УДК 681.5.015

КОМПЛЕКСНА МЕТОДИКА АНАЛІЗУ ЕФЕКТИВНОСТІ ІТЕРАЦІЙНИХ АЛГОРИТМІВ МГУА ЗА ДОПОМОГОЮ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ

О.С. Булгакова[1], В.С. Степашко[2]

[1] *Миколаївський національний університет ім. В.О.Сухомлинського, 54000 Миколаїв, вул. Нікольська, 24*

[2] *Міжнародний науково-навчальний центр інформаційних технологій та систем, 03680 Київ, пр. Академіка Глушкова, 40*

sashabulgakova1@gmail.com; stepashko@irtc.org.ua

Запропоновано методику порівняльного аналізу ефективності ітераційних алгоритмів МГУА за допомогою обчислювальних експериментів. За цією методикою досліджено властивості різних видів ітераційних алгоритмів з метою вивчення впливу основних параметрів та показників, які характеризують кількісно та якісно процес побудови моделі, на ефективність індуктивного моделювання.

Ключові слова: індуктивне моделювання, ітераційні алгоритми, МГУА, обчислювальні експерименти

A technique of comparative analysis of iteration algorithms efficiency using computational experiments is proposed. The properties of iterative GMDH algorithms of different types are investigated by the technique aiming to determine an impact of basic parameters and indicators characterizing both quantitatively and qualitatively the model construction process on the efficiency of inductive modeling.

Keywords: inductive modeling, iterative algorithms, GMDH, computational experiments

Предложена методика сравнительного анализа эффективности итерационных алгоритмов МГУА с помощью вычислительных экспериментов. По этой методике исследованы свойства различных видов итерационных алгоритмов с целью определения влияния основных параметров и показателей, характеризующих количественно и качественно процесс построения модели, на эффективность индуктивного моделирования.

Ключевые слова: индуктивное моделирование, итерационные алгоритмы, МГУА, вычислительные эксперименты

Вступ

Стаття має на меті детальне дослідження ефективності узагальненого ітераційного алгоритму УІА МГУА [1], в основі якого лежить поєднання ідей запобігання втрати початкового базису моделювання та застосування оптимізації складності частинних моделей. Окремими його випадками є алгоритми МГУА багаторядного та релаксаційного типів, а також кілька різновидів ітераційно-комбінаторних (гібридних) алгоритмів.

В основі порівняльних досліджень ефективності різних варіантів ітераційних алгоритмів МГУА лежить пропонована методика обчислювальних експериментів, що має аналогом методику [2, 3] для перебірних алгоритмів.

1. Методика аналізу ефективності ітераційних алгоритмів

Кожен з ітераційних алгоритмів характеризується своїми вхідними (управляючими) параметрами, а також проміжними та вихідними показниками процесу побудови моделі за вибіркою даних, структура якої представлена в табл. 1.

Вхідні параметри**:**

- число початкових аргументів m;
- число точок у вибірці n;
- спосіб розбиття вибірки W на навчальну A та перевірочну B підвибірки (детально способи розбиття вибірки розглянуто в [4]).
- критерій селекції моделей CR;
- свобода вибору моделей F.

Проміжні показники**:**

- графік зміни мінімальних та максимальних значень критерію по рядах;
- зміна складу аргументів у кращій моделі по рядах.

Вихідні показники**:**

- краща модель та її параметри;
- значення критерію селекції ;
- склад аргументів кращої моделі та її близькість до істинної;
- час роботи програми (час роботи центрального процесора).

Таблиця 1

Структура таблиці (матриці) даних

№	$X\ [n\times m]$				$y\ [n\times 1]$
	x_1	x_2	…	x_m	
1	x_{11}	x_{12}	…	x_{1m}	y_1
2	x_{21}	x_{22}	…	x_{2m}	y_2
…	…	…	…	…	…
n	x_{n1}	x_{n2}	…	x_{nm}	y_n

Методика чисельного дослідження впливу управляючих параметрів на ефективність алгоритмів містить такі основні етапи:

1. Отримати числові значення елементів матриці аргументів $\boldsymbol{X}$ $[n\times m]$ за допомогою генератора випадкових чисел з певним розподілом;
2. Задати конкретний вид залежності виходу не від усіх, а лише від певної частини аргументів $X=[\overset{\circ}{X}\,\widetilde{X}]$, де $\overset{\circ}{X}$ - істинні, $\widetilde{X}$ - зайві аргументи.
3. Обчислити значення вектора $\overset{\circ}{y}=\overset{\circ}{X}b$, де b – вектор точних параметрів, та сформувати вибірку W=($X\,y$).
4. Побудувати оптимальні моделі за кожним з алгоритмів за різних значень заданого управляючого параметра.

Отримані результати дозволяють вивчити вплив управляючих параметрів на проміжні та вихідні показники процесу побудови моделі та обрати найбільш ефективний алгоритм.

Крім дослідження впливу управляючих параметрів, в експериментах варто вивчати ефективність відновлення різними алгоритмами істинної структури моделі, закладеної в даних, тому слід формувати експерименти, в яких треба:

− відновити істинну структуру за наявності багатьох зайвих аргументів;

− відновити структуру істинної моделі та дослідити ефективність алгоритмів у задачах із шумом, який може генеруватись за такою формулою:

$$\hat{y} = \overset{\circ}{y} + \alpha(2\gamma - 1)\frac{\overset{\circ}{y}_{\max} - \overset{\circ}{y}_{\min}}{200}, \tag{1}$$

де $\overset{\circ}{y}$ - точний сигнал; α – бажаний рівень шуму у відсотках; γ - випадкова величина, рівномірно розподілена на інтервалі [0, 1]; $\overset{\circ}{y}_{\max}$, $\overset{\circ}{y}_{\min}$ - відповідно максимальне та мінімальне значення вихідної величини;

− відновити істину структуру з невеликим числом аргументів, але зі складною нелінійною залежністю;

− перевірити наявність у розроблених алгоритмів так званої «внутрішньої збіжності» ітераційного процесу моделювання до істинної моделі за структурою і параметрами.

Така методика порівняльного чисельного аналізу алгоритмів дозволяє детально дослідити властивості ітераційних алгоритмів МГУА, визначаючи вплив основних параметрів і показників, які характеризують кількісно та якісно процес побудови моделі, на ефективність індуктивного моделювання.

2. Опис та результати експериментів

Метою дослідження є порівняння ефективності ітераційних алгоритмів МГУА з точки зору аналізу впливу управляючих параметрів на проміжні й вихідні показники процесу побудови моделі та знаходження істинної моделі. Для пошуку оптимальної моделі застосовуються варіанти УІА МГУА, які є різними за своєю архітектурою. В усіх прикладах застосовувався зовнішній критерій регулярності, причому всі експерименти виконувались на комп’ютері з такими характеристиками процесора: AMD Phenom ™ 9650 Quad-Core Processor.

Експеримент 1. *Дослідження ефективності алгоритмів у задачі виявлення істинної структури моделі серед багатьох зайвих аргументів для лінійної залежності за відсутності шуму.*

Дослідження проводилось за описаною методикою для випадку лінійної істинної моделі. Матриця X отримана за генератором випадкових рівномірно розподілених чисел в інтервалі від 0 до 5.

Вибірка містить 200 аргументів, з яких 10 інформативних та 190 зайвих.

Істинна модель залежить від перших 10 аргументів:

$$\overset{\circ}{y} = -3x_1 - 3x_2 + 5x_3 - x_4 - x_5 + 3x_6 + x_7 - 2x_8 + x_9 + x_{10}\,. \qquad (2)$$

Кількість точок спостережень $n = 243$, розбиття вибірки на навчальну та перевірочну таке: $n_A = 173$, $n_B = 60$.

Для вивчення впливу ключового параметра МГУА – свободи вибору кращих рішень F – на ефективність порівнюваних алгоритмів, основний показник якої – відновлення структури істинної моделі, порівнювались такі алгоритми, більш детально описані в [1]:

1) багаторядний ітераційний алгоритм (БІА);
2) релаксаційний ітераційний алгоритм (РІА);
3) комбінований ітераційний алгоритм (КІА);
4) узагальнений ітераційний алгоритм (УІА);
5) комбінаторний з послідовною селекцією аргументів [5].

На рис. 1 показано часові характеристики алгоритмів, тобто час їх роботи (логарифмічна шкала) у залежності від значення свободи вибору кращих моделей. На рис. 2 показано зміну значень критеріїв селекції для різних алгоритмів при збільшенні свободи вибору кращих моделей. Видно, що найменші величини критеріїв при всіх значення F має узагальнений алгоритм, а при F>40 значення критеріїв у всіх алгоритмах стабілізуються. Але вже при F = 20 результати практично не змінюються, що свідчить про достатність цього значення для всіх алгоритмів. Тому саме для такої свободи вибору F = 20 в таблиці 2 подано повну характеристику ефективності всіх алгоритмів.

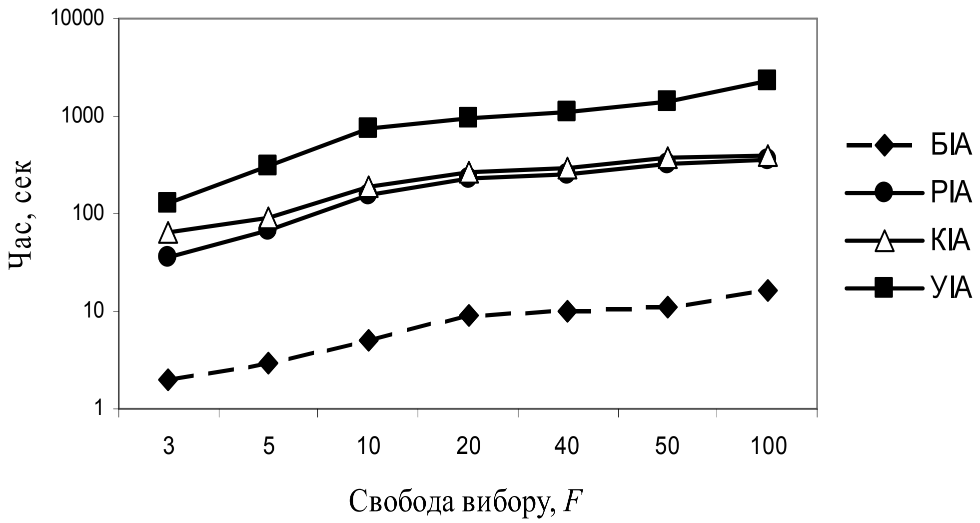

Рис. 1 Часові характеристики алгоритмів

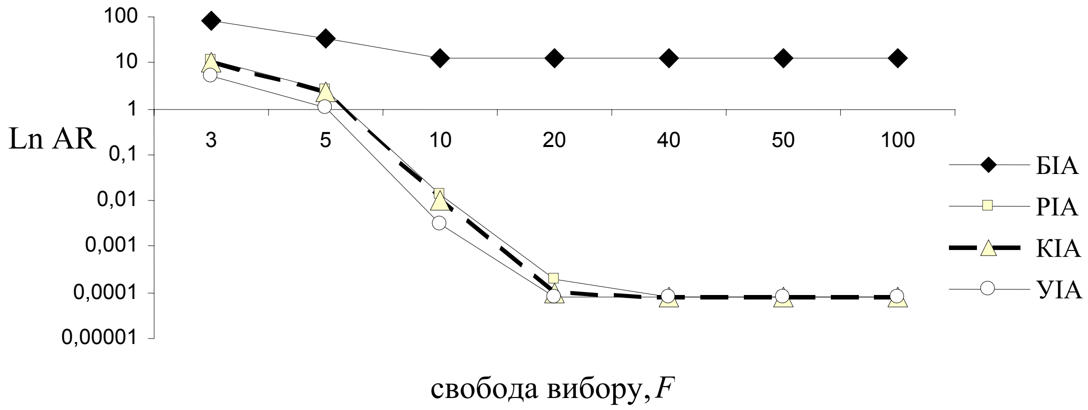

Рис. 2 Вплив свободи вибору на зміну значень критерію селекції

Таблиця 2

Характеристика ефективності алгоритмів

F = 20				Істинні одночлени										Зайві одно-члени
Алго-ритми	r	AR	час, хв	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	
1	9	12,988	0,09	+	+	+		+	+		+		+	9
2	23	0,0002	3,52	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0
3	21	0,0001	4,10	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0
4	36	0,00008	15,4	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0
5	-	0,023	38,0	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0

З таблиці видно, що істинну лінійну залежність відтворюють всі алгоритми, крім класичного багаторядного, в якому були втрачені істинні аргументи (x_4, x_7, x_9), але в узагальненому алгоритмі значення критерію регулярності AR найменше.

Для цієї ж вибірки даних, але за поділу на три частини: n_A=173, n_B=60, n_C=10, було виконано експерименти з відновлення істинної структури (1), закладеної в даних, за такими алгоритмами:

1) багаторядний БІА;
2) релаксаційний РІА;
3) комбінований ітераційний КІА;
4) багаторядно-комбінаторний БІКА;
5) релаксаційно-комбінаторний РІКА;
6) узагальнений ітераційний (УІА);
7) комбінаторний з послідовною селекцією аргументів.

Отримані результати подано в таблиці 3, де вказано також значення помилок моделей на незалежних даних *AR(C)*.

Таблиця 3

Порівняння значень критерію регулярності для різних модифікацій багаторядного алгоритму за лінійної залежності

Алгоритми	*AR(B)*	*AR(C)*	Модель
1	13,045	2,793	$\hat{y} = -2{,}001x_1 - 1{,}249x_2 + 6{,}460x_3 - 1{,}362x_4 - 1{,}001x_5 + 2{,}776x_6 - 0{,}112x_8 - 0{,}001x_{11} + 0{,}101x_{65} - 0{,}002x_{162} + 0{,}125x_{195} + 1{,}000x_{112}$
2	**8,2*10^{-5}**	0,0031	$\hat{y} = -3{,}000x_1 - 3{,}00025x_2 + 5x_3 - 1{,}0001x_4 - 1{,}010x_5 + 3{,}00001x_6 + x_7 - 2x_8 + x_9 + 0{,}989x_{10}$
3	**8*10^{-5}**	0,0029	$\hat{y} = -3{,}000x_1 - 3{,}00025x_2 + 5x_3 - 1{,}0001x_4 - 1{,}010x_5 + 3{,}000003x_6 + x_7 - 2x_8 + x_9 + 0{,}999x_{10}$
4	2,015	0,3183	$\hat{y} = -3{,}000x_1 + 5{,}000x_3 - 1{,}002x_4 - 1{,}001x_5 + 3{,}000x_6 + 0{,}999x_7 - 1{,}998x_8 + 1{,}001x_9 + 1{,}000x_{10} - 2{,}996x_{73}^2$
5	**8*10^{-5}**	0,0029	$\hat{y} = -3{,}000x_1 - 3{,}00025x_2 + 5x_3 - 1{,}0001x_4 - 1{,}010x_5 + 3{,}000003x_6 + x_7 - 2x_8 + x_9 + 0{,}999x_{10}$
6	**8*10^{-5}**	0,0029	$\hat{y} = -3{,}000x_1 - 3{,}00025x_2 + 5x_3 - 1{,}0001x_4 - 1{,}010x_5 + 3{,}000003x_6 + x_7 - 2x_8 + x_9 + 0{,}999x_{10}$
7	0,023	0,1768	$\hat{y} = -2{,}998x_1 - 2{,}990x_2 + 5{,}011x_3 - 0{,}992x_4 - 0{,}991x_5 + 3{,}008x_6 + 0{,}990x_7 - 2{,}019x_8 + 1{,}005x_9 + 0{,}982x_{10}$

Порівнюючи отримані значення, можна зробити такі висновки.

Для лінійної залежності найкращу модель отримано за допомогою релаксаційного, комбінованого, релаксаційно-комбінаторного та узагальненого алгоритмів. При цьому в класичному алгоритмі БІА інформативні аргументи було втрачено на початкових рядах, що значно погіршило модель.

Зазначимо, що в цьому експерименті в узагальненому алгоритмі використовувалися *квадратичні* частинні описи, проте завдяки комбінаторній оптимізації структури частинних моделей була знайдена істинна лінійна залежність.

Звернемо увагу також на те, що комбінаторний алгоритм з послідовною селекцією аргументів виявився кращим від багаторядного алгоритму, але гіршим, ніж узагальнений ітераційний алгоритм та його частинні випадки.

Експеримент 2. *Дослідження ефективності алгоритмів МГУА у задачі виявлення істинної структури моделі серед багатьох зайвих аргументів за квадратичної залежності.*

Матриця $X = [\overset{\circ}{X}\,\widetilde{X}]$ отримана за генератором випадкових рівномірно розподілених чисел в інтервалі від 0 до 5, де $\overset{\circ}{X}$ - істинні, а $\widetilde{X}$ - зайві аргументи.

Дослідження були проведені на попередніх даних, тобто вся вибірка містить 200 аргументів, з яких 4 інформативних та 196 зайвих, і ділиться на три частини: $n_A = 173$, $n_B = 60$, $n_C = 10$.

Вихідна величина (без шуму) представлена квадратичною залежністю:

$$y = -3x_1 - 2x_2x_3 + x_{25}^2 + x_{25}x_1 + 12\ . \tag{3}$$

Для порівняння розглядалися шість ітераційних алгоритмів:

1) багаторядний;
2) релаксаційний;
3) комбінований;
4) багаторядно-комбінаторний;
5) релаксаційно-комбінаторний;
6) узагальнений ітераційний;

У цьому експерименті перебірний алгоритм [5] не застосовувався для порівняння, оскільки він оперує з одночленами повного полінома, але навіть квадратичний поліном від двохсот аргументів містить кілька тисяч членів, тому цей алгоритм виявляється непрацездатним.

Таблиця 4

Порівняння значень критерію регулярності для різних модифікацій багаторядного алгоритму для квадратичної залежності

Алгоритми	*AR(B)*	*AR(C)*	Модель
1	11,309	2,786	$\hat{y} = -3x_1 - 1{,}231x_2 + 2{,}711x_{25} + 0{,}998x_{32} + x_{37} - 2{,}001x_{45} + 12$
2	3,031	0,841	$\hat{y} = -3x_1 - 1{,}231x_2 + 6{,}700x_{25} - 2{,}001x_{45} + 11{,}99$
3	3,011	0,841	$\hat{y} = -3x_1 - 1{,}231x_2 + 6{,}711x_{25} - 2{,}001x_{45} + 12$
4	0,462	0,322	$\hat{y} = -2{,}0001x_2x_3 + x_{25}^2 + x_{25}x_1 - 2{,}999x_{45} + 12$
5	**4*10⁻⁷**	0,089	$\hat{y} = -3{,}000x_1 - 2{,}000x_2x_3 + x_{25}^2 + 0{,}985x_{25}x_1 + 12{,}000$
6	**3*10⁻⁸**	0,001	$\hat{y} = -3{,}000x_1 - 2{,}000x_2x_3 + x_{25}^2 + x_{25}x_1 + 12{,}000$

Результати цієї таблиці свідчать про те, у разі квадратичної залежності істинну структуру моделі отримали за допомогою РІКА та УІА, але узагальнений алгоритм, як і в попередньому випадку (табл. 3), дозволяє відновити істинну модель як за структурою, так і за параметрами.

Експеримент 3. *Дослідження ефективності ітераційних алгоритмів в умовах зашумлених даних для лінійної та нелінійної істинних моделей.*

Матриця X отримана за генератором випадкових рівномірно розподілених чисел в інтервалі від 0 до 1.

Вибірка містить 60 точок даних для 40 аргументів, з яких 3 інформативних та 37 зайвих, і поділена на дві частини: $n_A = 40$, $n_B = 20$.

Вихідна величина без шуму представлена такими залежностями:

лінійний випадок: $$\overset{\circ}{y} = 0{,}5 - 1{,}2x_2 + 5x_{10} - 3{,}4x_{25}\,; \tag{4}$$

квадратична залежність: $$\overset{\circ}{y} = 7 - x_1 + 2x_{31} - 1{,}2x_1x_{31} + 2{,}7x_{12}^2\,. \tag{5}$$

Для порівняння розглядались усі шість ітераційних алгоритмів:

1) багаторядний;
2) релаксаційний;
3) комбінований ітераційний;
4) багаторядно-комбінаторний;
5) релаксаційно-комбінаторний;
6) узагальнений ітераційний;

Якість побудованих моделей обчислювалась на підвибірці *B* як значення критерію регулярності *AR*.

3.1 *Експерименти за відсутності шуму*.

В табл. 5 наведено значення *AR* та обрані моделі для *лінійного* випадку за даними без шуму.

Таблиця 5

Результати моделювання лінійної залежності (без шуму)

Алгоритми	*AR*	Час роботи, хв.	Кількість ітерацій	МОДЕЛЬ
1	62,768	0.17	12	$\hat{y} = 0{,}457 - 0{,}027x_4 - 0{,}015x_5 + 4{,}968x_{10} - - 0{,}013x_{13} + 0{,}002x_{14} - 3{,}474x_{25} - 0{,}749x_{26} - - 0{,}158x_{39}$
2	$5*10^{-4}$	0.21	7	$\hat{y} = 0{,}401 - 0{,}900x_2 + 5{,}002x_{10} - 3{,}399x_{25}$
3	$\mathbf{4*10^{-5}}$	0.29	4	$\hat{y} = 0{,}497 - 1{,}201x_2 + 5{,}000x_{10} - 3{,}399x_{25}$
4	34,256	0.33	11	$\hat{y} = 0{,}89 + 4{,}044\,x_{10} - 3{,}037\,x_{25} - 2{,}930\,x_{35} - - 0{,}799\,x_2^2$
5	$\mathbf{5*10^{-5}}$	0.56	8	$\hat{y} = 0{,}321 - 1{,}200x_2 + 5{,}000x_{10} - 3{,}398x_{25}$
6	$\mathbf{3{,}9*10^{-5}}$	1.26	5	$\hat{y} = 0{,}498 - 1{,}200x_2 + 5{,}000x_{10} - 3{,}399x_{25}$

З таблиці 5 видно, що найкращий алгоритм – узагальнений, який дозволяє відновити істинну модель за структурою і параметрами. Крім того, істинні моделі отримуються також за допомогою алгоритмів 2, 3, 5, але кількість ітерацій найменша у 3 та 6 алгоритмів.

Для *квадратичної* залежності порівнювалась робота трьох найкращих з попереднього експерименту алгоритмів: комбінований, узагальнений, релаксаційно-комбінаторний, а також найпростіший як за структурою, так і за часовими характеристиками класичний багаторядний алгоритм:

1) багаторядний;
2) комбінований;
3) релаксаційно-комбінаторний;
4) узагальнений ітераційний алгоритм.

В табл. 6 наведено значення *AR* критерію та обрані моделі.

Таблиця 6

Результати моделювання квадратичної залежності (без шуму)

Алгоритм моделювання	*AR*	МОДЕЛЬ
1	11,201	$\hat{y} = -44{,}725 - 5{,}589x_1 + 0{,}536x_5 + 0{,}380x_{10} + 30{,}378x_{12} - 0{,}052x_{13} - 0{,}405x_{18} + 0{,}006x_{25} - 2{,}429x_{31} + 0{,}936x_{37} + 0{,}120x_{38}$
2	5,969	$\hat{y} = -32{,}277 - 8{,}074x_1 - 0{,}179x_4 + 1{,}266x_5 - 1{,}441x_6 + 0{,}842x_7 - 0{,}884x_8 + 30{,}475x_{12} - 0{,}717x_{21} - 4{,}934x_{31} - 2{,}878x_{33}$
3	1,383	$\hat{y} = 6{,}89 - 1{,}044x_1 + 2{,}047x_{31} - 2{,}030x_1x_{31} + 2{,}799x_{12}^2$
4	**0,684**	$\hat{y} = 7{,}001 - 1{,}004x_1 + 2{,}000x_{31} - 1{,}130x_1x_{31} + 2{,}700x_{12}^2$

Як видно з табл. 6, найкраща модель 4 була отримана за допомогою узагальненого ітераційного алгоритму. Алгоритм 3 також правильно відтворив істинну структуру, але відповідна модель має менш точні значення параметрів. Моделі 1 та 2 виявилися лінійними і тому дали найгірші результати.

3.2 *Експерименти з доданням шуму* 10%.

Розглянемо приклад, аналогічний попередньому, тобто задано істинні лінійну та нелінійну моделі (4) та (5), проте до вихідних векторів додано вектор шуму на рівні 10%.

В табл. 7 наведено значення критерію *AR* та обрані моделі за різними алгоритмами для *лінійного* випадку.

Таблиця 7

Результати моделювання лінійної залежності при шумі 10%

Алгоритми	*AR*	МОДЕЛЬ
1	77,98	$\hat{y} = 0{,}595 - 0{,}024x_4 - 0{,}007x_5 + 5{,}508x_{10} - 0{,}016x_{13} + 0{,}001x_{14} - 3{,}857x_{25} + 0{,}002x_{27} - 0{,}028x_{37} - 0{,}17x_{39}$
2	$7{,}9 \cdot 10^{-3}$	$\hat{y} = 0{,}410 - 1{,}220x_2 + 5{,}300x_{10} - 3{,}730x_{25}$
3	**$5{,}8 \cdot 10^{-4}$**	$\hat{y} = 0{,}540 - 1{,}320x_2 + 5{,}500x_{10} - 3{,}540x_{25}$
4	38,27	$\hat{y} = 0{,}92 + 5{,}023x_{10} - 3{,}137x_{25} - 3{,}030x_{35} - 0{,}990x_2^2$
5	38,27	$\hat{y} = 0{,}92 + 5{,}023x_{10} - 3{,}137x_{25} - 3{,}030x_{35} - 0{,}990x_2^2$
6	**$4{,}7 \cdot 10^{-4}$**	$\hat{y} = 0{,}542 - 1{,}306x_2 + 5{,}601x_{10} - 3{,}399x_{25}$

Як видно з таблиці 7, при доданні до вихідної змінної 10% шуму найкращою моделлю знову стала модель 6, отримана за узагальненим алгоритмом. Номери порівнюваних алгоритмів та відповідних кращих моделей ті ж, що і в експерименті без використання шуму. Зазначимо також, що алгоритми 4 та 5 побудували однакові, але нелінійні моделі

В табл. 8 наведено значення *AR* критерію та обрані моделі для *квадратичної* залежності за наявності шуму 10%. При цьому порівнювались ті ж чотири алгоритми, що і в таблиці 6.

Таблиця 8

Результати моделювання квадратичної залежності при шумі 10%

Алгоритми побудови моделі	*AR*	МОДЕЛЬ
1	12,861	$\hat{y} = -46{,}302 - 5{,}997x_1 + 0{,}917x_5 + 0{,}400x_{10} + 33{,}379x_{12} - 0{,}281x_{13} - 0{,}593x_{18} + 0{,}007x_{25} - 2{,}810x_{31} - 0{,}210x_{37} + 0{,}094x_{38}$
2	7,240	$\hat{y} = -35{,}977 - 8{,}838x_1 - 0{,}120x_4 + 1{,}470x_5 - 1{,}468x_6 + 0{,}987x_7 - 0{,}958x_8 + 33{,}491x_{12} - 0{,}824x_{21} - 5{,}473x_{31} + 3{,}110x_{33}$
3	1,672	$\hat{y} = 7{,}332 - 0{,}114x_1 + 2{,}107x_{31} - 2{,}018x_1x_{31} + 3{,}009x_{12}^2$
4	**0,720**	$\hat{y} = 7{,}011 - 0{,}007x_1 + 2{,}031x_{31} - 1{,}176x_1x_{31} + 2{,}712x_{12}^2$

Як видно з таблиці 8, найкраща модель 4 була отримана за узагальненим ітераційним алгоритмом, а результати релаксаційно-комбінаторного алгоритму за однакової структури відрізняються менш точними оцінками параметрів.

3.3 *Експерименти з доданням шуму* 30%.

В табл. 9 подано значення критерію *AR* та побудовані за шістьма алгоритмами моделі для випадку *лінійної* залежності при 30% шумі.

За значенням критерію регулярності найкращими є моделі 3 та 6.

Таблиця 9

Результати моделювання лінійної залежності при шумі 30%

Алгоритми побудови моделі	*AR*	МОДЕЛЬ
1	114,07	$\hat{y} = 0{,}720 - 0{,}029x_4 - 0{,}009x_5 + 6{,}660x_{10} - 0{,}0206x_{13} + 0{,}006x_{14} - 4{,}663x_{25} + 0{,}003x_{27} - 0{,}003x_{37} - 0{,}216x_{39}$
2	0,218	$\hat{y} = 0{,}222 - 1{,}611x_2 + 7{,}002x_{10} - 1{,}700x_{15} + 2{,}100x_{25}$
3	**3,23*10^{-2}**	$\hat{y} = 0{,}672 - 1{,}611x_2 + 7{,}002x_{10} - 3{,}500x_{25}$
4	47,12	$\hat{y} = 0{,}92 + 6{,}033x_{10} - 2{,}132x_{25} - 2{,}002x_{35} - 1{,}010x_2^2$
5	**8,8*10^{-2}**	$\hat{y} = 0{,}383 - 1{,}601x_2 + 7{,}001x_{10} - 3{,}509x_{25}$
6	**3,21*10^{-2}**	$\hat{y} = 0{,}673 - 1{,}601x_2 + 7{,}001x_{10} - 3{,}509x_{25}$

В табл. 10 подано значення *AR* та обрані моделі для *квадратичної* залежності при рівні шуму 30%; тут застосовувались ті ж 4 алгоритми, що і в табл. 6.

Таблиця 10

Результати моделювання квадратичної залежності при шумі 30%

Алгоритми побудови моделі	*AR*	МОДЕЛЬ
1	18,593	$\hat{y} = -57{,}354 - 7{,}080x_1 + 0{,}688x_5 + 0{,}534x_{10} + 38{,}977x_{12} - 0{,}0557x_{13} - 0{,}489x_{18} + 0{,}019x_{25} - 3{,}168x_{31} + 7{,}474x_{31} + 0{,}158x_{37} + 0{,}172x_{38}$
2	10,170	$\hat{y} = -39{,}887 - 10{,}507x_1 - 0{,}414x_4 + 1{,}483x_5 - 1{,}827x_6 + 1{,}111x_7 - 1{,}109x_8 + 39{,}558x_{12} - 0{,}906x_{21} - 6{,}389x_{31} + 3{,}730x_{33}$
3	2,152	$\hat{y} = 7{,}432 - 0{,}214x_1 + 2{,}211x_{31} - 2{,}108x_1x_{31} + 3{,}100x_{12}^2$
4	**1,220**	$\hat{y} = 7{,}031 - 0{,}015x_1 + 2{,}041x_{31} - 1{,}101x_1x_{31} + 2{,}900x_{12}^2$

За значенням критерію регулярності найкращою є модель 4, отримана за узагальненим ітераційним алгоритмом.

Якби пошук оптимальної моделі відбувався тільки за класичним багаторядним алгоритмом, то складність оптимальної моделі різко збільшилася б до дванадцяти членів із включенням неінформативних аргументів.

При накладанні на вихідну змінну рівномірного шуму з відношенням шум/сигнал 10% та 30% кращим алгоритмом, що відтворює істинну структуру моделі, залишається узагальнений ітераційний алгоритм МГУА.

3. Висновки

У статті запропоновано та застосовано комплексну методику аналізу ефективності ітераційних алгоритмів МГУА за допомогою обчислювальних експериментів, яка дозволяє всебічно вивчати вплив ключових параметрів порівнюваних алгоритмів на основні показники якості результатів моделювання.

Ефективність ітераційних алгоритмів досліджено за допомогою спланованих чисельних експериментів відповідно до розробленої методики. Виконано порівняння різних варіантів ітераційних алгоритмів МГУА на основі вивчення впливу їхніх основних параметрів на показники ефективності процесу побудови моделей. Виконані експерименти продемонстрували найбільшу ефективність розробленого узагальненого ітераційного алгоритму УІА МГУА.

Література

1. Степашко В.С., Булгакова О.С., Зосімов В.В. Гібридні алгоритми самоорганізації моделей для прогнозування складних процесів . – Індуктивне моделювання складних систем. Збірник праць, випуск 2. – Київ: МННЦ ІТС, 2010. - С. 236-246.
2. Степашко В.С. Конечная селекционная процедура получения результата полного перебора. – Автоматика. - 1983.- № 4.- С. 84-88.
3. Степашко В.С., Костенко Ю.В. Комбинаторно-селекционный алгоритм последовательного поиска модели оптимальной сложности / Пр. І Міжн. конф. з індуктивного моделювання, Львів, 20-25 травня 2002.– Т.1, ч.1. - Львів: ДНДІІІ, 2002. – С. 72-76.
4. Степашко В.С., Кондрашова Н.В. Исследование способов генерации вариантов разбиения выборки в алгоритмах МГУА. – Там же. – С 90-94.
5. Samoylenko O.A., Stepashko V.S. Combinatorial GMDH algorithm with successive selection of arguments. – Proceedings of the II International Workshop on Inductive Modelling IWIM-2007, 19-23 September 2007, Prague, Czech Republic. – Prague: Czech Technical University, 2007. – P. 134-138.