	0.989650	0.795699
	MAPE пр.	2.072085	2.367006	2.426847
	MAPE	1.468987	1.845798	1.656084
	DW	0.686478	1.795021	1.839065
	R-square	1.064526	0.874163	1.008042
	AIC	2.456985	2.147717	2.053752
	BIC	-3.268440	-2.986448	-2.892253
	SC	2.506693	2.197424	2.103459
3	MSE пр.	1.317349	5.408313	6.385595
	MSE	0.788241	2.388737	1.625459
	MAPE пр.	2.129226	3.095381	3.169584
	MAPE	1.496548	2.149238	1.834261
	DW	0.686478	1.762895	1.839065
	R-square	1.064526	0.945517	1.008042
	AIC	2.456985	2.229614	2.053752
	BIC	-3.268440	-3.065077	-2.892253
	SC	2.506693	2.279321	2.103459

Таблица 6.

Статистика критериев на каждый шаг прогноза для индекса Dow Jones Industrial Average при использовании НМГУА

Шаг прогноза	Название критерия	Процент обучающей выборки		
		50%	70%	90%
1	MSE пр.	37900.205497	37035.864923	37221.489676
	MSE	25676.116414	62162.341245	43498.250784
	MAPE пр.	1.379057	1.207524	1.425909
	MAPE	1.137631	1.705561	1.627755
	DW	1.910164	1.265273	1.338295
	R-square	0.920628	0.928216	0.769091
	AIC	12.708769	13.569508	13.219191
	BIC	-7.353765	-7.485345	-7.432833
	SC	12.751424	13.612164	13.261847
2	MSE пр.	37541.139628	39456.166212	38884.456009
	MSE	25793.209060	61020.777256	43549.202548
	MAPE пр.	1.379904	1.230402	1.457562
	MAPE	1.143661	1.711295	1.628665
	DW	1.910164	1.265273	1.338295
	R-square	0.920628	0.928216	0.769091
	AIC	12.708769	13.569508	13.219191
	BIC	-7.353765	-7.485345	-7.432833
	SC	12.751424	13.612164	13.261847
3	MSE пр.	44442.485544	44478.491577	79402.073988
	MSE	29782.905175	63478.044185	49364.835751
	MAPE пр.	1.430837	1.289476	1.678009
	MAPE	1.176753	1.719494	1.651875
	DW	1.910164	1.265273	1.338295
	R-square	0.920628	0.928216	0.769091
	AIC	12.708769	13.569508	13.219191
	BIC	-7.353765	-7.485345	-7.432833
	SC	12.751424	13.612164	13.261847

На рис. 2. показан прогноз на 3 шага при  $F = 6$  и проценте обучающей выборки - 70% для гауссовской функции принадлежности, уровень  $\alpha = 0,7$ .

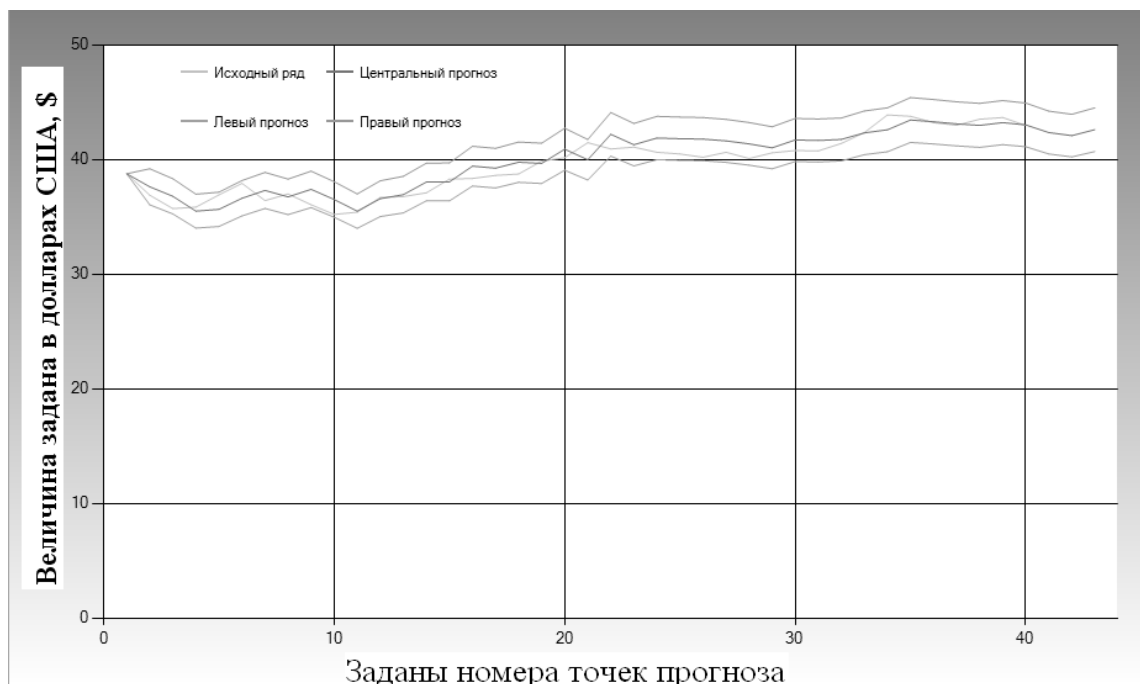


Рис. 2. Прогноз на 3 шага для индекса Dow Jones I. A

Далее были проведены эксперименты по прогнозированию цен акций компании и индекса Доу-Джонса с использованием МГУА и НМГУА с различными моделями частичных описаний (МЧО): линейными, квадратичными, рядами Фурье и ортогональными полиномами Чебышева, а также при использовании нечетких каскадных нео-фаззи нейронных сетей [5]. Итоговые результаты сравнительных экспериментов при прогнозе на 1, 2 и 3 шага вышеуказанными методами для котировки акций компании British Petroleum -BP plc (ADR) приведены в таблице 7, а для индекса Доу-Джонса – в таблице 8.

Судя по представленным оценкам, наилучшие результаты дал нечеткий МГУА с квадратичной моделью частичных описаний при 70%-ой обучающей выборке и гауссовской функцией принадлежности. Худшие результаты в обоих методах дало использование полинома Фурье в качестве МЧО. Оба метода МГУА показали высокую точность прогноза. Если сравнивать результативность обоих методов по использованным моделям частичных описаний, то линейная МЧО в классическом МГУА дала более точные результаты. А при использовании остальных моделей частичных описаний более точные оценки получения для НМГУА. В то же время каскадная нео-fuzzy нейросеть дала результаты хуже, чем оба метода МГУА.

Таблица 7.

## Сравнительные результаты прогнозирования на 3 шага для акций BP plc (ADR)

Шаг Прогноза	Критерии оценки	нео-fuzzy нейрон сеть	Результаты, полученные при помощи четкого МГУА				Результаты, полученные при помощи нечеткого МГУА			
			Линейная МЧО	Квадратичная МЧО	Полином Фурье в кач. МЧО	Полином Чебышева в кач. МЧО	Линейная МЧО	Квадратичная МЧО	Полином Фурье в кач. МЧО	Полином Чебышева в кач. МЧО
1	MSE	5.231	0.285	1.905	0.859	0.365	0.481	0.130	1.691	0.757
	MAPE	4.521	1.034	1.965	1.624	1.114	1.374	0.813	2.960	1.459
2	MSE	6.111	0.425	3.090	1.094	0.366	0.498	0.150	1.742	1.029
	MAPE	5.398	1.227	2.916	1.814	1.115	1.481	0.818	2.977	1.584
3	MSE	7.490	0.675	4.978	2.144	0.523	0.572	0.308	2.183	1.505
	MAPE	6.521	1.496	4.434	2.050	1.320	1.494	0.908	3.024	1.681

Таблица 8.

## Сравнительные результаты прогнозирования на 3 шага для индекса Dow Jones I

Шаг прогноза.	Критерии оценки	нео-fuzzy нейрон сеть	Результаты, полученные при помощи четкого МГУА				Результаты, полученные при помощи нечеткого МГУА			
			Линейная МЧО	Квадратичная МЧО	Полином Фурье в кач. МЧО	Полином Чебышева в кач. МЧО	Линейная МЧО	Квадратичная МЧО	Полином Фурье в кач. МЧО	Полином Чебышева в кач. МЧО
1	MSE	514561	26900	38225	40142	23818	25176	21332	42205	24464
	MAPE	5.231	1.149	1.298	1.445	1.111	1.137	1.046	1.487	1.125
2	MSE	584371	27793	39460	40930	23978	25793	223491	59059	24767
	MAPE	5.992	1.167	1.322	1.445	1.119	1.143	1.098	1.614	1.144
3	MSE	624501	37306	50471	41720	27337	29782	38291	63900	24910
	MAPE	6.179	1.230	1.386	1.460	1.157	1.176	1.099	1.623	1.160

Судя по представленным результатам в табл. 8, каскадная нео-fuzzy нейросеть показала результаты хуже, чем оба метода МГУА.

Наилучшие результаты показал нечеткий МГУА с квадратичной моделью частичных описаний (МЧО) при 50%-ой обучающей выборке и колоколообразной функцией принадлежности. Худшие результаты в обоих методах дало использование полинома Фурье в качестве МЧО. Оба метода МГУА показали высокую результативность. Если сравнивать эффективность обоих методов МГУА И НМГУА по использованным моделям частичных описаний, то полиномы Фурье и Чебышева в качестве МЧО в классическом МГУА дали более точные результаты, а при использовании линейной и квадратичной моделей частичных описаний более точные оценки получены методом НМГУА.

## **Выводы**

1. Проведены сравнительные экспериментальные исследования методов прогнозирования курсов акций на фондовом рынке NYSE. Рассматривались индуктивные методы прогнозирования: классический МГУА, нечеткий МГУА и каскадная neo-fuzzy нейросеть. В качестве входной прогнозируемой величины были выбраны цены закрытия компании BP plc (ADR) и промышленный индекс Доу-Джонса.
2. При анализе данных использованы четыре модели частичных описаний: линейная, квадратичная, полином Фурье первого порядка, полином Чебышева второго порядка.
3. В ходе экспериментов варьировался размер обучающей выборки: 50%, 70% , 0%.
4. Нечеткий метод применялся с использованием трёх типов ФП: треугольной, гауссовской и колоколообразной. Лучшие результаты показало использование гауссовской ФП для прогноза цен акций компании BP plc (ADR) и колоколообразной ФП для прогноза индекса Dow Jones I.
5. Как показали эксперименты, наилучшие результаты были получены при использовании НМГУА с квадратичной моделью частичных описаний при 70%-ой обучающей выборке для прогноза BP plc (ADR) и при 50%-ой обучающей выборке для прогноза промышленного индекса Доу-Джонса. Худшие результаты в обоих методах дало применение полинома Фурье в качестве МЧО. Нечеткий метод показал высокую точность-ошибка прогноза на 3 шага не превышает 2% и только для полинома Фурье ошибка на три шага была 3 %.

6. Четкий метод дает несколько худшие результаты, но ошибка для всех МЧО, кроме полинома Фурье также не превышает 2%, для полинома Фурье ошибка для 3-го шага не превышает 4,5 %. В то же время ошибка для neo-fuzzy нейросети для первого шага была 5%, а для 2-го и 3-го - до 6.5%.

### **Литература**

1. Ю.П. Зайченко. Нечеткий метод индуктивного моделирования в задачах прогнозирования макроэкономических показателей // Системні дослідження та інформаційні технології .-2003.-№3.-с. 25-45.
2. Ю. П Зайченко. Нечеткие модели и методы в интеллектуальных системах. Изд. Дом «Слово», К.: 2008.- 352 с.
3. Зайченко Ю. П., Заєць І. О. Синтез і адаптація нечітких прогнозуючих моделей на основі методу самоорганізації. // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2001. – №3. – с. 34 – 41.
4. Ивахненко А.Г. Мюллер И.А. Самоорганизация прогнозирующих моделей– Киев: Техника. – 1985.
5. Ye. Bodyanskiy, Ye. Viktorov, I. Pliss. The cascade NFNN and its learning algorithm //Вісник Ужгородського національного університету. Серія « Математика і Інформатика». – 2008.- Вип. 17-с 48-58.