

## ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ ДВОВИМІРНОЇ МОДЕЛІ ОБРОБКИ РІЗНОТИПНИХ ВИКЛИКІВ У БЕЗДРОТОВІЙ МЕРЕЖІ ІЗ ЧЕРГАМИ

<sup>а</sup>Інститут Кібернетики НАН Азербайджану,

<sup>б</sup>Інститут Інформаційних Технологій  
НАН Азербайджану

**Анотація.** Вивчається двовимірна модель стільникових мереж зв'язку з необмеженою чергою хендовер викликів. Нові виклики обслуговуються у відповідності до схеми з явними втратами. Пропонуються прості обчислювальні процедури наближеного розрахунку їх показників якості обслуговування.

**Аннотация.** Изучается двумерная модель сотовых сетей связи с неограниченной очередью хэндовер вызовов. Новые вызовы обслуживаются в соответствии схемы с явными потерями. Предлагаются простые вычислительные процедуры приближенного расчета их показателей качества обслуживания.

**Ключові слова:** двовимірна модель, стільникові мережі зв'язку.

### ВСТУП

Подальший розвиток сучасних стільникових мереж зв'язку вимагає більш ефективного використання скупих радіо ресурсів мережі з метою задоволення різних вимог до якості обслуговування (Quality of Service, QoS), що пред'являються різнотипними запитами. Оскільки в них хендовер-виклики (*h*-виклики) є більше чутливими до можливих втрат і затримок, ніж нові виклики (*o*-виклики), то в літературі запропоновані різні схеми пріоритету *h*-викликів. Ці схеми пропонують використання резервних або індивідуальних каналів для *h*-викликів і/або організацію їхньої черги в базовій станції.

Проблеми розрахунку показників QoS розглянутих мереж були досліджені в численних роботах. Так, у роботах [1, 2] досліджуються аналітичні моделі стільника з нескінченною чергою *h*-викликів, при цьому передбачається, що тривалість інтервалу їхньої деградації є обмеженою величиною. Аналогічна модель із обмеженою довжиною черги *h*-викликів і необмеженим інтервалом деградації досліджена в [3]. У роботах [4, 5] запропоновані чисельні алгоритми дослідження моделей з обмеженою чергою *h*-викликів, при цьому розглядаються моделі з терплячими [4] і нетерплячими викликами [5]. У

всіх зазначених роботах передбачається, що нові й хендовер виклики є ідентичними за часом зайнятості каналів.

Однак як відзначається в роботі [6] (глава 11, с.267-268) останнє припущення є нереалістичним у традиційних стільникових мережах зв'язку. У доступній літературі дуже мало робіт, у яких вивчаються моделі розглянутих мереж з неідентичними (за часом зайнятості каналів) новими й хендовер викликами. Виходячи із цих міркувань тут пропонуються прості наближені обчислювальні процедури розрахунку показників QoS моделей стільникових мереж зв'язку з необмеженою чергою *h*-викликів, в яких різнотипні виклики мають різний час зайнятості каналів. Запропонований тут підхід до розробки відповідних алгоритмів заснований на результатах роботи [7].

#### ОПИС МОДЕЛІ Й ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Розглянемо модель стільника, що містить  $N > 1$  радіо каналів і нескінченний буфер лише для очікування в черзі *h*-викликів. Передбачається, що *o*-виклики (*h*-виклики) надходять в даний стільник відповідно до закону Пуассона з інтенсивністю  $\lambda_o$  ( $\lambda_h$ ). Час зайнятості каналу *o*-викликами (*h*-викликами) є експоненціально розподіленою випадковою величиною із середнім  $\mu_o^{-1}$  ( $\mu_h^{-1}$ ). Якщо в період обслуговування виклику будь-якого типу відбувається процедура хендовер, то час обслуговування даного виклику, що залишився в новому стільнику (уже в якості *h*-виклику) також має експонентний розподіл з тим же середнім, внаслідок відсутності пам'яті експонентного розподілу.

Обслуговування викликів здійснюється за схемою резервування каналів, тобто надійшовший *o*-виклик приймається лише тоді, коли число вільних каналів не менше, ніж  $g+1$ ; у іншому випадку *o*-виклик губиться (блокується). Хендовер-виклик приймається при наявності хоча б одного вільного каналу; якщо всі  $N$  канали є зайнятими, то *h*-виклик приєднується до черги. У момент звільнення каналу черга *h*-викликів (якщо вона є) обслуговується відповідно до дисципліни FIFO; якщо черга відсутня, то звільнений канал простоює. Передбачається, що *h*-виклики є терплячими, тобто не відбувається втрати *h*-викликів із черги.

Основними показниками QoS даної моделі є ймовірність блокування *o*-викликів ( $P_o$ ), середнє число зайнятих каналів системи ( $N_{av}$ ) і середня довжина черги *h*-викликів ( $L_h$ ). Завдання полягає в знаходженні зручних обчислювальних процедур для розрахунку зазначених показників.

#### АЛГОРИТМ РОЗРАХУНКУ МОДЕЛІ

Для більш детального опису роботи стільника, необхідно використовувати двомірний ланцюг Маркова, тобто стан стільника в довільний момент часу задається вектором  $\mathbf{k}=(k_1, k_2)$ , де  $k_i$  означає число *o*-викликів (*h*-викликів) у

системі,  $i=1,2$ . Тоді множина всіх можливих станів системи визначається в такий спосіб:

$$S = \{ \mathbf{k} : k_1 = \overline{0, N-g}, k_2 = 0, 1, 2, \dots \}. \quad (1)$$

Оскільки *o*-виклики обслуговуються в режимі блокування й система є консервативною (тобто при наявності черги простої каналів не допускається), то в стані  $\mathbf{k} \in S$  число *h*-викликів у каналах ( $k_2^s$ ) і в черзі ( $k_2^q$ ) визначаються так:

$$k_2^s = \min\{N - k_1, k_2\}, \quad k_2^q = (k_1 + k_2 - N)^+,$$

де  $x^+ = \max(0, x)$ .

Елементи вихідної матриці відповідного ланцюга Маркова,  $q(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ ,  $\mathbf{k}, \mathbf{k}' \in S$ , визначаються так:

$$q(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \begin{cases} \lambda_o, \text{ якщо } k_1 + k_2 \leq N - g - 1, \mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{e}_1, \\ \lambda_h, \text{ якщо } \mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{e}_2, \\ k_1 \mu_o, \text{ якщо } \mathbf{k}' = \mathbf{k} - \mathbf{e}_1, \\ k_2^s \mu_h, \text{ якщо } \mathbf{k}' = \mathbf{k} - \mathbf{e}_2, \\ 0 \text{ в інших випадках,} \end{cases} \quad (2)$$

де  $\mathbf{e}_1=(1,0)$ ,  $\mathbf{e}_2=(0,1)$ .

Стационарна ймовірність стану  $\mathbf{k} \in S$  позначається  $p(\mathbf{k})$ . Оскільки модель є Марковською - визначемо, що ймовірність блокування *o*-викликів визначається в такий спосіб:

$$P_o := \sum_{\mathbf{k} \in S} p(\mathbf{k}) I(k_1 + k_2^s \geq N - g). \quad (3)$$

де  $I(A)$  означає індикаторну функцію події  $A$ .

Середнє число зайнятих каналів системи й середня довжина черги *h*-викликів також визначаються через стаціонарний розподіл моделі:

$$N_{av} := \sum_{j=1}^N j \zeta(j) \quad (4)$$

$$L_h := \sum_{l=1}^{\infty} l \tau(l), \quad (5)$$

де  $\zeta(j) := \sum_{\mathbf{k} \in S} p(\mathbf{k}) I(k_1 + k_2^s = j)$ ,  $\tau(l) := \sum_{\mathbf{k} \in S} p(\mathbf{k}) I(k_2^q = l)$  є маргінальними

розподілами моделі. Оскільки *o*-виклики обслуговуються за схемою з явними втратами, тому після визначення середньої довжини черги *h*-викликів з формули Літтла легко знайти середній час їхньої затримки ( $W_h$ ).

Отже, для знаходження характеристик (3)-(5) необхідно визначити стаціонарний розподіл моделі  $p(\mathbf{k})$ ,  $\mathbf{k} \in S$  з відповідної системи рівнянь

рівноваги (СРР), що складається на основі співвідношень (2). Однак рішення зазначеної СРР вимагає використання складного апарата багатомірних виробляючих функцій, і при цьому не вдається отримати формули, придатні для практичного додатку. У зв'язку із цим тут пропонується використовувати наближений метод розрахунку стаціонарного розподілу даної моделі.

Розглядається наступне розщеплення простору станів (1):

$$S = \bigcup_{j=0}^{N-g} S_j, \quad S_j \cap S_{j'} = \emptyset, \quad j \neq j', \quad (6)$$

де  $S_j := \{k \in S : k_1 = j\}$ ,  $j = \overline{0, N-g}$ .

Множини  $S_j$  об'єднуються в окремі укрупнені стани  $\langle j \rangle$ , і вводиться функція укрупнення з областю визначення (1):

$$U(k) = \langle j \rangle, \quad \text{якщо } k \in S_j, \quad j = \overline{0, N-g}, \quad (7)$$

Функція укрупнення (7) визначає укрупнену модель, що є одномірним ланцюгом Маркова з фазовим простором станів  $\tilde{S} := \{\langle j \rangle : j = \overline{0, N-g}\}$ . Для знаходження стаціонарного розподілу вихідної моделі буде потрібно попереднє визначення стаціонарних розподілів розщепленої й укрупненої моделі.

Стаціонарний розподіл  $j$ -ої розщепленої моделі із простором станів  $S_j$  позначається  $\rho^j(i), i = 0, 1, 2, \dots$ ,  $j = 0, 1, \dots, N-g$ . Він визначається як стаціонарний розподіл класичної системи масового обслуговування (СМО)  $M/M/N-j/\infty$  з навантаженням  $\nu_h := \lambda_h / \mu_h$  ерл.:

$$\rho^j(i) = \begin{cases} \frac{\nu_h^i}{i!} \rho^j(0), & i = \overline{1, N-j}, \\ \frac{\nu_h^i (N-j)^{N-j-i}}{(N-j)!} \rho^j(0), & i \geq N-j+1, \end{cases} \quad (8)$$

де

$$\rho^j(0) = \left( \sum_{i=0}^{N-j-1} \frac{\nu_h^i}{i!} + \frac{\nu_h^{N-j}}{(N-j)!} \cdot \frac{N-j}{N-j-\nu_h} \right)^{-1}. \quad (9)$$

Умовою ергодичності  $j$ -ої розщепленої моделі є  $\nu_h < N-j$ . Отже, для існування стаціонарного режиму в кожній розщепленій моделі необхідне виконання умови:  $\nu_h < g$ . Примітно, що умова ергодичності моделі не залежить від навантаження  $o$ -викликів. Цього слід було очікувати, тому що

*o*-виклики обслуговуються згідно схеми з явними втратами. В окремому випадку  $g=1$  виходить відома умова  $\nu_h < 1$ .

Для знаходження стаціонарного розподілу  $\pi(< j >), < j > \in \tilde{S}$  укрупненої моделі необхідно визначити елементи похідної матриці відповідного укрупненого ланцюга. Позначимо їх  $q(< j', < j'' >), < j', < j'' > \in \tilde{S}$ . Використовуючи техніку, запропоновану в роботі [7] знаходимо, що вони визначаються з наступних співвідношень:

$$q(< j', < j'' >) = \begin{cases} \lambda_o \cdot \Lambda(j' + 1), & \text{якщо } j'' = j' + 1, \\ j' \mu_o, & \text{якщо } j'' = j' - 1, \\ 0 & \text{в інших випадках,} \end{cases} \quad (10)$$

де  $\Lambda(j+1) = \rho^j(0) \sum_{i=0}^{N-g-j-1} \frac{\nu_h^i}{i!}$ ,  $j = \overline{0, N-g-1}$ .

Зі співвідношень (10) стаціонарний розподіл укрупненої моделі  $\pi(< j >), < j > \in \tilde{S}$  визначається як відповідний розподіл класичного процесу розмноження й загибелі. Іншими словами

$$\pi(< j >) = \frac{\nu_o^j}{j!} \prod_{i=1}^j \Lambda(i) \pi(< 0 >), \quad j = \overline{1, N-g}, \quad (11)$$

де

$$\nu_o := \lambda_o / \mu_o, \quad \pi(< 0 >) = \left( 1 + \sum_{i=1}^{N-g} \frac{\nu_o^i}{i!} \prod_{j=1}^i \Lambda(j) \right)^{-1}. \quad (12)$$

Таким чином, з обліком (8)-(9) і (11)-(12) стаціонарний розподіл вихідної моделі приблизно визначається так:

$$p(k_1, k_2) \approx \rho^{k_1}(k_2) \pi(< k_1 >), (k_1, k_2) \in S. \quad (13)$$

Після виконання необхідних математичних перетворень знаходяться наступні наближені формули для обчислення характеристик (3)-(5) моделі з нескінченною чергою терплячих *h*-викликів при наявності резервних каналів:

$$P_o \approx 1 - \sum_{j=0}^{N-g-1} \sum_{i=0}^{N-g-1-j} \rho^j(i) \pi(< j >), \quad (14)$$

$$N_{av} \approx \sum_{j=1}^{N-g} j \sum_{i=0}^j \rho^i (j-i) \pi(< i >) + \sum_{j=N-g+1}^{N-1} j \sum_{i=0}^{N-g} \rho^i (k-i) \pi(< i >) + N \sum_{j=0}^{N-g} \pi(< j >) \left( 1 - \sum_{i=0}^{N-j-1} \rho^j(i) \right), \quad (15)$$

$$L_h \approx \sum_{i=0}^{N-g} \pi(< i >) \rho^i(0) \frac{v_h^{N+1-i}}{(N-i)!} \cdot \frac{N-i}{(N-i-v_h)^2}. \quad (16)$$

Відзначимо, що розроблені формули (14)-(16) є дуже зручними з погляду їхньої простоти. Вони дозволяють вивчити поведінку показників QoS досліджуваних систем практично у всіх припустимих діапазонах зміни їх структурних і навантажувальних параметрів. Через обмеженість обсягу роботи тут не приводяться результати чисельних експериментів. Ці результати показали, що запропоновані формули мають високу точність.

#### ВИСНОВКИ

Запропонований підхід може бути використаний і для дослідження моделей бездротових мереж зв'язку, у яких *h-виклики* є нетерплячими, тобто можливі втрати *h-викликів* із черги внаслідок завершення інтервалу їхньої деградації. Він також може бути використаний з метою поліпшення знайдених показників якості обслуговування. Ці проблеми є предметом подальших досліджень.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Hong D. Traffic model and performance analysis of cellular mobile radio telephones systems with prioritized and non-prioritized handoff procedures / D.Hong, S.S.Rapoport // IEEE Transactions on Vehicular Technology: IEEE Vehicular Technology Society, 1986. – Vol.35, no.3. – PP.77-92. – ISSN 0018-9545.
2. Lin Y.B. Queuing priority channel assignment strategies for PCS handoff and initial access/ Y.B.Lin, S.Mohan, A.Noerpel // IEEE Transactions on Vehicular Technology: IEEE Vehicular Technology Society, 1994. – Vol.43, no.3. – PP.704-712. – ISSN 0018-9545.
3. Yoon C.H. Performance of personal portable radio telephone systems with and without guard channels / C.H.Yoon, C.K.Un //IEEE Journal Selected Areas in Communication: IEEE Communication Society, 1993. – Vol.11, no.6. – PP.911-917. – ISSN 0733-8716.
4. Ponomarenko L.A. Numerical methods for investigation of cellular communication networks with finite queues of handover-calls / L.A.Ponomarenko, A.Z.Melikov, A.T.Babayev // Journal of Automation and Information Sciences: Begell House, 2005. – Vol.37, no.6. – PP.1-11. – ISSN 1064-2315.
5. Ponomarenko L.A. Investigation of cellular network characteristics with limited queue of impatient h-calls / L.A.Ponomarenko, A.Z.Melikov, A.T.Babayev.// Journal of Automation and Information Sciences: Begell House, 2006. – Vol. 38, no.8. – PP.17-28. - ISSN 1064-2315.
6. Yue W. Performance analysis of multi-channel and multi-traffic on wireless communication networks / W.Yue, Y.Matsumoto. – Boston : Kluwer Academic publishers, 2002. - 324 p. – ISBN 0-7923-7677-3.
7. Melikov A.Z. Refined approximations for performance analysis and optimization of queuing model with guard channels for handovers in cellular networks / A.Z.Melikov, A.T.Babayev // Computer Communications: Elsevier, 2006. – Vol. 29, no.9. – PP.1386-1392. – ISSN 0140-3664

Надійшла до редакції 14.01.2009р.

**МЕЛКОВ АГАСІ ЗАРБАЛИ** – д.т.н., проф., член-кор. НАН Азербайджану, інститут кібернетики НАН Азербайджану, тел.: (+99470 733 0088), E-mail: [agassi.melikov@rambler.ru](mailto:agassi.melikov@rambler.ru).

**ВЕЛІБЕКОВ АМІР МАХМУД** – аспірант, інститут інформаційних технологій НАН Азербайджану, тел.: (+99450 221 0012), E-mail: [velibekov@gmail.com](mailto:velibekov@gmail.com).