

## **ЭЛЕМЕНТЫ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В СИСТЕМЕ РАСЧЕТОВ ЭФФЕКТИВНОСТИ ДИВЕРСИФИКАЦИИ ПРОИЗВОДСТВА**

Разработка конкурентной стратегической и рыночной политики сложной производственной системы, обеспечивающей устойчивое преимущество на занимаемом сегменте рынка, невозможна без оценки выбранной стратегии с помощью инструментов экономико-математического моделирования. Одной из стратегий роста является диверсификация производства, которая влияет на изменения и приводит к усложнению связей между элементами производственной системы. Оценка эффективности выбранной стратегии необходимо проводить с помощью системного анализа на основе комплексного подхода. Диверсификацию производства как процесс анализировали многие авторы: И. Ансофф, Б. Мильнер, Ф. Лиис, У. Шарп, Р. Леман, Б. Карлофф, А. Томпсон, А.Дж. Стрикленд, О. Виханский, Д. Швагер, М. Баер, Ф. Котлер, Н.Г. Чумаченко, А.И. Амоша, И.А. Александров, О.В. Евсеев, Г.М. Скударь, И.А. Баев, но количественная оценка результатов процесса раскрыта не полностью. Следовательно, оценка эффективности осуществления этого процесса требует комплексного анализа с целью разработки экономической концепции обеспечения эффективности осуществления стратегического роста отечественных предприятий.

Формирование сложных технических систем предприятия не должно проводиться без оценки учёта и анализа надёжности. Недостаточный уровень технической системы предприятий может привести не только к чрезмерным эксплуатационным издержкам, но и более значимым последствиям (невыполнение производственной программы, опасные ситуации и др.). Надёжность – это свойство системы сохранять свое качество, прежде всего работоспособность. Количественными характеристиками надёжности чаще всего выступают вероятность, среднее время безотказной работы, коэффициент готовности и др. Надёжность системы зависит от её состава и структуры, то есть от количества и качества отдельных её элементов, а также от способов объединения последних в системе. Различают два основных типа соединений элементов системы – последовательное и параллельное. Первый тип характерен для специализированных производственных структур с жёсткой одноцелевой ориентацией технологического процесса. Упрощённо такая структура может быть представлена однолинейной цепочкой последовательно связанных основных и вспомогательных процессов (рис.1 а). Отказ любого звена такой цепи

переводит систему в нерабочее состояние. Для второго типа соединения характерно наличие дублирования (резервирования) производственных функций и повышение на этой основе

работоспособности технологического звена (рис. 1 б). Комбинация этих двух типов соединений порождает третий тип (рис. 1 в), характерный для сложных производственных структур.

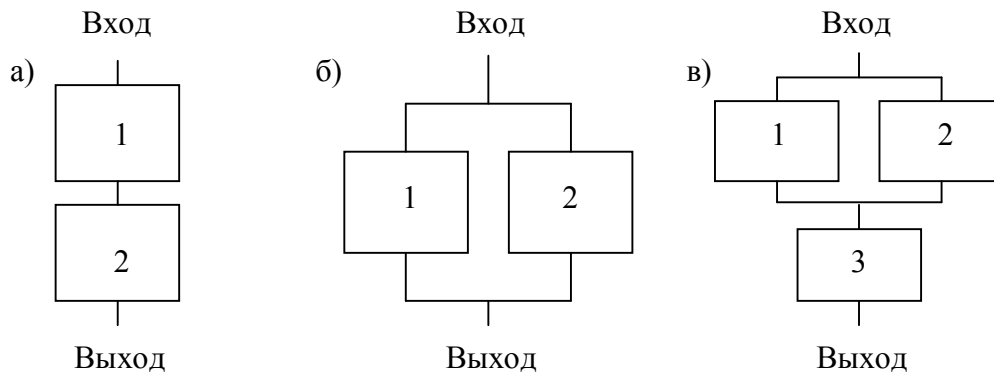


Рис.1. Типы соединения производственных звеньев

В свете исследуемой проблемы (диверсификация производства) интерес будут представлять второй и третий типы соединений производственных звеньев. Рассмотрим работу в течение фиксированного интервала времени  $T$  физической системы, состоящей из  $n=2$  параллельно соединённых элементов (технологических линий).

Обозначим рабочее и противоположное ему состояния  $i$ -й линии в течение заданного интервала времени через  $S_i$  и  $\bar{S}_i$ , а вероятности этих состояний – соответственно через  $q_i$  (надёжность) и  $p_i$ . Положим, что отказ одной линии не изменяет вероятность безотказной работы другой линии. Тогда в соответствии с теорией надёжности технических систем

вероятности одновременного отказа ( $p$ ) обеих линий и работоспособного состояния системы ( $q$ ) могут быть вычислены по формулам:

$$p = \prod_{i=1}^n p_i; \quad (1)$$

$$q = 1 - p. \quad (2)$$

Пусть вероятности отказа линий составляют величины:  $p_1=0,1$ ;  $p_2=0,2$ . Тогда значения их надёжностей соответственно будут равны:  $q_1=0,9$ ;  $q_2=0,8$ . Поскольку каждая линия «генерирует» два исхода, то количество возможных состояний при условии независимости элементов системы в общем случае равно  $2^n$ . Возможные состояния системы (при  $n=2$ ) и их вероятности для указанных условий приведены в табл. 1.

Таблица 1. Вероятностная оценка надёжности системы

Состояния системы				Энтропия
$\bar{S}_1 \bar{S}_2$	$\bar{S}_1 S_2$	$\bar{S}_2 S_1$	$S_1 S_2$	
Вероятности состояний				
$p_1 p_2$	$p_1 q_2$	$p_2 q_1$	$q_1 q_2$	1,19
0,02	0,08	0,18	0,72	
Отказ системы			Надёжность	

0,02	0,00	0,00	0,98	0,14
------	------	------	------	------

Указанные в таблице события означают (слева направо): одновременный отказ обеих линий (вероятность 0,02), отказ первой линии при работе второй (0,08), отказ второй линии при работе первой (0,18), обе линии в рабочем состоянии (0,72).

Общая энтропия возможных состояний системы может быть вычислена либо по общей формуле

$$H=0,02\text{Log}(1/0,02)+0,08\text{Log}(1/0,08)+0,18\text{Log}(1/0,18)+0,72\text{Log}(1/0,72)=1,19,$$

либо как сумма энтропий каждой линии

$$H=H_1+H_2=0,1\text{Log}(1/0,1)+0,9\text{Log}(1/0,9)=0,47+0,72=1,19.$$

Если же необходимо определить только альтернативные состояния системы (нерабочее –  $\bar{S}$  / рабочее –  $S$ ), то вероятностные их оценки будут такими:  $p=0,02$ ;  $q=1-0,02=0,98$ ;  $H=0,14$  (последняя строка табл. 1).

Характерно, что ряд авторов подобным образом оценивают надёжность функционирования экономических систем [1] либо доказывают достоинства диверсификации производства [2]. Однако знание вероятности рабочего состояния системы ещё недостаточно для оценки надёжности выполнения участком планового задания по объёмам производства. Совершенно очевидным есть то, что ожидаемое значение и вероятность невыработки продукции будут определяться (в рассматриваемом примере) не одним ( $\bar{S}_1 \bar{S}_2$ ), а тремя из четырёх состояний ( $\bar{S}_1 \bar{S}_2$ ;  $\bar{S}_1 S_2$ ;  $\bar{S}_2 S_1$ ) производственного звена. Возможные состояния неполного отказа системы (отказ одного, двух и более из  $n-1$  элементов) не будут приводить к снижению производственного эффекта звена только при наличии у каждой линии «горячей» резервной мощности, достаточной для компенсации

производительности простаиваемых в это время других линий. Введём обозначения для следующих величин:

$Q$  – плановый объём производства, заданный участку (звену), усл. ед.;

$V_{ni}$  – номинальная мощность (производительность)  $i$ -й линии, усл. ед.;

$g_i = Q_i/Q$  – доля планового объёма, производимая  $i$ -й линией;

$d_i = V_{ni} / Q$  – коэффициент возможного покрытия планового объёма участка мощностью  $i$ -й линии.

Из приведенных соотношений следует, что при  $V_i > Q_i$  ( $d_i > g_i$ )  $i$ -я линия будет относительно недогружена на величину  $(d_i - g_i)$ , то есть линия располагает «горячей» резервной мощностью, заключённой в работающем оборудовании. Естественно, что в ситуациях  $\bar{S}_1 S_2$  и  $\bar{S}_2 S_1$  резервная мощность работающей линии в размере  $(d_i - g_i)$  может быть использована для компенсации мощности отказавшего оборудования. Тогда доля снижения производственной мощности системы, например, в состоянии  $\bar{S}_1 S_2$  определится разностью  $(1 - d_2) = [g_1 - (d_2 - g_2)]$ , поскольку  $\sum g_i = 1$ . Подобным образом вычисляется вероятностная характеристика  $(1 - d_1)$  и для состояния  $\bar{S}_2 S_1$ .

Величины  $(1 - d_2)$  и  $(1 - d_1)$  можно рассматривать как условные вероятности снижения мощности производственного звена при свершении соответственно событий  $\bar{S}_1 S_2$  и  $\bar{S}_2 S_1$ . Тогда вероятности совместного попарного их наступления определяются как произведения:  $(1 - d_2)p_1q_2$  и  $(1 - d_1)p_2q_1$ . При  $d_2 = g_2$  и  $d_1 = g_1$  будем соответственно иметь:  $g_1p_1q_2$  и  $g_2p_2q_1$ . Наконец, если  $d_1 = 1$  и  $d_2 = 1$ , что имеет место при полной компенсации снижения выработки производственного звена резервной мощностью, заключённой в недогруженных линиях, указанные

вероятности обращаются в нуль. Численные значения этих двух граничных состояний и отражены в табл.1. При изменении величин  $d_i$  в пределах от  $g_i$  до 1 энтропия снижается от 1,19 до 0,14.

Рассмотрим теперь ситуацию, когда разнообразие производственного звена возрастает за счёт увеличения общего количества параллельно работающих технологических линий, имеющих одинаковые параметры надёжности ( $q_i = 0,95$ ;  $p_i = 0,05$ ) и производительности ( $g_i = 1/n$ ). Тогда для вычисления вероятностей отказа  $m$  линий из  $n$  можно воспользоваться формулой биномиального распределения:

$$P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m} = \frac{n!}{m!(n-m)!} p^m q^{n-m}. \quad (3)$$

Среднее же значение ( $\Delta \bar{g}$ , о.е.) теряемой мощности из-за неработоспособного состояния линий определится как взвешенная по вероятностям величина:

$$\Delta \bar{g} = \left( \sum_{m=1}^n P_n(m) m / n \right) / \sum_{m=1}^n P_n(m). \quad (4)$$

Результаты вычислений, приведенные в табл. 2, свидетельствуют о том, что диверсификация производственного звена путём увеличения числа параллельно работающих однотипных единиц оборудования снижает уровень совокупного риска, обусловленного

потерей производственной мощности. Значение производственной мощности при этом уменьшается и стремится к средней производительности отдельного агрегата. Это обстоятельство следует учитывать при определении величины «холодного» резерва мощности, заключённого в исправной, но не работающей единице оборудования при работоспособном состоянии остальных единиц. Вместе с тем имеет место возрастание разнообразия (энтропии) технологического звена как источника информационных сообщений и материальных потоков, поступающих на последующие технологические звенья предприятия (см. рис. 1 в), что усложняет их управляемость. Чаще всего материальные потоки между отдельными последовательными звеньями технологических переделов являются дискретно-прерывными («порционными»). И чтобы мощность общего звена могла быть использована полностью (а следовательно, экономически и наиболее эффективно), требуется жёсткая синхронизация (во времени) этих потоков. В обратном случае будет снижаться оперативная надёжность таких звеньев, вызывая ухудшение определённой группы экономических показателей.

Таблица 2. Влияние диверсификации производственного звена на величину мощности аварийного простоя оборудования

$m$	$n=2$		$n=4$		$n=5$	
	$p_{n(m)}$	$m/n$	$p_{n(m)}$	$m/n$	$p_{n(m)}$	$m/n$
0	0.9025		0.8145		0.7738	
1	0.0950	0.50	0.1715	0.25	0.2036	0.20
2	0.0025	1.00	0.0135	0.50	0.0214	0.40
3			0.0005	0.75	0.0011	0.60
4			0.0000	1.00	0.0000	0.80

5					0.0000	1.00
Энтропия						
	0,4778		0,7667		0,8841	
Ожидаемое значение теряемой мощности ( $\Delta \bar{g}$ )						
		0,51		0,27		0,22

Рассмотрим схему, представленную на рис. 1 в, как простейшую одноканальную систему массового обслуживания (СМО) с отказами. На вход звена 3, имеющего среднюю производительность (поток обслуживания)  $\mu$ , поступает поток заявок с интенсивностью  $\lambda = g_1 + g_2$  (доли планового объёма производства в единицу времени). Одноканальная СМО может находиться только в одном из двух состояний:  $S_0$  – свободна;  $S_1$  – занята. Вероятности  $p_0$  и  $p_1$  нахождения системы в указанных состояниях определяются из соотношений:

$$p_0 = \mu / (\lambda + \mu); \quad (5)$$

$$p_1 = \lambda / (\lambda + \mu), \quad (6)$$

откуда вероятность того, что входной поток будет обслужен, будет равна  $p_0$ . Численно этой же величине соответствует значение относительной пропускной способности СМО. Вероятность отказа на обслуживание  $p_{отк} = p_1$ .

Из приведенных соотношений видно, что даже при равных интенсивностях потоков заявок и обслуживания надёжность такой СМО будет довольно низкой (0,5). Поэтому на практике для повышения оперативной

надёжности (пропускной способности) простейшей СМО её преобразуют либо в многоканальную систему, либо в систему с ожиданием (с очередью). Это означает, что звено 3 комбинированной схемы (рис. 1 в) необходимо или диверсифицировать, создав дополнительные каналы обслуживания, или соорудить накопительные устройства для входного потока с целью ожидания им своего обслуживания.

Вероятности состояний многоканальной системы с отказами вычисляются по выражениям:

$$p_0 = 1 / (1 + \sum_{i=1}^n \frac{\lambda^i}{i! \mu^i}); \quad (7)$$

$$p_{отк} = p_n = \lambda^n p_0 / (n! \mu^n). \quad (8)$$

Относительная пропускная способность многоканальной СМО характеризует её надёжность и вычисляется как разность ( $q = 1 - p_n$ ). В табл. 3 приведены расчётные значения вероятностей  $p_0$ ,  $p_n$  и надёжности  $q$  СМО с различным числом каналов ( $n = 1..5$ ) при  $\lambda = \mu$ . Здесь же показаны вероятности состояний занятости различного числа каналов  $p_i$  ( $i = 0..5$ ) и соответствующие им значения энтропии  $H_i$  при  $n = 5$ .

Таблица 3. Влияние числа каналов СМО на надёжность обслуживания заявок

Число каналов $n$	$p_0$	$p_n$	$Q$	$n=5$		
				$i$	$p_i$	$H_i$
1	0.50	0.50	0.50	0	0.37	0.53
2	0.40	0.20	0.80	1	0.37	0.53
3	0.38	0.06	0.94	2	0.18	0.45
4	0.37	0.02	0.98	3	0.06	0.25
5	0.37	0.00	0.999	4	0.02	0.09
-	-	-	-	5	0.00	0.03

-	-	-	-	$\Sigma$	1.00	1.88
---	---	---	---	----------	------	------

Результаты подтверждают выводы, полученные при рассмотрении предыдущего примера: с увеличением разнообразия системы повышается её надёжность.

Конечной целью производственной диверсификации является достижение финансовой надёжности и устойчивости функционирования организации. Одним из направлений решения этой задачи является формирование продуктового портфеля соответствующей структуры. Рассмотрим продуктовый портфель предприятия, состоящий из двух товаров А и Б. Рискованность по каждому товару может быть оценена дисперсией ( $\sigma^2$ ) или средним квадратическим отклонением ( $\sigma$ ) доходов от реализации каждого из этих продуктов, а риск портфеля – дисперсией или средним квадратическим отклонением доходов портфеля [1-6]. Риск портфеля  $\sigma_p^2$ , измеряемый через дисперсию, рассчитывается как взвешенная сумма ковариаций доходности всех пар продуктов, где каждая ковариация взвешена произведением весов ( $g$ ) каждой пары соответствующих продуктов. Ковариацию доходов по всем возможным парам можно отобразить следующей ковариационной матрицей:

$$\begin{bmatrix} g_a & g_b \\ g_a \text{ cov}(a,a) & v(a,b) \\ g_b \text{ cov}(b,a) & \text{cov}(b,b) \end{bmatrix} \quad (9)$$

Выполнив умножение ковариационной матрицы на вектор-строку и вектор-столбец весов, получим

$$\sigma_p^2 = g_a g_a \text{cov}(a,a) + g_a g_b \text{cov}(a,b) + g_b g_a \text{cov}(b,a) + g_b g_b \text{cov}(b,b). \quad (10)$$

Приведя подобные и учитывая то, что  $\text{cov}(a,a) = \sigma_a^2$  и  $\text{cov}(b,b) = \sigma_b^2$ , можно

записать выражение дисперсии портфеля в общем виде

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n g_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i}^n g_i g_j \text{cov}_{ij}. \quad (11)$$

Положим, что доходности продуктов независимы. Поскольку ковариация между независимыми величинами отсутствует, то второе слагаемое выражения 11 обратится в нуль. При одинаковых долях доходов от каждого продукта веса каждого из них станут равными  $1/n$ , а дисперсия портфеля примет вид

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n (1/n)^2 \sigma_i^2 = (1/n) \left[ \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 / n \right], \quad (12)$$

где выражение в квадратных скобках есть средняя дисперсия доходности продуктов. Следовательно, увеличение числа продуктов в портфеле при независимости их доходности снижает дисперсию портфеля, приближая её в пределе к нулю. Уровень же структурной энтропии на выходе производственно-хозяйственной системы будет возрастать и достигать своего предельного значения  $HD_n$  при равенстве долей ( $g_i = 1/n$ ) всех продуктов в общей стоимости портфеля.

Для достижения оперативных целей и усиления «управляемости» необходимо снижать разнообразие состояний системы, и наоборот, разнообразие должно возрастать для обеспечения устойчивого её развития. Возникающая противоречивость тактических и стратегических целей управления предприятием, достигаемых производственной диверсификацией, предопределяет необходимость нахождения оптимального (компромиссного) её уровня.

Предприятие как экономическая система может быть представлено как совокупность по крайней мере пяти определённым образом соотносящихся

основных групп её составляющих – трудовых, природных, материально-вещественных и информационных ресурсов, а также экономико-управляющих преобразователей. Входные информационно-материальные потоки такой системы преобразуются в выходные потоки, связывая между собой отдельные её элементы. Организационно-технологические и экономические связи между элементами системы могут осуществляться как по «горизонтали», так и по «вертикали», а всю систему можно представить как упорядоченное множество взаимосвязанных элементов. Специфической особенностью экономической системы является её принадлежность к классу саморегулируемых, управляемых систем, которым свойственны как динамизм, так и устойчивость развития. Любое изменение характеристик процесса в одном звене, требующее, как правило, расходования труда, материальных ресурсов и времени, ведёт к изменению состояний целого ряда связанных с ним звеньев и, в конечном счёте, может затрагивать самые отдалённые от исходного звена участки системы. Те или иные воздействия имеют количественную определённость, и их можно условно считать детерминированными. В то же время функционирование экономических систем носит стохастический характер, который обусловлен суммарным влиянием большого числа случайных факторов. В результате имеет место отклонение значений параметров фактического развития системы от ожидаемых (планируемых, прогнозируемых, назначаемых).

Таким образом, принципы системного подхода к изучению экономических процессов, происходящих в рамках любой относительно самостоятельной экономической

подсистемы - предприятия, можно свести к следующему:

исследование способа организации элементов производства как единого целого со сложным набором прямых и обратных связей между звеньями, между отдельным звеном и системой в целом;

учёт динамики экономических процессов и явлений (определение состояний системы на текущий и будущие периоды с учётом временных взаимосвязей между этими состояниями);

учёт вероятностного характера экономических процессов и явлений.

Поскольку диверсификация производства невозможна без вложения реальных инвестиций, то комплексная оценка её может быть сведена к экономической оценке эффективности капиталовложений, с использованием изложенных выше системных принципов.

### Литература

1. Вітлінський В.В., Наконечний С.І. Ризик у менеджменті. – К.: ТОВ "Борисфен –М", 1996. – 336 с.

2. Залунин В.Ф. Модель оценки и выбора управленческой стратегии реализации строительных проектов // Управление строительными проектами. – Днепропетровск : ПГАСА, 1997. - Вып.2. - С.28-35.

3. Вишневская И. Рынок рабочей силы в ретроспективе XX столетия // Мировая экон. и междунар. отношения. - 2001. - № 9. - С.52- 61.

4. Четыркин Е.М. Финансовый анализ производственных инвестиций . – 2-е изд., испр. и доп. - М.: Дело, 2001. - 256 с.

5. Ван Хорн, Джеймс К., Вахович (мл.), Джон, М. Основы финансового менеджмента. - 11- е изд.: Пер. с англ. – М.: Издат. дом «Вильямс», 2001. - 992 с.