



УДК 535.39:531.715.1

© 2011

Ю. В. Корниенко, С. И. Скуратовский

Накопление фаз фурье-компонент при наблюдении объекта с помощью телескопа с составной апертурой

(Представлено членом-корреспондентом НАН Украины П. Н. Мележником)

У роботі [1] розглянуто накопичення фаз фур'є-компонент миттєвих зображень під час спостереження об'єкта крізь турбулентну атмосферу та запропоновано новий спосіб такого накопичення, більш ефективний, ніж відомі раніше. Проте більш детальний аналіз можливостей цього методу виявляє існування і у нього досить жорстких меж ефективного застосування, зумовлених не якоюсь недосконалістю методу, а специфікою способу формування зображення за допомогою традиційного телескопа. У даній роботі коротко проаналізовано причини, які породжують ці обмеження, і показано, яким чином можна істотно зменшити їх вплив, формуючи зображення за допомогою телескопа, апертура якого складається із субапертур досить малого розміру.

1. Происхождение ограничений и необходимость применения телескопа с составной апертурой. Как было сказано в [1], типичный наклон фазового фронта волны, обусловленный влиянием атмосферных неоднородностей, равен h/l , где h — среднеквадратичное отклонение фронта от невозмущенного положения, а l — характерный размер атмосферных неоднородностей. При размере апертуры телескопа D , заметно превышающем l , изображение точки в фокальной плоскости оказывается суммой пятен от каждого участка апертуры, соответствующего своей неоднородности. Каждое из этих пятен имеет характерный размер $F\lambda/l$ и смещено относительно невозмущенного положения на величину Fh/l , где F — фокусное расстояние телескопа. При $h > \lambda$ смещение пятен становится больше их размера, и световые потоки перестают интерферировать, что исключает возможность измерения фаз фурье-компонент изображения, передаваемых соответствующими парами участков апертуры. Это является фактором, который ставит принципиальный предел достижению дифракционного предела разрешения, когда $D/l > 1$. Таким образом, при наблюдении с традиционным телескопом больших размеров и атмосферных искажениях фазы больше 2π дифракционное разрешение можно считать недостижимым.

По-видимому, единственный выход из этого положения состоит в применении для формирования изображения модифицированного телескопа с составной апертурой, состоящей из некоторого числа субапертур достаточно малого диаметра d . Такой телескоп должен

функционировать как набор интерферометров Физо-Майкельсона, каждый из которых будет измерять функцию когерентности поля в своей области частотной плоскости, а все эти области в совокупности будут покрывать область частотной плоскости, подлежащую передаче этим телескопом. При этом, однако, интерференционные картинки от разных пар субапертур не должны перекрываться одновременно в фокальной и частотной области, иначе их не удастся разделить при последующей обработке. Это ставит специальные требования к оптической схеме телескопа.

Наиболее эффективной для этой цели представляется схема, разные варианты которой предложены в [2–4]. Ее суть состоит в том, что световые потоки от разных субапертур интерферируют не непосредственно, а после перископического смещения в поперечном направлении, изменяющего в фокальной плоскости пространственную частоту интерференционной картины. Это делается таким образом, чтобы пары субапертур, передающие одну и ту же область пространственных частот, давали в фокальной плоскости интерференционные картины в разных, не пересекающихся областях частотной плоскости. Это позволяет, выбирая конфигурацию входной апертуры такого интерферометра, не заботиться о ее избыточности и оптимизировать ее по другим показателям [5].

Независимо от выбора оптической схемы, результат одной мгновенной экспозиции при наблюдении с помощью такого прибора представляет собой интерферограмму, в фурье-образе которой представлены результаты измерения функции когерентности во всех частотных окнах, передаваемых имеющейся системой субапертур. Если наблюдаемый объект достаточно мал, его фурье-образ в силу теоремы Котельникова-Найквиста однозначно определяется своими значениями в точках отсчета, расположенными достаточно редко, и можно считать, что в каждом окне присутствует только одна фурье-компонента. Обработка последовательности таких кадров должна состоять в усреднении полных фаз этих фурье-компонент отдельно для каждой пары субапертур. Если какая-то фурье-компонента в спектре изображения объекта передается более чем одной парой субапертур, требуется дополнительное усреднение фазы по всем парам субапертур, передающих эту фурье-компоненту. При этом следует учитывать, что полная фаза определяется с неопределенностью в $2\pi k$, и целые значения k для разных пар субапертур могут оказаться разными.

2. Возможности телескопа с составной апертурой. В работе [1] рассматривался телескоп, диаметр D которого больше размера неоднородностей l . Теперь рассмотрим фазовое искажение $\phi(\xi, \eta)$ ((ξ, η) — декартовы координаты в апертурной плоскости) в пределах субапертуры диаметром d , причем $d \ll l$. Пусть его среднеквадратичное значение равно q , а радиус корреляции равен l . В этом случае $\phi(\xi, \eta)$ можно представить в виде ряда Тейлора

$$\phi(\xi, \eta) = \phi + \phi_{\xi}\xi + \phi_{\eta}\eta + \phi_{\xi\xi}\xi^2 + \phi_{\xi\eta}\xi\eta + \phi_{\eta\eta}\eta^2 + \dots \quad (1)$$

При достаточно малом d/l в данном разложении можно ограничиться линейным слагаемым. Это означает, что в этом приближении волновой фронт можно считать плоским и отличающимся от неискаженного фронта только смещением ϕ_0 и наклоном $(\phi_{\xi}, \phi_{\eta})$. Изображение точки, формируемое субапертурой, имеет диаметр $F\lambda/d$, а его смещение относительно невозмущенного положения, обусловленное наклоном фронта, равно $Fq\lambda/2\pi l$. Изображения, построенные разными субапертурами, будут эффективно интерферировать, если смещение пятна мало по сравнению с его диаметром, т. е. если

$$d \ll \frac{2\pi l}{q}. \quad (2)$$

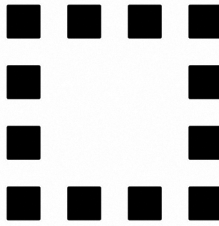


Рис. 1. Конфигурация входной апертуры интерферометра, используемая при исследовании возможностей метода накопления фаз

Выполнение этого требования обеспечивает достижимость дифракционного предела разрешения при любом размере D всей апертуры телескопа. При этом критическое значение q , равное раньше 2π , теперь определяется условием равенства диаметра субапертурного дифракционного пятна и его типичного смещения, не зависит от размера полной апертуры и равно

$$q_0 = \frac{2\pi l}{d}. \quad (3)$$

Таким образом, применяя телескоп с составной апертурой, мы выигрываем в допустимых значениях q во столько раз, во сколько раз диаметр субапертуры меньше размера атмосферных неоднородностей. Конечно, уменьшение d приводит к проигрышу в других характеристиках телескопа, однако главным здесь представляется возможность преодолеть ограничение, которое для телескопа со сплошной апертурой имеет принципиальный характер и кажется непреодолимым.

Оптимистические выводы теории, изложенные в этом параграфе, требуют экспериментальной проверки. Физический эксперимент такого рода стоил бы слишком дорого. Однако компьютерный эксперимент, хотя и требует больших затрат машинного времени, при нынешних возможностях вполне доступен. Ему посвящен следующий параграф.

3. Экспериментальное исследование на компьютерной модели. Компьютерный эксперимент во всех существенных подробностях ставился так же, как и в работе [1]. Однако теперь для получения изображения объекта вместо традиционного телескопа был многолучевой интерферометр [2–4], позволяющий отделить друг от друга интерферограммы, формируемые каждой парой его субапертур. Входная апертура интерферометра имела конфигурацию, представленную на рис. 1. Геометрия входной апертуры выбрана с таким расчетом, чтобы каждая точка в спектре изображения была покрыта минимум однократно, но при этом в частотной плоскости интерферограммы окна, передаваемые разными парами субапертур, не перекрывались. Наблюдение состояло в съемке последовательности из 1000 интерферограмм с интервалом времени в $1/20$ времени заморозки атмосферы. Обработка этой последовательности, как и раньше, состояла в отслеживании полных фаз всех фурье-компонент и их усреднении по времени [1]. Усредненные значения фазы использовались для реконструкции изображения объекта.

Накопление сигнала производилось исключительно только путем усреднения полных фаз. Жесткая связь между результатами измерения функции когерентности с помощью многолучевого интерферометра, лежащая в основе интерферометрического метода формирования изображений [2–4], не использовалась при накоплении сигнала.

Главный вопрос, подлежавший выяснению с помощью этого эксперимента, состоял в том, возможно ли при наблюдении с помощью такого оптического инструмента преодолеть ру-

беж $q = 2\pi$, используя метод накопления полных фаз и при этом сохраняя дифракционное разрешение в реконструированном изображении.

Ответ на этот вопрос оказался положительным. Ниже более подробно излагаются полученные результаты.

4. Результаты компьютерного эксперимента. В ходе эксперимента был сгенерирован ряд коррелированных временных последовательностей фазовых полей по 1000 кадров в серии. С этими полями фазовых искажений были построены интерферограммы объекта, моделирующие результаты наблюдений объекта с помощью описанного выше интерферометра сквозь турбулентную атмосферу. Последовательности этих интерферограмм подвергались преобразованию Фурье, и полные фазы их фурье-компонент отслеживались и усреднялись, как это было описано в [1]. С полученными средними значениями фаз реконструировалось изображение объекта; при этом для сокращения непринципиальных вычислений модули фурье-компонент получались не из результатов наблюдения, а непосредственно из фурье-образа неискаженного изображения. Дополнительным оправданием этому может служить тот факт, что, как показано в [2, 6], для слабого объекта, когда интерферограммы состоят из отдельных фотонных событий, модули можно получить временным накоплением сигнала второго порядка (по парам фотонных событий), в то время как для получения фаз необходимо накопление третьего порядка (по тройкам событий), требующее при слабом сигнале намного больше времени. Поэтому точность определения модулей при слабом сигнале всегда будет превышать точность определения фаз.

Каждое фазовое поле представляло собой реализацию стационарного гауссова случайного процесса с гауссовым спектром. Параметрам этого процесса — среднеквадратичному значению искажения фазы q и размеру неоднородностей l — придавались различные значения, чтобы увидеть, как работает метод при разных состояниях атмосферы. Параметру l придавались такие значения, чтобы диаметр апертуры в несколько раз превосходил размер неоднородностей; в большинстве экспериментов отношение D/l было равно 3 или 4. Параметру q придавались такие значения, при которых в случае сплошной апертуры метод перестает работать, и значения q увеличивались до тех пор, пока метод не переставал работать и с составной апертурой.

Изображения, представленные на рис. 2, являются результатом реконструкции по 1000 кадров, полученных описанным выше способом при $l = 10$ (пикселей) и q от π до 4π . Верхний ряд изображений — это результат реконструкции по данным телескопа с круглой сплошной апертурой диаметром 32 элемента раstra, такой же, как и в работе [1]. Средний ряд получен путем накопления фаз по данным многолучевого интерферометра, входная апертура которого изображена на рис. 1. Значения q , при которых со сплошной апертурой удается получить изображения приемлемого качества, едва ли достигает π . При такой атмосфере интерферометр дает хорошее изображение. При дальнейшем увеличении q телескоп со сплошной апертурой постепенно перестает работать, в то время как при наблюдении с интерферометром качество изображения лишь несколько снижается. При $q = 3\pi$, когда телескоп со сплошной апертурой не дает и намека на изображение, качество изображения, реконструированного по данным интерферометра, все еще приемлемо, хотя тоже начинает заметно снижаться. Здесь мы приближаемся к пределу, обусловленному наклоном волнового фронта, когда нарушается совмещение интерферирующих потоков. Это наводит на мысль, что предел можно отодвинуть, если снабдить интерферометр адаптивной системой, способной компенсировать наклон фронта на каждой субапертуре в отдельности. Такая система, точно компенсирующая наклон фронта, была смоделирована и включена в модель

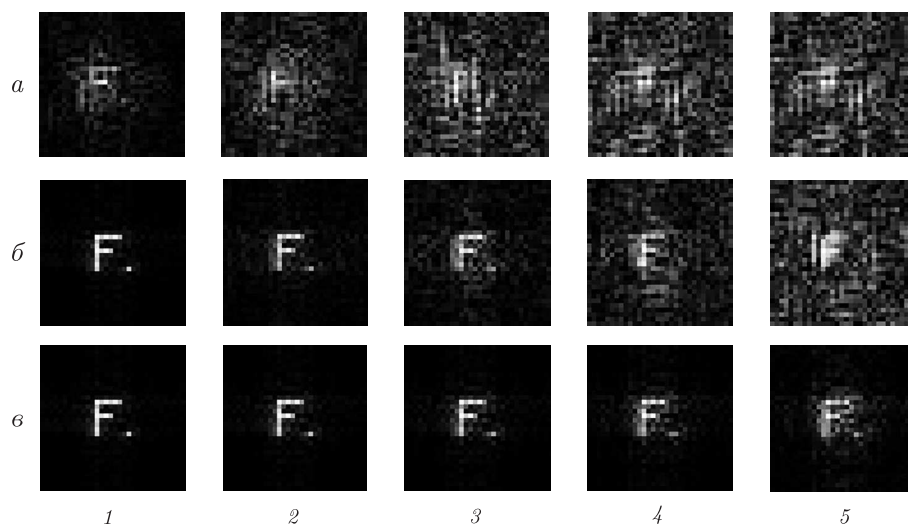


Рис. 2. Изображения, реконструированные методом накопления полных фаз при использовании телескопа со сплошной апертурой (а), многолучевого интерферометра (б) и многолучевого интерферометра с применением адаптивной коррекции наклона фазового фронта на субапертурах (в) при следующих характеристиках атмосферы: $D/l = 3$, $q = \pi$ (1), $3\pi/2$ (2), 2π (3), 3π (4) и 4π (5)

интерферометра. Полученный результат иллюстрируется нижним рядом изображений на рис. 2, откуда видно, что реконструкция изображения остается успешной даже при $q = 4\pi$, хотя при этом качество изображения уже заметно снижается. Снижение качества при точной адаптивной компенсации наклонов объясняется влиянием членов высших порядков в разложении (1), опущенных в этой формуле.

Предельное значение q , до которого остается возможным успешно реконструировать изображение, теперь не является постоянным: оно возрастает с уменьшением размера субапертуры по сравнению с размером неоднородностей. Уменьшение субапертур потребует увеличения их числа. Это повлечет за собой целый ряд неудобств, однако все же откроет путь к достижению дифракционного предела разрешения даже при плохой атмосфере.

5. Накопление фаз и интерферометрический метод формирования изображений. Применение многолучевого интерферометра для наблюдения объекта в данной работе может вызвать естественный вопрос: зачем нужно накопление фаз, если такой интерферометр способен сам обеспечить исключение фазовых искажений из результатов измерений благодаря их избыточности (с учетом теоремы Ван-Циттерта–Цернике [7]), как об этом говорится в [2–4, 6]. Ответ на этот вопрос требует более детального его рассмотрения.

Как явствует из [2–4, 6], полный набор всех результатов однократного измерения фаз с помощью интерферометра содержит в себе достаточно информации для определения и исключения фазовых искажений на всех субапертурах интерферометра. Это обеспечивается тем, что измеряемые фазы ϕ_{ik} (фаза фурье-компоненты, передаваемой i -й и k -й субапертурами) и результаты их измерений ψ_{ik} связаны с атмосферными фазовыми искажениями δ_i и δ_k на соответствующих субапертурах уравнениями

$$\phi_{ik} + \delta_k - \delta_i = \psi_{ik}. \quad (4)$$

(При этом учитывается только нулевое слагаемое в (1). Можно написать и более совершенную систему уравнений, учитывающую наклон фронта; это существенно усложнит процедуру обработки интерферограммы.) Совокупность всех таких уравнений образует систему

уравнений, которой при правильно выбранной конфигурации входной апертуры достаточно для определения всех ϕ_{ik} (с неопределенностью, соответствующей лишь перемещению объекта по небесной сфере). Решая эту систему, можно (с какой-то точностью) определить истинные значения всех фаз ϕ_{ik} . Это осуществимо даже при наличии единственного мгновенного снимка, когда никакое накопление по времени невозможно. С этой точки зрения интерферометрический метод представляется более совершенным, чем метод накопления полных фаз.

Однако эти рассуждения наталкиваются на уже знакомое препятствие: фазы ψ_{ik} в (4), получаемые при обработке интерферограммы, представлены своими главными значениями и отличаются от полных значений на величину $2\pi k$ (k — неизвестное целое число). Это обстоятельство не имело бы значения, если бы изменение на $2\pi k$ правой части (4) приводило бы к такому же изменению в решении системы (4). Однако одно и то же ϕ_{ik} входит в разные уравнения системы (4) (в силу избыточности входной апертуры), и никакой гарантии такой инвариантности решения нет. Поэтому в правых частях системы (4) должны стоять полные значения измеренных фаз, что порождает проблему их определения и приводит к требованию их отслеживания.

Поэтому интерферометрический метод, будучи принципиально применимым к одиночному кадру, практически потребует последовательности кадров, причем пригодной для отслеживания фаз, т. е. полученной с интервалом времени, малым по сравнению с временем заморозки атмосферы.

Дальнейшее рассмотрение этого вопроса приводит к выводу, что наилучшим подходом к задаче было бы согласованное решение систем (4) для всех кадров последовательности. Это порождает трудности уже совсем другого характера. В эксперименте, описанном в п.3, апертура состояла из 12 субапертур, и система (4) содержала бы 66 уравнений (в предположении, что объект мал, и каждое окно в частотной плоскости содержит только одну независимую точку отсчета, в противном случае число уравнений будет намного больше). Объединение таких систем для последовательности из 1000 кадров содержало бы 66000 уравнений. При всей принципиальной простоте этой системы ее практическое решение (с учетом ее некорректности при наличии шума) создало бы значительные трудности.

Метод накопления полных фаз требует значительно меньшего объема вычислений, который осуществим даже в процессе наблюдения, что может оказаться весьма важным при решении некоторых практических задач. Для телескопа со сплошной апертурой эта процедура подробно описана в п. 5 статьи [1]. Для многолучевого интерферометра она отличается в несущественных деталях.

Метод накопления полных фаз открывает новые возможности получения астрономических изображений с дифракционным разрешением. Реализация этих возможностей будет более полной, если для формирования изображений применять многозеркальный телескоп, предпочтительно с адаптивной компенсацией наклонов волнового фронта на каждом зеркале в отдельности. Этот метод может быть актуальным и при наблюдении из космоса, поскольку при больших размерах телескопа многие причины могут и там вызывать фазовые искажения, подобные атмосферным.

1. Корниенко Ю. В., Скуратовский С. И. О реконструкции неискаженного изображения объекта по серии его изображений, искаженных средой со случайными неоднородностями показателя преломления // Доп. НАН України. — 2010. — № 2. — С. 83–89.
2. Корниенко Ю. В., Уваров В. Н. Накопление сигнала при наблюдении астрономического объекта сквозь турбулентную атмосферу // Докл. АН УССР. Сер. А. — 1987. — № 4. — С. 60–63.

3. *Roddier F.* Redundant versus nonredundant beam recombination in an aperture synthesis with coherent optical arrays // *J. of the Optical society of America Ser. A4.* – 1987. – No 8. – P. 1396–1401.
4. *Корниенко Ю. В.* Интероферометрический подход к проблеме видения сквозь турбулентную атмосферу. I // *Кинематика и физика небесных тел.* – 1994. – **10**, № 2. – С. 98–106.
5. *Корниенко Ю. В. и др.* Развитие квазиоптических и оптических методов в радиофизических исследованиях // Отчет по НИР “ОПОРА”, № ГР 01.03U002263. Кн. 2. Развитие оптических и радиофизических методов исследования космических объектов. – 2006. – 324 с.
6. *Корниенко Ю. В.* Проблема углового разрешения при наблюдении астрономических объектов сквозь атмосферу // 200 лет астрономии в Харьк. ун-те / Под ред. проф. Ю. Г. Шкуратова. – Харьков: Изд-во Харьк. ун-та, 2008. – С. 353–379.
7. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. – Москва: Наука, 1973. – 719 с.

*Институт радиофизики и электроники
им. А. Я. Усикова НАН Украины, Харьков*

Поступило в редакцию 17.05.2011

Yu. V. Kornienko, S. I. Skuratovskiy

The phase accumulation of Fourier components under observation of an object using a composite aperture telescope

A new Fourier-components phase accumulation technique that is more effective than analogues was earlier proposed. However, a more detailed analysis of that technique reveals that there are rather tough limitations on its effective application. That limitations are determined not by some imperfections of the method, but the properties of a chosen image generation technique. A brief analysis of the reasons for such limitations is given. It is shown that their influence can be essentially lowered by using a telescope aperture consisted of some sufficiently low-sized subapertures.