

В. С. Мостовой

Математическая модель накопления сейсмических сигналов при активном мониторинге

(Представлено академиком НАН Украины В. И. Старостенко)

One of the actual problems in quantitative seismology is the improvement of technologies of remote observations of a mechanical stress field in Earth's crust. One of the technologies of such observations, whose efficiency in ground seismological observations is repeatedly confirmed by practice, is the seismic monitoring widely applied nowadays for the operative control over a condition of the natural and man-made complexes (geological faults, mines, dams, mined oil and gas deposits, etc.). Among various versions of seismic monitoring technologies, it is possible to separate the active monitoring by a stream of weak probing sound signals which are energetically comparable with the natural background. We consider features of such a monitoring which are related to fluctuations of the parameters of probing sound signals in the mode of their accumulation and the subsequent processing.

1. Модели зондирующих сигналов. Активный мониторинг подразумевает зондирование объекта исследования сигналами мощности и спектрального диапазона, соответствующими данному объекту, т. е. обеспечивающими отклик, несущий максимум информации о структуре объекта при минимальном воздействии на сам объект. Последнее обстоятельство приводит к специфической организации эксперимента, когда слабые, соизмеримые с естественным фоном зондирующие сигналы, многократно повторяются, а отклик исследуемой системы накапливается в соответствии с кодируемыми посылками сигналов. Форма зондирующих сигналов выбирается такой, чтобы в максимальной степени быть приближенной к основным частотам в спектре исследуемого объекта или полностью охватывать этот спектр. В зависимости от целей эксперимента выбираются сигналы от широкополосного с равномерным спектром — это сигналы типа δ -функции (очень короткие: типа взрыва, удара), до узкополосного — это посылки сигналов определенной частоты с прямоугольной огибающей:

$$S(t, T_1, T_2, \tau) = A\chi(t, T_1, T_2, \tau) \sin\left(\frac{k\pi}{T}(t - \tau)\right) \quad (1)$$

(здесь A — амплитуда сигнала; $\chi(t, T_1, T_2, \tau)$ — характеристическая функция интервала существования посылки сигнала),

$$\chi(t, T_1, T_2, \tau) = \left\{ \begin{array}{l} 1, \quad t \in [\tau, \tau + T_1]; \\ 0, \quad t \in [\tau + T_1, \tau + T_1 + T_2] \end{array} \right\}. \quad (2)$$

Периодическая функция с периодом $T = T_1 + T_2$ и k — параметр, определяющий частоту заполнения интервала $[\tau, \tau + T_1]$ исследования объектов в узкой полосе частот. Такой тип зондирующих сигналов удобен для исследования состояния объектов в конкретной узкой полосе частот и является частным случаем еще одного типа сигналов, широко используемых

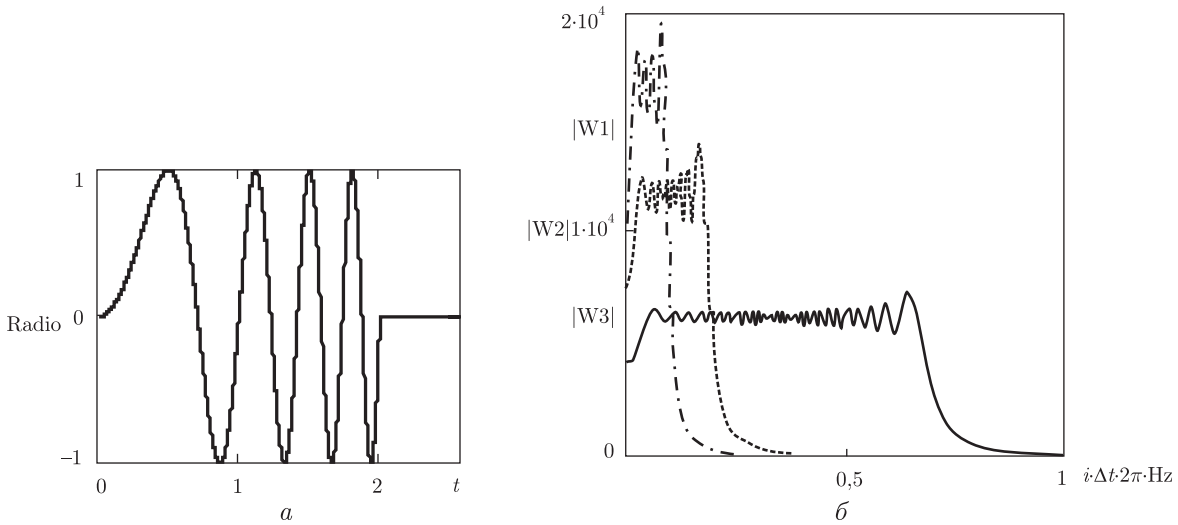


Рис. 1. Sweep сигнал (а) при значениях $k = p = 2$, $T_1 = 4$, $T_2 = 4$, (б) при значениях $k = 2$, $T_1 = 4$, $T_2 = 4$, а p принимает значения 1, 2, 3 и модули спектров sweep сигналов

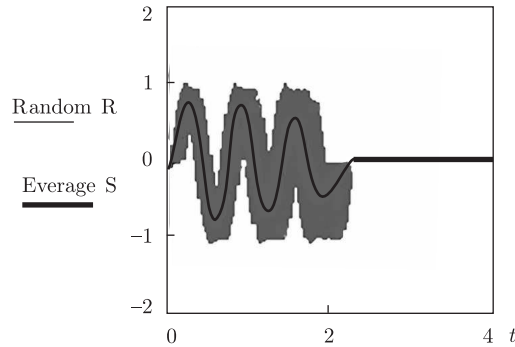


Рис. 2. Результат накопления сигнала типа (1) при равномерно распределенных флуктуациях параметров

в режиме мониторинга объектов, т. е. сигналы с регулируемой полосой частот и свип-сигналы. Общий вид сигналов такого типа можно найти, например, в [1].

Мы используем частный случай описанных сигналов:

$$S(t, T_1, T_2, \tau) = A\chi(t, T_1, T_2, \tau) \sin\left(\frac{k\pi}{T_1}(t - \tau)^p\right), \quad (3)$$

где p и k — параметры, регулирующие ширину спектральной полосы сигнала.

На рис. 1, а показан сигнал, при таких значениях: $k = p = 2$, а на рис. 1, б — модуль спектра этого сигнала. При $H(t)p = 1$ типа (3) переходит в узкополосный сигнал вида (1).

В данном сообщении мы рассмотрим два последних типа сигналов как зондирующих в режиме активного мониторинга. Результат мониторинга во многом зависит от стабильности параметров зондирующих сигналов, так как в эксперименте, если сигналы генерируются с флуктуациями параметров, то в этом случае используется множество, по сути, разных сигналов. На рис. 2 представлен результат накопления сигнала типа (1) при равномерно распределенных флуктуациях параметров на фоне множества из 100 флуктуирующих сигналов (тонкие линии), показан накопленный (полужирная линия) сигнал, а на

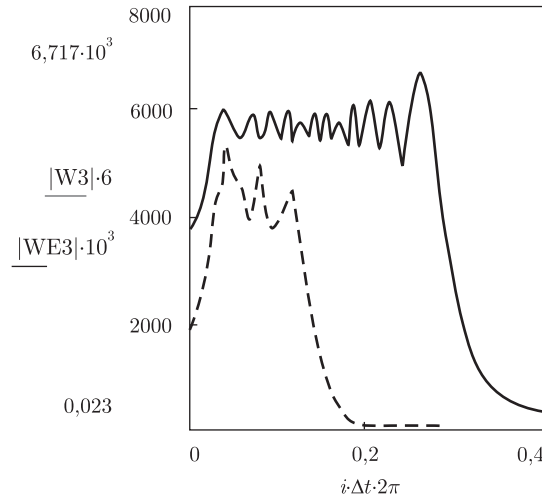


Рис. 3. Спектры накопленного сигнала и сигнала при отсутствии флуктуаций

рис. 3 — спектры накопленного сигнала и сигнала при отсутствии флуктуаций. Мы видим существенные изменения, происходящие в процедуре накопления, которые связаны с существенным уменьшением энергии сигнала и “сползание” спектра накопленного сигнала в область низких частот (нижняя кривая).

2. Модель процесса активного мониторинга. Зондирующий сигнал $S(t, \lambda)$, развивающийся во времени и зависящий от множества флуктуирующих параметров λ , является входным сигналом в тестирующую систему с передаточной функцией $H(t)$, на выходе система дает отклик в виде свертки $y(t, \lambda)$:

$$y_k(t, \lambda_k) = S(t, \lambda_k) \cdot H(t) + n_k(t), \quad (4)$$

где $n_k(t)$ — аддитивная, всегда присутствующая помеха; k — номер в серии из K экспериментов. Энергия сигнала выбирается такой, что отклик системы $y_k(t, \lambda)$ соизмерим с энергией аддитивной помехи. Целью мониторинга является оценка передаточной функции $H(t)$ системы (как ее постоянная характеристика). Априори известными считаются форма сигнала $S(t, \lambda)$ и распределение флуктуаций $P(\lambda)$ случайного вектора параметров, и что математическое ожидание случайного процесса $n(t)$ в каждой точке t равно 0. Сама процедура накопления описана в работе [3–5].

$$\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K y_k(t, \lambda_k) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (S(t, \lambda_k) \cdot H(t)). \quad (5)$$

При больших значениях K мы получим, что

$$\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K n_k(t) \simeq E[n(t)] = 0,$$

и, если ввести обозначение

$$y(t) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K y_k(t, \lambda_k),$$

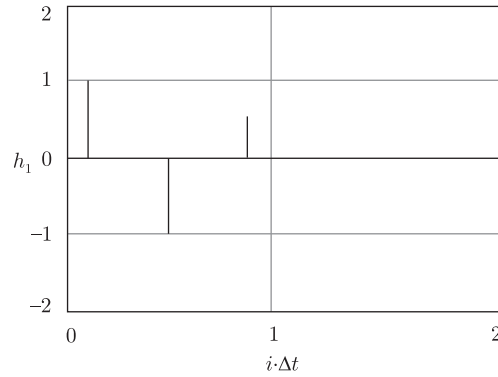


Рис. 4. Решение уравнения (8), где в качестве примера функция $H(t)$ выбрана в виде последовательности δ -функций (10)

то

$$F(\boldsymbol{\alpha}) = \min \|y(t) - H(t, \boldsymbol{\alpha}) \cdot \tilde{S}(t)\|. \quad (6)$$

Здесь оператором $\|\cdot\|$ обозначена норма в пространстве $L_2(0, T)$.

Поскольку $S(\tau, \boldsymbol{\lambda})$ и $P(\boldsymbol{\lambda})$ известны, то, вводя обозначение

$$\tilde{S}(t) = \int_{R_{\boldsymbol{\lambda}}} S(\tau, \boldsymbol{\lambda}) P(\boldsymbol{\lambda}) d\boldsymbol{\lambda}, \quad (7)$$

сводим задачу к решению относительно $H(t)$ следующего уравнения:

$$y(t) = \int_{R_{\tau}} \tilde{S}(\tau) H(t - \tau) d\tau. \quad (8)$$

Решать уравнение (8) будем с помощью прямого и обратного Фурье-преобразований. Эта задача не корректна, поэтому при решении используем регуляризирующий параметр ε , устраняющий процедуру деления на 0 при решении задачи в спектральной области [2]:

$$\tilde{H}(\omega) = \frac{\tilde{Y}(\omega)}{\tilde{S}(\omega) + \varepsilon}. \quad (9)$$

Здесь $\tilde{H}(\omega)$ — Фурье-преобразование передаточной функции $H(t)$; $\tilde{S}(\omega)$ — Фурье-преобразование функции $\tilde{S}(t)$, а $\tilde{Y}(\omega)$ — Фурье-преобразование усредненного отклика среды $y(t)$.

Обратное преобразование $\tilde{H}(\omega)$ даст $H(t)$, т.е. решение интегрального уравнения (8) с учетом оптимально выбранного регуляризирующего параметра ε .

Это решение представлено на рис. 4, где в качестве примера функция $H(t)$ ищется в виде

$$H(t) = \sum_{q=1}^Q A_q \delta(t - \tau_q). \quad (10)$$

Решение полностью совпадает с априори заданной для этого примера функцией $H(t)$.

Аналогом $\delta(t)$ с учетом интервала квантования Δt при расчетах, было выбрано приближение к обобщенной функции $\delta(t)$ в виде

$$\delta(t) \simeq \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{1}{2} \frac{(t - \tau_q)^2}{\sigma^2}\right\}, \quad (11)$$

где $\sigma \leq (1/3)\Delta t$.

Таким образом, учет априорного распределения флуктуирующих параметров зондирующего сигнала дает возможность получить удовлетворительную оценку такой сложной для вычислений передаточной функции, как (10). По сути, регуляризация заключается не только в ведении параметра ε в (9), но и, прежде всего, в привлечении информации об априорном распределении флуктуирующих параметров зондирующего сигнала $P(\boldsymbol{\lambda})$ и приведении сигнала к виду (5). Это привело к коррекции спектрального состава сигнала $\tilde{S}(t)$ и его согласованию со спектральным составом наблюдаемых данных $y(t)$, поэтому оценка $H(t)$ получена в рамках спектрального диапазона исходных данных (11).

1. <http://mathworld.wolfram.com/SweepSignal.html>.
2. Гохберг И., Фельдман И. Уравнения в свертках и проекционные методы их решения. – Москва: Наука, 1971. – 352 с.
3. Gay A. E., Mostovoi S. V., Mostovoi V. S., Osadchuk A. E. Model and Experimental Studies of the Identification of Oil/Gas Deposits, Using Dynamic Parameters of Active Seismic Monitoring // Geophys. J. – 2001. – **20**. – P. 895–909.
4. Мостовой В. С. Оптимальные оценки параметров микросейсмического фона // Доп. НАН України. – 2007. – № 2. – С. 115–120.
5. Мостовой С. В., Старостенко В. И. Интерпретация геофизических данных при нечеткой информации // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1987. – № 5. – С. 31–40.

*Институт геофизики им. С. И. Субботина
НАН Украины, Киев*

Поступило в редакцию 08.10.2007