



- стабілізація процесу у фенофазі закінчення активного вегетаційного розвитку через сповільнення зростання фітомаси при тому ж таки темпі поглинання мікроелементу;
- надмірність відносного вмісту важкого металу через зупинку вегетації (звичайно під час дозрівання) й перетворення мікроелементу на токсин; спрацювання захисних фізіологічних механізмів захисту від токсину;
- стабілізація або пригнічення рослини (стан, коли вона набуває індикаційного значення).

Наведені розрахунки підтверджують описану вище якісну схему, виявляючи також деякі кількісні закономірності процесу забруднення рослин ВМ в залежності від співвідношення між інтенсивностями поглинання важких металів рослинами та зростання рослинної маси.

**Методологія.** Адже очевидно, що подальші еволюції важких металів відбуваються в залежності, принаймні, від трьох обставин:

- наявності й кількісного вмісту важкого металу у ґрунті;
- співвідношення поміж наявністю та концентраціями різних елементів та сполук, що виступають інгібіторами чи протекторами відповідних важких металів;
- здатності рослин до поглинання кожного певного важкого металу, що виражається коефіцієнтом переносу.

Ґрунт і рослина являють собою дві окремі, але тісно взаємодіючі поміж собою і з навколишнім середовищем системи. Через це, динаміку розповсюдження ВМ слід вивчати як міграцію домішок, що перерозподіляються в системі ґрунт-рослина в залежності від стану кожної окремої її ланки й характеру функціональних зв'язків поміж ними. При використанні цього методу кожен ланку системи характеризують набором параметрів, що змінюються з часом під впливом різних факторів. У ролі останніх можуть виступати, наприклад, характеристики надходження елементів з інших ланок системи чи зовні її.

**Розв'язання задачі.** Розглянемо міграцію важкого металу (ВМ) в системі ґрунт-рослина з позиції системного аналізу. Будемо описувати перерозподіл мікроелементів в цій системі у рамках так званої камерної моделі. Згідно з цим методом, представимо систему як сукупність ланок - камер. Ці камери обмінюються елементами вмісту між собою, що відображається спрямованими зв'язками, які поєднують компоненти в одну систему.

Таким чином, система ґрунт-рослина може бути представлена у вигляді спрямованої сітки, структуру якої складають камери - елементи системи і об'єкти зовнішнього середовища, поєднані поміж собою відповідними структурними зв'язками. Як показано на рис. 1, напрям зв'язків відповідає напрямку переходів мігрантів між компонентами системи.

Модель має загальний характер, бо емпірично варто було б визначати коефіцієнти переносу кожного конкретного металу певним видом рослини в залежності від наведених вище обставин. Але це інша задача.

Модель створюється як камерна – така, що відображає процес переносу поміж декількома ємкостями з невизначеними властивостями кожна. Метою побудови запропонованої камерної моделі є вивчення еволюції процесу накопичення забруднень рослинами в залежності від вмісту забруднення у ґрунті. Ми дослідимо також здатність рослин до поглинання елементів в залежності від їх вмісту у ґрунті і в самій рослині на даний момент.

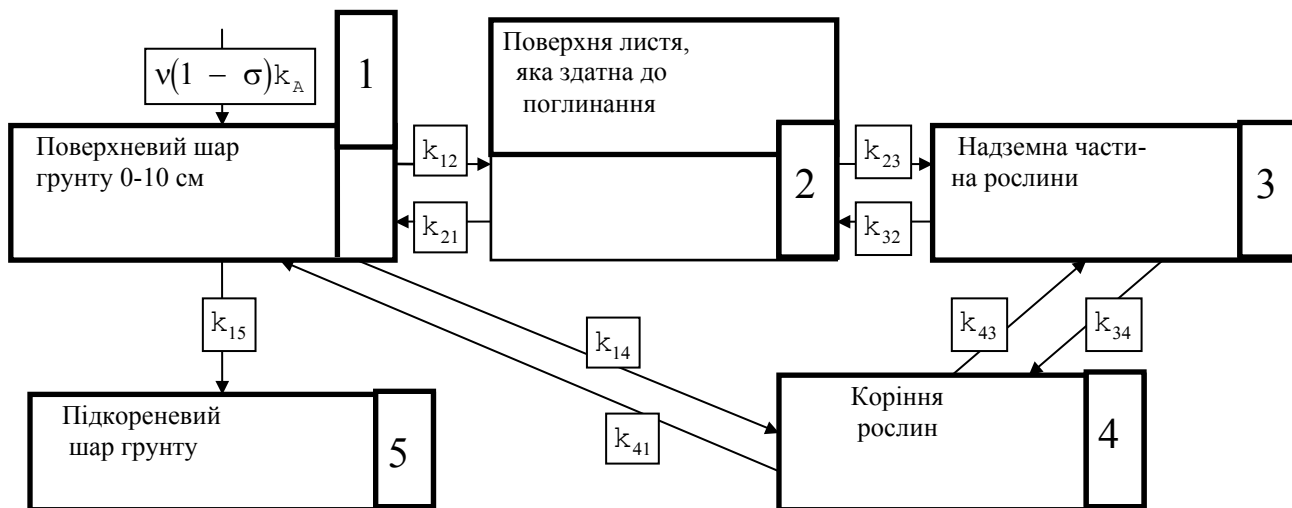


Рис. 1. Камерна модель системи ґрунт - рослина

Метод передбачає створення математичного апарату, який моделює перерозподіл металів у системі з часом. Динаміка міграції хімічних елементів по направленій сітці (рис. 1) описується лінійною системою диференціальних рівнянь:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{h}(t) \quad (1)$$

з матрицею коефіцієнтів

$$A = \begin{pmatrix} -\left(k_{12} + k_{14} + k_{15}\right) & k_{41} & k_{21} \\ k_{14} & -k_{41} & 0 \\ k_{12} & 0 & -k_{21} \end{pmatrix} \quad (2)$$

Вектор  $|X(t)\rangle \equiv |x(t); y(t); s(t)\rangle^T$  описує вміст певного ВМ у ланках системи і називається далі для скорочення вектором стану системи. Його компонентами є:

- $x(t)$  – вміст ВМ у підкореновому шарі ґрунту;
- $y(t)$  – вміст ВМ у рослинах;
- $s(t)$  – забруднення листової поверхні рослин.

Вільний член системи  $|h(t)\rangle$  описує величину надходження забруднень з повітря. В загальному випадку він має вигляд:

$$|h(t)\rangle = h_0 \gamma(t) |1 - \sigma; 0; \sigma\rangle^T \quad (3)$$

де  $h_0$  – сталий параметр, що вказує порядок величини  $h(t)$ ; функція  $\gamma(t)$  описує зміни в кількості надходження забруднення з повітря з часом;  $\sigma$  – проективне покриття рослин.

Означені величини  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $s(t)$ ,  $h(t)$  нормовані за значеннями фонового забруднення ґрунту на початку вегетаційного періоду.

Коефіцієнти  $k_{ij}$ , які входять в систему (1), мають розмірність  $s^{-1}$  і описують швидкості обміну елементом між відповідними компонентами системи. В таблиці 1 наведений список всіх використовуваних в моделі коефіцієнтів, разом з короткими поясненнями. Як видно з таблиці, практично всі приведені коефіцієнти не залежать ні від типу мігруючого елемента ні від типу рослинності. Виключення становить коефіцієнт  $k_{14}$ , який описує швидкість проступання елемента з ґрунту у кореневу систему. Відповідно до існуючих літературних джерел цей коефіцієнт суттєво залежить від обох зазначених факторів. Така залежність пояснюється тим, що поглинаюча здатність коріння відмінна по відношенню до різних хімічних елементів. В літературі наведено ряд даних, які дають змогу дістати чисельні оцінки величини  $k_{14}$  для деяких радіонуклідів. Приведені там величини не можуть однак бути використані в даному дослідженні, яке стосується перш за все міграції ВМ. У зв'язку з цим, нами запропонований незалежний засіб визначення коефіцієнту  $k_{14}$ , що дозволяє диференціювати цю величину по відношенню до різних типів домішок. Згідно з даними роботи [57], величина коефіцієнту  $k_{41}$  є аномально великою у порівнянні з іншими коефіцієнтами, що забезпечує баланс надходження мікроелементів у коріння рослин із зворотнім процесом. Ця обставина є природною і пояснюватиметься далі, виходячи з результатів даного дослідження.

Для однозначного рішення система (1) повинна бути доповнена початковою умовою, яка визначає стан системи на початку вегетаційного періоду. У найпростішому випадку остання має вигляд:

$$|X(t = 0)\rangle = |X_0\rangle \equiv |1; 0; 0\rangle^T \quad (4)$$

Зазначимо, що камерна модель (1) придатна для опису динаміки перерозподілу домішок в системі тільки у межах вегетаційного періоду. Для того, щоб цю модель можна було застосувати для дослідження динаміки міграції елементів на протязі довільного інтервалу часу, необхідно окремо розглянути також поствегетаційний період. Будемо вважати, що протягом останнього ланки системи, які описують накопичення елемента у рослинах та на їх поверхні, вироджуються.

Зав'ядання рослин, відмирання та засвоєння ґрунтом елементів, які містяться в рослинних залишках, не може відбуватися миттєво. Тому у модель слід ввести відповідні коефіцієнти, що будуть описувати швидкість переходу у ґрунт елементів, які спочатку накопичувалися у рослинах та на їх поверхні. Позначимо ці коефіцієнти  $k_p$  і  $k_s$  відповідно. Будемо вважати також, що величини  $k_p$  і  $k_s$  є достатньо великими, щоб забезпечити природне допущення про повне перегнивання рослинної маси до початку нового вегетаційного періоду. Якщо навіть не всі домішки встигають бути поглинутими ґрунтом з перепріванням рослин, ми будемо відносити їх до ланки системи, що описує накопичення у поверхневому шарі ґрунту.

Таким чином, динаміка перерозподілу елементів в поствегетаційний період може бути описана системою диференціальних рівнянь вигляду (1) з матрицею коефіцієнтів:

$$A_0 = \begin{pmatrix} -k_{15} & k_p & k_s \\ 0 & -k_p & 0 \\ 0 & 0 & -k_s \end{pmatrix} \quad (5)$$

Система (1), (5) повинна бути доповнена початковими умовами, які описують стан системи наприкінці вегетаційного періоду.

Сумісний розгляд систем вигляду (1) з матрицями коефіцієнтів (2) і (5), дозволяє вивчити динаміку перерозподілу елементів в системі ґрунт-рослина у рамках запропонованої кусочної камерної моделі. Така модель враховує відмінності у механізмах міграції елементів за час чергування вегетаційного та поствегетаційного періодів. Вона дозволяє також прогнозувати можливий перерозподіл елементів, які поступили до системи, в залежності від багатьох факторів, зокрема таких як час та інтенсивність дії джерела забруднення та чуттєвість рослин до тих чи інших типів забруднення.

**Таблиця 1.** Значення коефіцієнтів переходу елементів у системі ґрунт-рослина.

Коефіцієнти переходу	Пояснення ролі коефіцієнтів у системі ґрунт-рослина	Числове значення коефіцієнту
$k_{12}$	повторне утворення пилу	$7.0 \cdot 10^{-9}$
$k_{21}$	здування вітром та змив дощем елементу з поверхні листя	$2.7 \cdot 10^{-4}$
$k_{23}$	поглинання елементів безпосередньо з листової поверхні	-
$k_{32}$	транспірація	-
$k_{14}$	Надходження елементу шляхом через кореневе поглинання	див. табл. 2
$k_{41}$	кореневе виділення елементів	1.0
$k_{15}$	міграція за межі кореневмісного горизонту	$2.2 \cdot 10^{-10}$
$k_{34}$	циркуляція елементів всередині рослини:	-
$k_{43}$	-ксилемний транспорт - флоемний транспорт	-

### 6.2 Стаціонарний режим в системі ґрунт-рослина і коефіцієнти переходу.

Наприкінці вегетаційного періоду система ґрунт-рослина може опинитися у стані, коли забруднення у рослинній масі майже перестає накопичуватись. Цей стан описується вектором:

$$\left| X_{st} \right\rangle = \frac{h_0}{k_{15}} |E\rangle \quad (6)$$

який є рішенням системи (1) при виконанні умов стаціонарності  $\dot{x}(t) = 0$ ,  $\dot{y}(t) = 0$ ,  $\dot{s}(t) = 0$ :

$$\begin{cases} -\left(k_{12} + k_{14} + k_{15}\right)x_0 + k_{41}y_0 + k_{21}h_0 + h_0(1 - \sigma) = 0 \\ k_{14}x_0 - k_{41}y_0 = 0 \\ k_{12}x_0 - k_{21}h_0 + \sigma h_0 = 0 \end{cases} \quad (7)$$

Друге рівняння системи можна записати у вигляді:

$$\frac{k_{14}}{k_{41}} = \frac{y_0}{x_0} \quad (8)$$

Таким чином, співвідношення між коефіцієнтами  $k_{14}$ ,  $k_{41}$  цілком визначається відношенням величин забруднення рослинної маси і ґрунту. Формула (6.8) може бути використана для експериментального визначення коефіцієнту  $\frac{k_{14}}{k_{41}}$ , що входить в вирази, які описують еволюцію величини забруднення рослинної маси з часом.

Для цієї мети слід виразити безрозмірний коефіцієнт  $\frac{y_0}{x_0}$  через величини, що спостерігаються експериментально. У формулу (8) входять абсолютні величини, що описують забруднення поверхневого шару ґру-

нту на певній площині і рослинності, що росте на ній. У експериментах, що описувались вище, вимірювались відносні фізіологічні коефіцієнти  $k_s^\phi$ ,  $k_p^\phi$  (РГК), що визначалися як доля вмісту ВМ у одиниці маси ґрунту та рослин відповідно. Для того, щоб встановити зв'язок між розглянутими коефіцієнтами, необхідно визначити вміст ВМ у рослинній масі, що росте на одиниці площі і віднести її до відповідної величини забруднення по-

$$\frac{Y_0}{x_0} = \frac{m_0^i}{\rho_{\Pi} h} k_{\text{РГК}} \quad (9)$$

Визначена величина, як і слід було чекати, суттєво залежить від біомаси  $m_0^i(t) = m_0^i \beta(t)$  (маси певного виду рослини  $i$ , що росте на одиниці площі), густини ґрунту  $\rho_{\Pi}$  та РГК. Множник  $\beta(t)$  враховує залежність значення біомаси від часу, яка може визначатися, наприклад, логістичним законом. Величина  $m_0^i$  виражає значення біомаси наприкінці вегетаційного періоду.

Використовуючи формулу (9) і приведені в розділі 5. експериментальні результати для РГК, дістанемо значення безрозмірного відношення  $\frac{k_{14}}{k_{41}} \equiv \frac{Y_0}{x_0}$ , які приведені у таблиці 2.

Як видно з результатів, розраховані величини суттєво залежать як від хімічного елемента, так і від виду рослин, що його поглинають. Значення коефіцієнту  $\frac{k_{14}}{k_{41}}$  всі, однак, не перевищують за порядком величини  $10^{-4}$ , що дозволяє використовувати останній як малий параметр теорії. Наближення, основані на експериментально доведеній нами нерівності

$$\frac{k_{14}}{k_{41}} \ll 1 \quad (10)$$

є природними, і фактично експлуатують той факт, що поглинання хімічних елементів рослинністю не може суттєво впливати на величину забруднення ґрунту, принаймні у межах одного вегетаційного періоду. Використовуючи приведені в таблиці 2 значення, можна дістати абсолютні величини коефіцієнтів  $k_{14}$ , які суттєво залежать від виду рослини та хімічного елемента.

**Таблиця 2** - Характеристики переходу

Метали	Кульбаба лікарська	Костриця червона	Тонконіг вузьколистий	Люцерна романська
Ni	4.71E-06	4.39E-05	2.76E-05	6.67E-05
Cr	1.04E-06	1.06E-05	6.59E-06	6.076E-06
Mn	4.85E-06	5.18E-05	3.15E-05	3.34E-05
Co	1.35E-03	2.53E-04	8.61E-05	3.6E-04
Zn	2.80E-05	3.12E-05	1.28E-04	2.96E-05
Cu	7.83E-06	6.78E-05	3.80E-05	1.16E-04
Pb	1.71E-05	--	7.82E-05	2.4E-04

Для того, щоб оцінити співвідношення між коефіцієнтами  $k_{12}$ ,  $k_{21}$  які описують обмін ВМ між ланками, що відповідають поверхні рослин і ґрунту, розглянемо третє рівняння системи (6.7):

$$\frac{k_{12}}{k_{21}} + \frac{\sigma h_0}{x_0 k_{21}} = \frac{s_0}{x_0} \quad (11)$$

Оскільки вміст ВМ на поверхні рослин завжди є набагато меншим ніж вміст того самого елемента у ґрунті, дістанемо з рівняння (11) і системи (7) такі оцінки:

$$\frac{k_{12}}{k_{21}} \ll 1; \quad \frac{k_{15}}{k_{21}} = \frac{h_0}{x_0 k_{21}} \ll 1 \quad (12)$$

Використовуючи перше рівняння системи (6.7) одержимо оцінку

$$\frac{k_{15} + k_{12} + k_{14}}{k_{41}} = \frac{y_0}{x_0} + \frac{s_0}{x_0} k_{21} + (1 - \sigma) \frac{h_0}{x_0} < \frac{y_0}{x_0} \ll 1 \quad (13)$$

З нерівності (6.13) маємо оцінки:

$$\frac{k_{12}}{k_{41}} \ll 1; \frac{k_{15}}{k_{41}} \ll 1 \quad (14)$$

Нарешті, додаючи рівняння системи (6.7) дістанемо:

$$x_0 k_{15} = h_0 \quad (15)$$

Рівність (15) відображає інтегральну умову матеріального балансу:

у стаціонарному режимі кількість речовини, що надходить до системи ззовні повинна дорівнювати кількості, яка її залишає. Таким чином доведено, що між коефіцієнтами системи (7) завжди виконуються співвідношен-

ня, що визначаються формулами (10), (12), (14). Величини  $\frac{k_{14}}{k_{41}}; \frac{k_{12}}{k_{41}}; \frac{k_{15}}{k_{41}}; \frac{k_{12}}{k_{21}}$ , зокрема, можуть розгляда-

тись як малі параметри системи.

## ВИСНОВКИ

Камерна модель дала змогу обчислити малі параметри системи переносу важких металів у системі ґрунт-рослина, що відрізняється найбільшою складністю через строкатість ґрунтових умов і фізіологічні відміни різних видів рослин. Наведені, у якості прикладу, обчислення і порівняльні емпіричні дані щодо чотирьох трав'янистих рослин).

Визначені параметри можуть слугувати складовими більш складних моделей міграції, включаючи кінцевий елемент висхідної гілки міграційного процесу (тобто поза участю редуцентної ланки) – аж до людського організму, що надає можливості прогнозувати відміни забруднення рослинної й тваринної продукції на однорідному ґрунтовому фоні в залежності від видового складу рослинного покриву, і вплив навколишнього середовища на стан здоров'я реципієнтів.

За різних ландшафтно-географічних умов, така модель дозволяє прогнозувати можливий перерозподіл елементів, які поступили до системи, в залежності від багатьох факторів, зокрема таких як час та інтенсивність дії джерела забруднення та чутливість рослин до тих чи інших типів забруднення, і надає можливість враховувати відміни у механізмах міграції елементів за фенофазами рослин.

## Джерела та література

1. Алексеев Ю.В. Тяжелые металлы в почвах и растениях. – Л.: Агропромиздат, 1987. – 42 с.
2. Бортник Л.М., Ричак Н.Л., Черваньов І.Г. Забруднення ґрунтів великого міста та засади його моніторингу (на прикладі Харкова) // Укр. геогр. Журнал. –1996. – № 1. – С. 96–104.
3. Волошин І.М. Ландшафтно-екологічні основи моніторингу. – Львів: Простір, 1998. – 356 с.
4. Генник Я.В. Нагромадження важких металів у ґрунтах та фітоценозах зеленої зони міста Львова.- Автореф. дис. канд. с.-г. наук. – Львів, 1994. – 20 с.
5. Гродзинський М.Д. Основи ландшафтно-екології. – К.: Либідь, 1994. – 222 с.
6. Гуцуляк В.М. Ландшафтна екологія. Геохімічний аспект. – Чернівці: Чернівецьк. ун-т, 2002. – 271 с.
7. Малишева Л.М. Ландшафтно-геохімічна оцінка екологічного стану території. – К.: КНУ, 1998. – 224 с.
8. Перельман А.И. Геохимия. – М.: ВШ, 1989. – 527 с.
9. Тютюнник Ю.Г. Ландшафтно геохимический анализ атмосферного загрязнения большого города тяжелыми металлами. Автореферат дис. канд. геогр. наук. – К., 1987. – 18 с.

**Василенко В.А.**

## ТЕКУЩАЯ ДИАГНОСТИКА УСТОЙЧИВОСТИ ПРОИЗВОДСТВЕННОГО ПРОЦЕССА

**Постановка проблеми.** Потерю устойчивости развития предприятий вызывает появление проблемных ситуаций, которые возникают под действием внешних (макроэкономических, отраслевых, социально-политических и др.) факторов, так и путем воздействия внутренней среды (менеджмент, производственные процессы, финансовое состояние, маркетинг, ресурсы), создающие реальную угрозу жизнедеятельности рассматриваемой организации. Причины, способствующие неблагоприятным изменениям на предприятии, могут быть различными. Однако симптомы воздействия, как правило, общие: нарушение устойчивости, потеря прибыльности, рост издержек, падение конкурентоспособности, уменьшение доли рынка. При этом ухудшение одного из показателей функционирования предприятия влечет за собой быстрое и негативное изменение множества других, в результате чего происходит стремительное падение экономических позиций предприятия. Очевидно, что своевременное распознавание (диагностика) признаков опасных кризисов и их локализация составляют основу эффективной системы антикризисного менеджмента.

**Анализ последних исследований и публикаций** подтверждает, что диагностирование состояния предприятия, его способности к выживанию и успешной хозяйственной деятельности в настоящее время приобретает важнейшее значение [1,2,3,4,5,6]. Большинство известных авторов [1,2,3,4,6] рассматривают пробле-