

В.В. Лапко, асистент,
О.Р. Мамайкин, асистент,
В.В. Фомичов, к. т. н., доцент

(ДВНЗ «Національний гірничий університет»)

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ МОДЕЛЮВАННЯ ВЗАЄМОДІЇ КРІПЛЕННЯ ТА ГІРСЬКОГО МАСИВУ ПРИ ВИРІШЕННІ ЗАДАЧ ГЕОМЕХАНІКИ

Приведена класифікація расчётных схем по фактору конструктивных и режимных особенностей различных типов крепи, а также анализ методов решения геомеханических задач для определения напряженно-деформированного состояния массива горных пород при взаимодействии его с крепью горных выработок.

MATHEMATICAL METHODS OF MODELLING OF SUPPORT AND ROCK MASSIF INTERSECTION FOR SOLVING GEOMECHANICS PROBLEMS

The classification of design scheme by the factor of constructive and operation features of different types of support is given. Analysis of methods solving geomechanical problems to determine strain-stress state of rocks during its interaction with a support of mine workings is examined.

Розвиток гірничодобувної промисловості в усьому світі відбувається в умовах зростання глибин видобутку й ускладнення гірничо-геологічних умов. У зв'язку із чим, вимоги, висунуті до методик підтримки виробок, постійно зростають. Вибір параметрів кріплення виробок, у цей час, ґрунтується на безлічі технологічних факторів, сукупність яких необхідно враховувати при проведенні обчислювального експерименту. У цьому випадку рішення задачі геомеханіки математичними методами є найбільш дешевим і продуктивним підходом.

Однак, застосування обчислювального експерименту для аналізу напружено-деформованого стану гірського масиву й кріплення виробок вимагає урахування певних особливостей реальних об'єктів. Особливості рішення задач геомеханіки можна виділити в три основні групи [1]: перша – урахування будови гірських масивів, яка пов'язана з наявністю в них породних шарів, що істотно розрізняються по механічним властивостям, розділених різними поверхнями природної тріщинуватості з різними зчепленням і тертям по цих поверхнях; друга – у ході рішення задачі доводиться враховувати не тільки пружньопластичне деформування, але й так звані стадії знеміцнення й розпуснення в певних областях гірського масиву; третя – механічні процеси у гірському масиві залежать від реологічних характеристик породних шарів, розмірів і взаємного розташування гірничих виробок, їхньої зміни в часі й просторі при веденні гірничих робіт.

Тому для рішення задач геомеханіки необхідно одержати наступну інформацію: по-перше – склад, геометрію й фізико-механічні характеристики гірського масиву, який досліджується; по-друге – види й величини механічних

впливів, прикладених до певних геометричних областей породного масиву; по-третє – рід задачі, що підлягає чисельному дослідженню (розподіл напружень і деформацій або переміщення й руйнування деякої ділянки породного масиву й т.і.).

На основі представлених даних формується розрахункова схема, від якої визначає вибір способу рішення конкретної геомеханічної задачі. Таким чином, складається система математичних рівнянь, що виражають співвідношення заданих і величин, які треба знайти, що повинна бути вирішена до одержання кінцевого значення. Нажаль, як уже було відмічено раніше, у більшості випадків неможливо одержати числовий результат використовуючи тільки аналітичне рішення. У ряді задач доводиться вдаватися до допомоги чисельних методів, що дають неточне рішення в межах певної похибки [2].

Оскільки формування розрахункових схем для задач геомеханіки пов'язане з необхідністю опису великої кількості нерегулярних параметрів і складних граничних умов, дослідники прибігають до змушеного спрощення в постановці задачі з метою зниження розмірності рівнянь, що описують систему, і функцій, що враховують особливості початкового навантаження й геометрії. Оскільки, таким чином, уже вноситься достатня похибка у розрахункову схему – стає цілком виправданим широке застосування чисельних методів у завданнях механіки гірських порід.

Якщо на ранніх стадіях розвитку чисельних методів вважалося можливим одержання з їхньою допомогою для задач геомеханіки тільки якісних результатів [1], то з розвитком самих чисельних методів й уяви про напружено-деформований стан гірського масиву стає можливим одержання не тільки адекватних якісних, але й у достатній мері точних кількісних результатів.

Все різноманіття розрахункових схем можна представити, як комбінацію трьох основних класів: геометричні ознаки; поняття плоского або просторового рішення; наявність або відсутність симетрії; використання однозв'язкових, двох- і багатозв'язкових областей і т.п.; зовнішні впливи й механічні властивості породного масиву й інженерних конструкцій: статичний або динамічний додаток навантажень; облік фільтрації рідини й газу; облік перепаду температур; ізотропне, ортотропне або анізотропне середовище; пружна, пружнопластична або в'язкопластична деформація масиву без або з урахуванням його знеміцнення й розпушення й т.д.; конструктивно-технологічні особливості спорудження, охорони й функціонування виробок; конструктивно-технологічна схема проведення виробок; послідовність ведення підготовчих і очисних робіт; види виробок і способи їхньої охорони, а також конструкція й режим роботи кріплення.

Кожний клас розрахункових схем породжує окремий підхід у формуванні математичної моделі, а комбінація факторів, що враховуються, дозволяє ускладнювати або спрощувати пропоноване рішення. Тому історично можна спостерігати картину поетапного ускладнення математичних моделей, які використовуються у задачах геомеханіки, обумовлену зростанням продуктивності засобів обчислень, з одного боку, і ускладненням умов експлуатації підзе-

мних споруд, з іншого.

Тому, у свій час, широке застосування знайшли аналітичні методи, за допомогою яких одержували певне математичне рішення, що дає можливість попередньої оцінки поведінки гірського масиву при простих схемах навантаження, без обліку конструктивно-технологічних особливостей функціонування системи, яка досліджувалася й в умовах однорідності розрахункової області. Незважаючи на широкий розвиток подібних методів, всі вони мають загальний недолік, що змушує ще на етапі створення розрахункової схеми прибїгати до спрощень, які негативно відбиваються на точності кінцевого результату.

Класифікація розрахункових схем по фактору конструктивних і режимних особливостей типів кріплення, що використовуються наведена в роботі [3]. Усього виділено шість основних розрахункових схем, для кожної з яких пропонується власна методика рішення. Варто відразу відмітити, що умови взаємодії кріплення виробки з гірським масивом представлені у вигляді зовнішніх навантажень, прикладених до ідеалізованих елементів кріплення. Безумовно, такий підхід забезпечує числове рішення завдання. Зокрема, за методикою розрахунку анкерного кріплення є ряд зауважень. Основною характеристикою анкерів приймається їх власна несуча здатність. При цьому розрахунки виконуються окремо для анкерів замкового й беззамкового типу. Запропоновані формули враховують тільки контактні характеристики елементів анкерного кріплення. Подібна розрахункова схема вкрай ідеалізована, оскільки не враховує особливості механізму взаємодії анкерів з оточуючим масивом, що дозволяє розглядати отримані значення, як показники граничної стійкості кріплення при рішення задач у пружній постановці.

У роботі [4] представлена методика розрахунків різних типів кріплення, яка заснована на методі коефіцієнтів передачі навантажень. Контактне завдання взаємодії кріплення й гірського масиву розглядається в плоскій пружній постановці при наявності хоча б однієї осі симетрії. При цьому кріплення й масив, що примикає до неї, розглядаються як сукупність кілець, правильної або неправильної форми, концентрично зв'язані один з одним. У загальній постановці рішення завдання виконується для однорідного ізотропного масиву, однак для певного класу задач приводиться методика урахування неоднорідності масиву й кута падіння породних шарів.

Гірський масив представляється у вигляді зовнішнього кільця нескінченного радіуса. Кожне внутрішнє кільце є під впливом напружень, що діють на зовнішньому й внутрішньому контурах. У результаті виникають тангенціальні й нормальні напруження, на основі значень яких виконується перевірка кожного шару на міцність. При розрахунку кріплення за допомогою коефіцієнтів передачі навантажень використовують дві модифікації розрахункових схем: схема розрахунку по еквівалентних напруженнях (початкові напруження прикладаються до зовнішнього контуру зовнішнього кільця); схема розрахунку по напруженням, що знімаються (прикладуються до внутрішнього контуру внутрішнього кільця). Запропоноване аналітичне рішення дозволяє оде-

ржувати числовий результат за допомогою програмного продукту, створеного на основі запропонованої методики.

Для визначення напружено-деформованого стану масиву гірських порід у роботі [5] автори запропонували кілька розрахункових схем. Відмінною рисою яких є розгляд виробок і їхнього кріплення, як єдиного фактора, що коливає поле напружень в однорідному масиві. При цьому особлива увага приділялася динамічним характеристикам зміни НДС в об'ємній системі з певними механічними порушеннями (тріщинуватість, поверхні ослаблення й т.п.). Запропоновані методи рішення дозволяють одержувати розподіл напружень гірського масиву з урахуванням зон domeжного й позамежного деформування навколо виробок.

Приведемо алгоритм визначення НДС породного масиву в привибійній зоні підготовчої виробки [8]. Припустимо, що напружений стан системи визначається суперпозицією початкових (до проведення виробки) і додаткових (вплив виробки) напружень. Розбиваємо рішення на дві частини визначення напружено-деформованого стану: в навкруги вже пройденої виробки; поперед вибою виробки. На першому етапі, за рахунок ряду обмежень задача приводиться до плоскої з полярною системою координат. Потім, на основі експериментальних даних про координати пластичної межі визначаємо компоненти напружень у пластичній і пружній зонах. На другому етапі, на основі припущення про форму й безперервність пластичної межі обчислюємо параметри зони граничної рівноваги перед вибоєм виробки, і на основі отриманих даних обчислюємо напруження. Зайве казати, що подібна схема містить у собі ряд допущень, які при наявності істотних варіацій параметрів гірського масиву й кріплення виробки приводять її до неадекватності отриманих результатів.

Цікавим підходом у рішенні задач геомеханіки є використання теорії граничної рівноваги. Суть цієї теорії складається у визначенні критичної величини деякого реального коливання, при якому система ще зберігає стійкість, а за її межею втрачає стійкість. При наявності в масиві протяжних поверхонь ослаблень, розрахунок роблять із урахуванням визначення можливості його руйнування по цих поверхнях. Такий підхід називають рішенням завдання так званої спеціальної граничної рівноваги [6]. У цьому випадку гірський масив розглядається, як система породних блоків, що взаємодіють по поверхнях ослаблень. Нажаль, дана схема практично не враховує вплив конструктивних і режимних параметрів елементів кріплення й, ґрунтуючись на ній, можливе тільки емпіричне визначення параметрів взаємодії «гірський масив - кріплення»

В роботі [7] виконано широкий аналіз математичних методів рішення пружньо-пластичних задач для гірських масивів, які знеміцнюються. Пропоновані рішення аналізувалися з погляду адекватності урахування розпушення гірських порід в навколо виробок. Більшість рішень виконана в плоскій постановці. Їхні основні розходження складаються в способах визначення поводження гірського масиву за межами пружних деформацій. Як відзначає автор,

практично у всіх випадках мають місце значні відхилення поведження гірських порід від їхніх описів, що використовуються у розрахункових схемах. Крім того, зроблено висновок про те, що для урахування в рішеннях складних граничних умов, неоднорідності середовища й невизначеності положення пружнопластичної границі в рішенні задач геомеханіки необхідно використовувати чисельні методи.

Аналіз впливу анкерного кріплення на НДС гірського масиву на підставі рішення плоского пружного завдання методом кінцевих елементів виконаний у роботі [8]. При проведенні розрахунків анкерне кріплення представлялося як повний конструктивний набір реальних елементів кріплення. Були розглянуті кілька варіантів анкерного кріплення у виробках різної геометрії. Для визначення зон руйнування гірських порід у цьому випадку використовувалися два параметри, що характеризують: можливість виникнення руйнування; можливий режим руйнування. І, хоча в розрахунку відсутня вказівка на структурний склад гірського масиву, в роботі показана гарна відповідність між отриманими якісними результатами й практичними спостереженнями.

Робота [9] повністю присвячена реалізації розрахункових схем задач геомеханіки, заснованих на застосуванні методу кінцевих елементів. Розглянуто варіанти рішень як у пружній (у тому числі при великих переміщеннях), так і в непружній постановці. Запропоновано базові рівняння для рішення задач на основі теорії малих пружнопластичних деформацій, асоційованої теорії течії й теорії спадкоємної повзучості. Дана робота може розглядатися, як одна з фундаментальних по застосуванню МКЕ для рішення тривимірних задач складної конфігурації з використанням лінійних і нелінійних законів деформування гірських порід. Представлені в роботі результати досить наочні, а їхнє порівняння з аналітичними показало поліпшення точності розрахунку зі зростанням числа вузлових точок кінцевих елементів.

На прикладі задач, заснованих на пружній постановці, показані розрахункові схеми, які використовувалися для визначення різних параметрів елементів кріплення виробок. Запропоновано різноманітні варіанти кінцевих елементів, спеціалізовані для конкретних розрахункових схем, показані їхні якісні характеристики й недоліки.

Дослідження, проведені за допомогою МКЕ в роботі [10], спрямовані на вивчення поведження гірських порід ослаблених тріщинами. Зокрема, рішення завдання в тривимірній постановці було виконано для випадку тріщини у вигляді диска. Розрахункова схема формувалася на основі циліндричної системи координат з урахуванням осьової симетрії щодо площини тріщини. Результати, отримані чисельним методом, рівнялися з результатами аналітичних досліджень. Для різних варіантів рішень відхилення склали не більше 15%. Крім того, показана залежність між неоднорідністю породного шару й тріщинуватістю порід. Ця розрахункова схема цікава тим, що тріщини в ній розглядаються як геомеханічний фактор, включення якого в розрахунок значно впливає на зміну НДС гірського масиву.

При вирішенні задач геомеханіки часто використовують і так звані комбі-

новані чисельні методи. Одним з таких методів є МКЕ - МПП (метод кінцевих елементів - метод початкових параметрів). МПП дозволяє легко врахувати технологічні й конструктивні особливості кріплення, представляючи її у вигляді стрижневої системи певної конфігурації. Такі елементи зчленовуються із сіткою МКЕ гірського масиву у вузлах, розташованих на поверхні виробки. Цей підхід дозволяє в певній мірі спростити рішення контактної задачі на межі гірського масиву й кріплення виробки. Однак запропоновані авторами [1] приклади рішення задач, були виконані у вісісиметричній плоскій постановці, при цьому кріплення приймалося як жорстко пов'язана з контуром породного масиву стрижнева система, що не завжди відповідає реальним умовам роботи кріплення.

Різноманіття аналітичних рішень і чисельних методів, які застосовувалися при рішенні задач геомеханіки, продовжує зростати й розвиватися по шляху ускладнення конструктивно-технологічних схем, зростання кількості фізико-механічних характеристик гірських порід, що враховуються, і режимних параметрів роботи кріплень і охоронних елементів гірничих виробок. При цьому метод кінцевих елементів залишається найбільш потрібним і динамічно розвивається.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Методы и средства решения задач горной геомеханики / Г.Н. Кузнецов, К.А. Ардашев, Н.А. Филатов и др. – М.: Недра, 1987. – 248 с.
2. Калиткин Н.Н. Численные методы. – М.: Наука, 1978. – 197 с.
3. Баклашов И.В., Картозия Б.А. Механика подземных сооружений и конструкций крепей. Учебник для вузов. – М.: Недра, 1984. – 415 с.
4. Булычев Н.С., Фотиева Н.Н., Стрельцов Е.В. Проектирование и расчет крепи капитальных выработок. – М.: Недра, 1986. – 288 с.
5. Вылегжанин В.Н., Егоров П.В., Мурашев В.И. Структурные модели горного массива в механизме геомеханических процессов – Новосибирск: Наука, 1990. – 295 с.
6. Фисенко Г.Л. Предельное состояние горных пород вокруг выработок. – М.: Недра, 1976. - 236 с.
7. Виноградов В.В. Геомеханика управления состоянием массива вблизи горных выработок – Киев: Наукова думка, 1989. – 192 с.
8. Булат А.Ф., Виноградов В.В. Опорно-анкерне кріплення гірничих виробок вугільних шахт /Ін-т геотехнічної механіки НАН України. – Дніпропетровськ, 2002. – 372 с.
9. Ержанов Ж.С., Каримбаев Т.Д. Метод конечных элементов в задачах механики горных пород. – Алма-Ата: Наука, 1975. – 238 с.
10. Алексеев А.Д., Недодаев Н.В. Предельное состояние горных пород. – Киев: Наукова думка, 1982. – 200 с.