



УДК 621.314+517.938

© 2011

В. Я. Жуйков, академик НАН Украины А. В. Кириленко,
М. Е. Количенко

Особенности перемежающихся хаотических процессов в кусочно-непрерывных системах

Розкрито структуру хаотичних коливань, характерну для кусково-неперервних систем, і показано, що виявлені процеси являють собою новий клас руху фізичних об'єктів з перемежованими хаотичними коливаннями, кожне з яких складається з цілочислової неперіодичної фрактальної послідовності та детермінованої хаотичної складової з власною їй сталою процесу.

За последние 30 лет исследование детерминированных хаотических процессов в кусочно-непрерывных системах [1–4] сформировалось в самостоятельное научное направление [5]. Существование детерминированного хаоса в подобных системах подтверждается, например, оценкой корреляционных функций и расположением полюсов характеристического уравнения [6, 7]. Отсутствие в результатах исследования такого параметра как постоянная процесса (типа постоянной Фейгенбаума) [8] косвенно указывает на необъясненные особенности этих колебаний.

В работе раскрыта структура хаотических колебаний, характерная, в частности, для кусочно-непрерывных систем, и показано, что обнаруженные процессы представляют новый класс движений физических объектов.

Рассмотрим систему, которая описывается кусочно-непрерывным дифференциальным и функциональным уравнениями следующего вида:

$$\begin{cases} \frac{dX(t)}{dt} = A(t, \gamma_1, \dots, \gamma_n)X(t) + B(t, \gamma_1, \dots, \gamma_n), \\ F(X(t), Y(t)) = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где $X(t)$ — вектор независимых переменных; $Y(t)$ — периодическая функция; $A(t, \gamma_1, \dots, \gamma_n)$ и $B(t, \gamma_1, \dots, \gamma_n)$ — соответственно, матрица коэффициентов и вектор воздействия, зависящие от переменных $\gamma_1, \dots, \gamma_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$), которые принимают значение либо 0, либо 1 в зависимости от значения функционала $F(X(t), Y(t))$.

Число переменных $\gamma_1, \dots, \gamma_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) соответствует числу корней функционала $F(X(t), Y(t))$, при этом учет конкретных значений переменных γ_n в системе уравнений (1)

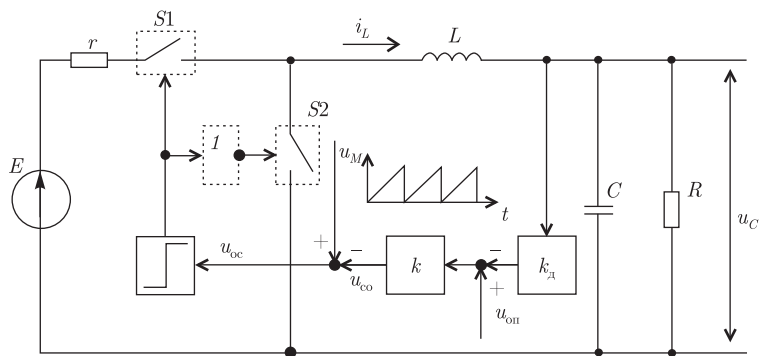


Рис. 1. Электрическая схема системы с двумя непрерывными состояниями

определяется законом действия системы. В системе, описываемой уравнениями (1), кроме известных, возможен процесс, состоящий из перемежающихся целочисленных фрактальных последовательностей, каждой из которых соответствуют присущие ей детерминированные хаотические колебания.

Продемонстрируем это утверждение на конкретном примере. Рассмотрим электрическую схему устройства (рис. 1), часто используемого как преобразователь уровня постоянного напряжения, для которого характерны два непрерывных состояния при условии непрерывности тока дросселя i_L . Ключи $S1$ и $S2$ работают поочередно и приняты идеальными.

Уравнения, соответствующие системе (1), имеют следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left| \begin{array}{l} \frac{di_L}{dt} \\ \frac{du_C}{dt} \end{array} \right| = A(\gamma_1)X + B(\gamma_1) = \left| \begin{array}{cc} -\frac{\gamma_1 r}{L} & \frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} i_L \\ u_C \end{array} \right| + \left| \begin{array}{l} \gamma_1 E \\ 0 \end{array} \right|, \\ F(u_{co}, u_{\Gamma}) = u_{oc} = \frac{U_M(t - nT)}{T} - u_{co} = 0, \\ u_{co} = k(u_{оп} - k_D u_C), \\ \gamma_1(u_{oc}) = \begin{cases} 0, & u_{oc} < 0, \\ 1, & u_{oc} \geq 0, \end{cases} \end{array} \right. \quad (2)$$

где E — напряжение источника питания; R, r — сопротивление нагрузки, и внутреннее сопротивление источника, соответственно; L, C — линейные индуктивность и емкость; k_D — коэффициент уменьшения выходного напряжения, поступающего в систему управления; $u_C, u_{оп}, U_M$ — соответственно, напряжение на емкости, опорное и амплитудное напряжения с периодом T ; u_{co}, u_{oc} — соответственно, сигнал ошибки, усиленный в k раз, и сигнал обратной связи.

Отметим, что моделирование, которое проводилось для различных форм развертывающего напряжения: кусочно-гармонического, экспоненциального и периодического кусочно-степенного, принципиального влияния на характер процесса не оказывает.

Для параметров схемы $R = 100$ Ом, $r = 0,1$ Ом, $L = 0,1$ Гн, $C = 10^{-6}$ Ф, $E = 1000$ В, $u_{оп} = 10$ В, $U_M = 10$ В, $T = 0,001$ с, $k_D = 0,01$, $k = 18$, корни p_1, p_2 характеристического многочлена матрицы A являются действительными. При $\gamma_1 = 0$ $p_1 = -8873,0$, $p_2 = -1127,0$ и при $\gamma_1 = 1$ $p_1 = -8872,8$, $p_2 = -1128,2$ получен вид зависимости $u_{co}(t)$ (рис. 2) и отображения $\tau_{n+1} = f(\tau_n)$ (рис. 3), где τ_n — момент переключения γ_1 из 1 в 0 на периоде

Таблиця 1

$X1$...	$n1_i$	$n1_{i+1}$	$n1_{i+2}$	$n1_{i+3}$	$n1_{i+4}$	$n1_{i+5}$	$n1_{i+6}$	$n1_{i+7}$	$n1_{i+8}$	$n1_{i+9}$	$n1_{i+10}$	$n1_{i+11}$	$n1_{i+12}$	$n1_{i+13}$	$n1_{i+14}$	$n1_{i+15}$...
$\delta \approx 0,75$...	7	5	23	9	11	7	19	1	5	17	13	3	7	3	7	21	...
$X2$...	$n2_i$	$n2_{i+1}$	$n2_{i+2}$	$n2_{i+3}$	$n2_{i+4}$	$n2_{i+5}$	$n2_{i+6}$	$n2_{i+7}$	$n2_{i+8}$	$n2_{i+9}$	$n2_{i+10}$	$n2_{i+11}$	$n2_{i+12}$	$n2_{i+13}$	$n2_{i+14}$	$n2_{i+15}$...
$\delta \approx 0,27$...	0	2	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	...

процесса детерминированной составляющей τ_n , рассчитанная по формуле $\delta = \left| \frac{\tau_n - \tau_{n-1}}{\tau_{n+1} - \tau_n} \right|$, для X1 равна $\delta \approx 0,75$, а для X2 — $\delta \approx 0,27$.

При увеличении коэффициента усиления k количество перемежающихся хаотических процессов увеличивается. Значительно увеличивается количество перемежающихся процессов при комплексно-сопряженных корнях характеристического многочлена матрицы A с сохранением их характера.

Таким образом, выделен новый тип хаотических колебаний, состоящий из перемежающихся хаотических процессов. Каждый из таких процессов состоит из целочисленной непериодической фрактальной последовательности, а также детерминированной хаотической составляющей с присущей ей постоянной процесса. Показано, что обнаруженные процессы представляют собой новый класс движений физических объектов.

1. Жуйков В. Я., Леонов А. О. Хаотические процессы в электротехнических системах // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. — 1991. — № 1. — С. 121–127.
2. Жусубалиев Ж. Т., Иванова Е. Н., Авагян А. Л., Холин А. Н. Анализ бифуркаций в кусочно-гладких динамических системах со скользящими режимами // Изв. Тульск. гос. ун-та. — 2007. — С. 67–70.
3. Жуйков В. Я., Количенко М. Е. Исследование хаотических процессов в широтно-импульсном преобразователе // Праці Ін-ту електродинаміки НАН України. Спец. вип. — Киев, 2010. — С. 195–199.
4. Mario B., Franco G., Luigi G., Francesco V. Switchings, Bifurcations, and Chaos in DC/DC Converters // IEEE transactions on circuits and systems, fundamental theory and applications. — 1998. — 45, No 2. — P. 133–141.
5. 3rd Chaotic Modeling and Simulation International Conference: Book of Abstracts, Greece, June 1–4, 2010. — 2010. — 102 p.
6. Стжелецки Р., Коротеев И. В., Жуйков В. Я. Хаотические процессы в системах силовой электроники. — Киев: Аверс, 2001. — 197 с.
7. Нгуен Л. Т. Устойчивость и хаос в системе с широтно-импульсным преобразователем // Технічна електродинаміка. — 2002. — № 8. — С. 56–59.
8. Feigenbaum M. J. Tests of the period-doubling route to chaos // Springer series in synergetics. — 1981. — No 12. — P. 95–102.

НТУ України “Київський політехнічний інститут”
Інститут електродинаміки НАН України, Київ

Поступило в редакцію 16.03.2011

V. Y. Zhuikov, Academician of the NAS of Ukraine **A. V. Kirilenko**,
M. E. Kolichenko

Peculiarities of alternating chaotic processes in piecewise continuous systems

The paper discloses the structure of chaotic oscillations characteristic of the piecewise continuous systems. It is shown that the observed processes represent a new class of motions of physical objects, consisting of alternating chaotic oscillations, each of which consists of an integer-valued, non-periodic, and fractal sequence, and a deterministic chaotic component with constant inherent to the process.