

Академик НАН Украины В. П. Шевченко, Р. Н. Нескородев

Новый метод решения задач теории вязкоупругости анизотропных сред

Запропоновано новий метод розв'язання крайових задач лінійної теорії в'язкопружності. Метод базується на чисельному розв'язанні інтегральних рівнянь стану середовища. Вказано співвідношення для знаходження резольвент інтегральних рівнянь, що зв'язують напруження і деформації, а також наведено рівняння закону Гука в будь-який момент часу.

Для решения краевых задач линейной теории вязкоупругости наиболее часто используется метод, основанный на применении принципа Вольтерра [1–3]. Применение этого принципа к анализу напряженно-деформированного состояния сред, когда зависимость перемещений и напряжений от упругих постоянных не является явной, затруднительно. Кроме того, в этом случае большое значение имеет аналитическая форма задания ядер ползучести и релаксации. Однако построение аналитического выражения, хорошо описывающего экспериментальные данные на большом временном интервале, довольно сложно.

В данной работе предложен новый метод решения задач вязкоупругости анизотропного тела, когда уравнения состояния среды выбраны в виде интегральной формы соотношения между напряжениями и деформациями [1, 4, 5]. Метод основан на численном решении интегральных уравнений состояния среды, сводится к нахождению уравнений закона Гука в произвольный момент времени и использованию алгоритма решения упругой задачи.

1. Постановка задачи и основные соотношения. Рассмотрим упругое равновесие анизотропного тела, отнесенного к декартовой системе координат $Ox_1x_2x_3$. Для определения перемещений, напряжений и деформаций, возникающих в теле с длительной наследственностью, используем теорию механического состояния среды, которая включает следующие уравнения:

дифференциальные уравнения равновесия

$$\begin{aligned} \partial_1 s_1 + \partial_2 s_6 + \partial_3 s_5 + X &= 0, \\ \partial_1 s_6 + \partial_2 s_2 + \partial_3 s_4 + Y &= 0, \\ \partial_1 s_5 + \partial_2 s_4 + \partial_3 s_3 + Z &= 0; \end{aligned} \quad (1)$$

соотношения Коши, связывающие перемещения и деформации,

$$\begin{aligned} e_1 &= \partial_1 U_1, & e_2 &= \partial_2 U_2, & e_6 &= \partial_1 U_2 + \partial_2 U_1, \\ e_3 &= \partial_3 U_3, & e_4 &= \partial_2 U_3 + \partial_3 U_2, & e_5 &= \partial_1 U_3 + \partial_3 U_1; \end{aligned} \quad (2)$$

уравнения состояния среды [1, 4, 5]

$$s(t) = \int_0^t \Gamma(t - \tau) e(\tau) d\tau, \quad (3)$$

$$\mathbf{e}(t) = \int_0^t \mathbf{K}(t - \tau) \mathbf{s}(\tau) d\tau; \quad (4)$$

граничные условия, заданные на поверхности тела,

$$\begin{aligned} s_1 n_1 + s_6 n_2 + s_5 n_3 &= P_1, & s_6 n_1 + s_2 n_2 + s_4 n_3 &= P_2, \\ s_5 n_1 + s_4 n_2 + s_3 n_3 &= P_3 \end{aligned} \quad \text{— на части поверхности } \Sigma_P; \quad (5)$$

$$U_i = \tilde{U}_i \quad \text{— на части поверхности } \Sigma_U. \quad (6)$$

В соотношениях (1)–(6) введены обозначения: $\mathbf{s}(t) = s_i = [s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6]$, $\mathbf{e}(t) = e_k = [e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6]$, $\mathbf{U}(t) = U_n = [U_1, U_2, U_3]$ — векторы напряжений, деформаций и перемещений; $\mathbf{\Gamma} = \Gamma_{ik}$, $\mathbf{K} = K_{ik}$ ($i, k = \overline{1, 6}$) — матрицы, компоненты которых называются функциями ядер релаксации и ползучести материала; $\partial_i = \partial/\partial x_i$. Заданные объемные X , Y , Z и поверхностные P_1 , P_2 , P_3 силы, а также перемещения \tilde{U}_i являются известными функциями времени.

Установлено [4], что ядра $\mathbf{\Gamma}$ и \mathbf{K} имеют сингулярную составляющую в виде δ -функции. Выделяя сингулярную часть этих ядер, получим [1, 4]:

$$\mathbf{\Gamma}(t - \tau) = \mathbf{A}\delta(t - \tau) + \tilde{\mathbf{\Gamma}}(t - \tau), \quad \mathbf{K}(t - \tau) = \mathbf{a}\delta(t - \tau) + \tilde{\mathbf{K}}(t - \tau), \quad (7)$$

где $\mathbf{A} = A_{ik}$ и $\mathbf{a} = a_{ik}$ ($i, k = \overline{1, 6}$) — матрицы констант модулей упругости и податливости, а $\tilde{\mathbf{\Gamma}}(t - \tau)$ и $\tilde{\mathbf{K}}(t - \tau)$ — регулярные части матриц.

Введем обозначения и примем дополнительные условия [4]

$$\tilde{\mathbf{\Gamma}}(t - \tau) = \frac{d\mathbf{R}(t - \tau)}{d(t - \tau)}, \quad \tilde{\mathbf{K}}(t - \tau) = \frac{d\mathbf{P}(t - \tau)}{d(t - \tau)}, \quad \mathbf{R}(0) = \mathbf{A}, \quad \mathbf{P}(0) = \mathbf{a}. \quad (8)$$

Здесь \mathbf{R} и \mathbf{P} — регулярные части матриц функций релаксации и ползучести. Подстановка представлений (7) в уравнения (3) и (4) с учетом (8) дает

$$\mathbf{s}(t) = \mathbf{R}(0)\mathbf{e}(t) + \int_0^t \frac{d\mathbf{R}(t - \tau)}{d(t - \tau)} \mathbf{e}(\tau) d\tau, \quad (9)$$

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{P}(0)\mathbf{s}(t) + \int_0^t \frac{d\mathbf{P}(t - \tau)}{d(t - \tau)} \mathbf{s}(\tau) d\tau. \quad (10)$$

Закон Гука для упругой задачи получается из (3) и (4) в предположении, что $\mathbf{\Gamma}(t - \tau) = \mathbf{A}\delta(t - \tau)$, $\mathbf{K}(t - \tau) = \mathbf{a}\delta(t - \tau)$. В компактной форме он имеет вид

$$\bar{\sigma} = \mathbf{A}\bar{\varepsilon} \quad \text{или} \quad \bar{\varepsilon} = \mathbf{a}\bar{\sigma}, \quad \mathbf{A} = \mathbf{a}^{-1}. \quad (11)$$

Здесь $\bar{\sigma} = \mathbf{s}(t = 0) = s_i(t = 0) = \sigma_i$, $\bar{\varepsilon} = \mathbf{e}(t = 0) = e_k(t = 0) = \varepsilon_k$ — векторы напряжений и деформаций в начальный момент времени.

В момент приложения внешних усилий или деформаций (время $t = 0$) упругие постоянные материала характеризуются матрицей \mathbf{A} — модулей упругости, или \mathbf{a} — коэффициентов

деформации, а решение является упругим. Дальнейшая поддержка усилий или деформаций (время $t > 0$) приводит к тому, что материал продолжает деформироваться. Мгновенные значения функций ползучести $\mathbf{P}(t = 0) = \mathbf{a}$, релаксации $\mathbf{R}(t = 0) = \mathbf{A}$, напряжений $\mathbf{s}(t = 0) = \bar{\sigma}$ и деформаций $\mathbf{e}(t = 0) = \bar{\varepsilon}$ показывают, что функции времени наделяются начальными значениями, являющимися решением упругой задачи.

2. Численное представление решений уравнений вязкоупругости. В опыте на ползучесть мгновенно прикладываются и поддерживаются постоянные напряжения $\mathbf{s}(t) = \bar{\sigma}h(t)$, где $h(t)$ — функция Хевисайда [4, 5]. Интегрирование уравнения (10) в этом случае дает

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{P}(t)\bar{\sigma}h(t). \quad (12)$$

По формуле (12) определяются значения функции $\mathbf{P}(t)$ по величине измеренной деформации во времени. Из уравнения (9) с учетом (12) найдем соотношения между функциями ползучести $\mathbf{P}(t)$ и релаксации $\mathbf{R}(t)$

$$\mathbf{E} = \mathbf{R}(t)\mathbf{P}(0) + \int_0^t \mathbf{R}(t - \tau) \frac{d\mathbf{P}(\tau)}{d\tau} d\tau, \quad \mathbf{E} \text{ — единичная матрица.} \quad (13)$$

В опыте на релаксацию мгновенно прикладываются и поддерживаются постоянные деформации $\mathbf{e}(t) = \bar{\varepsilon}h(t)$. Интегрирование уравнения (9) дает

$$\mathbf{s}(t) = \mathbf{R}(t)\bar{\varepsilon}h(t). \quad (14)$$

По формуле (14) определяются значения функции $\mathbf{R}(t)$ по величине измеренных напряжений во времени. Из уравнения (10) с учетом (14) найдем

$$\mathbf{E} = \mathbf{P}(t)\mathbf{R}(0) + \int_0^t \mathbf{P}(t - \tau) \frac{d\mathbf{R}(\tau)}{d\tau} d\tau. \quad (15)$$

Решение уравнения (13) проведем численным методом. Пусть временной отрезок $0 \leq \tau \leq t^* = t_N$ (t^* — максимальное значение времени, при котором проводятся исследования) разбит на N равных интервалов длиной h точками, соответствующими временам $t_0 = 0$, $t_1 = h, \dots, t_n = t = nh, \dots, t_N = t^*$, и пусть $\mathbf{P}_0, \mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{P}_N$ — экспериментально найденные значения функции ползучести $\mathbf{P}(\tau)$ в этих точках. Тогда уравнение (13) в точках сетки можно записать так

$$\mathbf{R}_n = \left(\mathbf{E} - \sum_{i=1}^n \mathbf{R}_{n-i}(\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_{i-1}) \right) \mathbf{A} \quad (n = 0, 1, \dots, N), \quad (16)$$

где $\mathbf{P}_i = \mathbf{P}(t_i)$, $\mathbf{R}_{n-i} = \mathbf{R}(t_n - t_i)$ — значения функций в точке $\tau = t_i$.

Решение уравнения (15) проводится аналогичным образом

$$\mathbf{P}_n = \left(\mathbf{E} - \sum_{i=1}^n \mathbf{P}_{n-i}(\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_{i-1}) \right) \mathbf{a} \quad (n = 0, 1, \dots, N). \quad (17)$$

Соотношения (16), по заданным функциям ползучести в точках сетки, позволяют находить функции релаксации, а соотношения (17) — наоборот.

Наиболее эффективное решение уравнения (4) может быть получено путем использования сингулярной обобщенной δ -функции Дирака. Для этого представим известную функцию ползучести $\mathbf{P}(t-\tau)$ ступенчато изменяющейся во времени. Значения скачков в точках $\tau = t_k = kh$ ($k = 0, n$) будем считать равными постоянной величине $\mathbf{P}_k = \mathbf{P}(t_k)$. Интервал $[0, t]$ разобьем на подинтервалы $\Delta t_k = t_{k+1} - t_k$. Заменяя известные значения $\mathbf{P}(\tau)$ внутри интервала Δt_k постоянным значением $\mathbf{P}_k = \mathbf{P}(t_k)$, мы истинный процесс изменения $\mathbf{P}(t-\tau)$ заменяем аппроксимирующим, определяемым на интервалах $\Delta t_0, \dots, \Delta t_{n-1}$ постоянными значениями $\mathbf{P}(t_0), \dots, \mathbf{P}(t_{n-1})$. Тогда ядро уравнения (4) на интервале Δt_k примет вид

$$\mathbf{K}(t - t_k) = \mathbf{P}(t_k) \frac{dh(t - t_k)}{d(t - t_k)} = \mathbf{P}(t_k) \delta(t - t_k),$$

а интеграл (4) приближенно может быть записан в форме

$$\mathbf{e}_n(t) = \sum_{k=0}^{n-1} \mathbf{P}(t_k) \delta(t - t_k) \mathbf{s}(t_k) \Delta t_k. \quad (18)$$

Здесь $h(t - t_k)$ — функция Хевисайда, а $\delta(t - t_k)$ — функция Дирака.

Если при безграничном увеличении числа разбиений n и условии, что $\Delta t_k \rightarrow 0$, существует предел правой части (18), то

$$\mathbf{e}(t) = \int_0^t \mathbf{P}(\tau) \delta(t - \tau) \mathbf{s}(\tau) d\tau = \mathbf{P}(t) \mathbf{s}(t). \quad (19)$$

Принимая во внимание введенные ранее обозначения $t = t_n$, а также $\mathbf{P}_n = \mathbf{P}(t_n)$, $\mathbf{s}_n = \mathbf{s}(t_n)$, соотношение (19) запишем в виде

$$\mathbf{e}_n = \mathbf{P}_n \mathbf{s}_n \quad (n = 0, 1, \dots, N). \quad (20)$$

Решение уравнения (3) проводится аналогично

$$\mathbf{s}_n = \mathbf{R}_n \mathbf{e}_n \quad (n = 0, 1, \dots, N). \quad (21)$$

Таким образом, определение напряжений, деформаций и перемещений в момент времени $t > 0$ сводится к решению задачи с уравнениями состояния в форме (20) или (21). Это соответствует решению упругой задачи с уравнением закона Гука в момент времени $t = t_n$.

3. Численные исследования. Проверка предложенного метода на достоверность осуществлялась исследованием напряженно-деформированного состояния пластины в условиях обобщенного плоского напряженного состояния. Решение упругой задачи для изотропной пластины, ослабленной круговым отверстием радиусом R , когда на бесконечности заданы усилия $\sigma_1^0 = p$, $\sigma_2^0 = q$, $\sigma_6^0 = 0$, имеет вид [6]

$$\sigma_n = 2\alpha + \frac{b_1}{r^2} - \left(\beta + \frac{4a_1}{r^2} - \frac{3b_3}{r^4} \right) \cos(2\theta),$$

$$\begin{aligned}
\sigma_\theta &= 2\alpha - \frac{b_1}{r^2} + \left(\beta - \frac{3b_3}{r^4}\right) \cos(2\theta), & \tau_{n\theta} &= \left(\beta + \frac{3b_3}{r^4} - \frac{2a_1}{r^2}\right) \sin(2\theta), \\
u_n &= \frac{r}{2G}[\alpha(\kappa - 1) - \beta \cos(2\theta)] + \frac{1}{2\bar{G}} \left[-\frac{b_1}{r} + \left(\frac{a_1(\bar{\kappa} + 1)}{r} - \frac{b_3}{r^3}\right) \cos(2\theta)\right], \\
u_\theta &= \frac{r}{2G}\beta \sin(2\theta) - \frac{1}{2\bar{G}} \left(\frac{a_1(\bar{\kappa} - 1)}{r} + \frac{b_3}{r^3}\right) \sin(2\theta).
\end{aligned} \tag{22}$$

В представлениях (22) введены обозначения: $\alpha = (p+q)/4$, $\beta = (q-p)/2$, $\kappa = (3-\nu)/(1+\nu)$, a_1, b_1, b_3 — неизвестные постоянные; черточками сверху обозначены величины \bar{G} и $\bar{\kappa}$, которые при решении вязкоупругой задачи будут меняться во времени.

В формулах (22) видна явная зависимость перемещений и напряжений от постоянных ν и G . Это обстоятельство позволяет построить точное решение вязкоупругой задачи методом Вольтерра и провести численные исследования. Рассмотрим два вида граничных условий.

1. *Контур отверстия не подкреплён.* Из граничных условий $\sigma_n = \tau_{n\theta} = 0$, когда $r = R$, коэффициенты функций (22) будут такими:

$$a_1 = -\beta R^2, \quad b_1 = -2\alpha R^2, \quad b_3 = -\beta R^4. \tag{23}$$

Из соотношений (22) и (24) видно, что в рассматриваемой задаче напряжения от времени не зависят, а изменяются только перемещения.

2. *Контур отверстия жёстко подкреплён.* Коэффициенты функций (22) находятся из граничных условий $u_n = u_\theta = 0$, когда $r = R$

$$a_1 = \frac{\bar{G}}{G\bar{\kappa}}\beta R^2, \quad b_1 = \frac{\bar{G}}{G}\alpha R^2(\kappa - 1), \quad b_3 = \frac{\bar{G}}{G\bar{\kappa}}\beta R^4. \tag{24}$$

Из соотношений (22) и (24) видно, что в рассматриваемой задаче от времени зависят и перемещения, и напряжения.

В формулы для напряжений и перемещений (22) входят временные операторы. В первом случае это $-1/\bar{G}$ и $\bar{\kappa}/\bar{G}$, а во втором, с учетом значений коэффициентов (24), это операторы \bar{G} , $\bar{G}/\bar{\kappa}$ и $1/\bar{\kappa}$. При расшифровке их учитывалось, что соотношения между упругими операторами такие же, как и соотношения между упругими постоянными, а также считалось, что объемная деформация материала пластинки является упругой [2, 3]. Это позволяет воспользоваться равенствами

$$\frac{1-2\nu}{E} = \frac{1-2\bar{\nu}}{\bar{E}}, \quad \bar{G} = \frac{\bar{E}}{2(1+\bar{\nu})}, \quad \bar{\kappa} = \frac{3-\bar{\nu}}{1+\bar{\nu}}. \tag{25}$$

В работе [3] коэффициент ν предложено заменить временным оператором

$$\bar{\nu} = \nu[1 + \delta \mathfrak{D}_\alpha^*(-\beta, t)], \tag{26}$$

где α, β и δ — реологические характеристики материала, а интегральный оператор $\mathfrak{D}_\alpha^*(-\beta, t)$ выражается через функцию Миттаг–Леффлера $E_{1+\alpha}(-\eta)$ [3]

$$\mathfrak{D}_\alpha^*(-\beta, t) = \frac{1 - E_{1+\alpha}(-\eta)}{\beta}, \quad \eta = \beta t^{1+\alpha}. \tag{27}$$

Из равенств (25) с учетом (26) и свойств операторов $\mathfrak{D}_\alpha^*(-\beta, t)$ [2] находятся указанные выше временные операторы.

Исследования проводились для алюминиевой изотропной пластины со следующими упругими и реологическими параметрами [3]: $E = 7,1 \cdot 10^4$ МПа, $\nu = 0,25$, $\alpha = -0,5$, $\delta = 0,00615 \text{ с}^{-0,5}$ и $\beta = 0,00665 \text{ с}^{-0,5}$, а также для ортотропной пластины, изготовленной из композитного материала на основе эпоксидного связующего [7] $E_{11}^0 = 23,0 \cdot 10^3$ МПа, $\lambda_1 = 0,0323 \text{ с}^{-(1+\alpha)}$, $\beta_1 = 0,157 \text{ с}^{-(1+\alpha)}$, $E_{22}^0 = 16,0 \cdot 10^3$ МПа, $\lambda_2 = 0,1295 \text{ с}^{-(1+\alpha)}$, $\beta_2 = 0,2745 \text{ с}^{-(1+\alpha)}$, $G_{12}^0 = 3,08 \cdot 10^3$ МПа, $\lambda_g = 0,0717 \text{ с}^{-(1+\alpha)}$, $\beta_g = 0,0276 \text{ с}^{-(1+\alpha)}$, $\nu_{12} = 0,11$, $\nu_{21} = 0,0765$, $\alpha = -0,846$. Некоторые результаты для одного свободного или жестко подкрепленного отверстия в случае, когда пластинка растягивается на бесконечности усилиями интенсивностью p вдоль оси Ox_1 , представлены ниже. Напряженно-деформированное состояние анизотропной пластинки в любой момент времени определялось при помощи аппарата функций обобщенных комплексных переменных [8]. В случае изотропного материала также использовались алгоритмы, разработанные для анизотропных сред с учетом методики, предложенной в работе [9].

Контур не подкреплен. В табл. 1 приведены значения перемещений u_n и u_θ в характерных точках кругового отверстия изотропной пластинки в различные моменты времени. Результаты, полученные методами Вольтерра и предложенными в данной работе методами, полностью совпадают. Причем уравнения закона Гука следует выбирать в форме (2). Как видно из табл. 1, стабилизация перемещений с течением времени происходит довольно медленно.

Исследования, проведенные для ортотропного материала, показали, что напряжения, возникающие на контуре свободного отверстия, зависят от времени. Максимальные значения напряжений σ_θ/p возникают в точке $\theta = \pi/2$ и растут со временем. В табл. 2 эти напряжения приведены в точках контура эллиптического отверстия. Соотношение полуосей эллипса $a/b = 2$ (полуось a отложена по оси Ox_1 , а полуось b — по оси Ox_2). Слева даны значения напряжений, полученные по предложенной методике, а справа — по методике, предложенной в работе [10].

Таблица 1

Перемещения	$t, \text{ ч}$				
	0	100	500	1000	5000
$u_n \frac{G}{pR} (\theta = 0)$	1,2	3,8115	5,7501	6,6905	8,6486
$u_n \frac{G}{pR} \left(\theta = \frac{\pi}{2} \right)$	-0,4	-1,0529	-1,5375	-1,7726	-2,2622
$u_\theta \frac{G}{pR} \left(\theta = \frac{\pi}{4} \right)$	0,8	2,4322	3,6438	4,2316	5,4554

Таблица 2

$t, \text{ с}$	σ_θ/p				$\sigma_\theta/p, [10]$			
	0	$\pi/6$	$\pi/3$	$\pi/2$	0	$\pi/6$	$\pi/3$	$\pi/2$
0	-0,8341	0,3995	1,6465	2,5529	-0,8341	0,3995	1,6465	2,5529
10	-0,7965	0,3778	1,6335	2,5997	-0,7964	0,3915	1,6501	2,5991
200	-0,7861	0,3692	1,6252	2,6244	-0,7860	0,3897	1,6511	2,6236
400	-0,7837	0,3669	1,6226	2,6316	-0,7836	0,3893	1,6513	2,6308
600	-0,7823	0,3655	1,6210	2,6361	-0,7823	0,3891	1,6514	2,6353

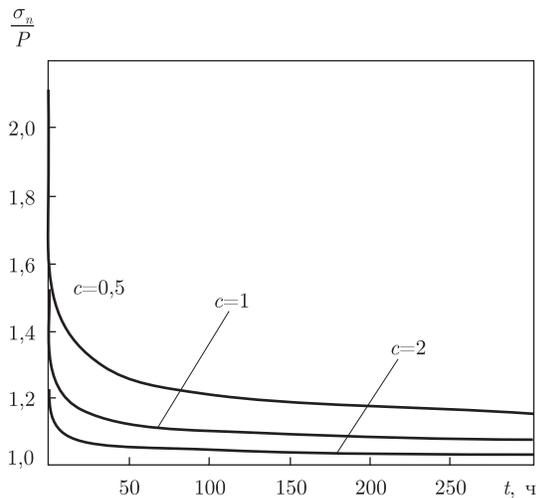


Рис. 1

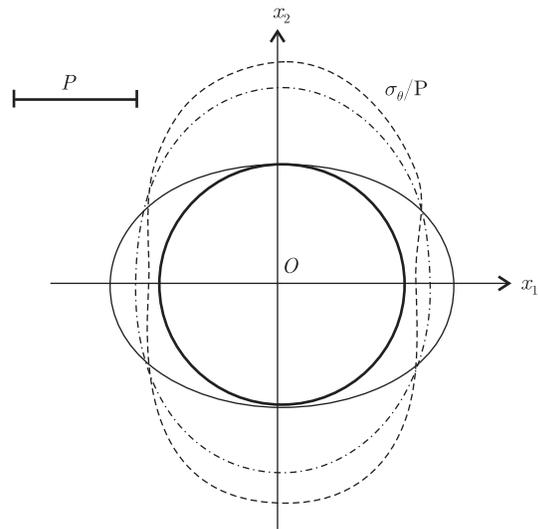


Рис. 2

Как видно, результаты полученные по методике, предложенной в данной работе, хорошо согласуются с результатами, полученными другим методом.

Контур жестко подкреплён. На рис. 1 представлены графики изменения максимальных нормальных напряжений σ_n/p , возникающих в точке $\theta = 0$ пластинки из алюминия с жестким эллиптическим включением в зависимости от времени для различных отношений полуосей $c = b/a$. Как видно из рисунка, максимальные напряжения уменьшаются (релаксируют) со временем. При уменьшении соотношения полуосей эллипса c происходит увеличение концентрации упруго-мгновенных напряжений σ_n/p в точке $\theta = 0$, но с течением времени возникшая концентрация существенно снижается. Например, для $c = 0,5$ стационарное значение почти в два раза меньше упругого.

Исследования также показали, что напряжения σ_θ/p , возникающие на контуре сая отверстия с жестким включением, качественно меняются с течением времени. На рис. 2 показаны эпюры распределения этих напряжений для пластинки с круговым жестким включением. Сплошная линия соответствует упругому решению ($t = 0$), штрихпунктирная — моменту времени $t = 10$ ч и штриховая — $t = 300$ ч. Полученные результаты для кругового включения полностью совпали с результатами, полученными методом Вольтерра по формулам (22). Уравнения закона Гука в случае жестко подкрепленного контура необходимо брать в форме (21).

Из результатов исследования напряженного состояния ортотропной пластинки с жестким круговым включением видно, что значения напряжений σ_n/p и $\tau_{n\theta}/p$, возникающих на контуре сая, с течением времени уменьшаются во всех точках контура, а напряжения σ_θ/p релаксируют лишь в небольших зонах, находящихся вблизи точек $\theta = 0$ и $\theta = \pi$.

1. Победря Б. Е. Численные методы в теории упругости и пластичности. – Москва: Изд-во Моск. ун-та, 1981. – 344 с.
2. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. – Москва: Наука, 1966. – 752 с.
3. Савин Г. Н. Распределение напряжений около отверстий. – Киев: Наук. думка, 1968. – 887 с.
4. Ильюшин А. А., Победря Б. Я. Основы математической теории термовязкоупругости. – Москва: Наука, 1970. – 280 с.
5. Кристенсен Р. Введение в теорию вязкоупругости. – Москва: Мир, 1974. – 338 с.

6. *Мухелишвили Н. И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости. – Москва: Наука, 1966. – 707 с.
7. *Каминский А. А., Гаврилов Д. А.* Длительное разрушение полимерных и композитных материалов с трещинами. – Киев: Наук. думка, 1992. – 248 с.
8. *Лехницкий С. Г.* Анизотропные пластинки. – Москва: Гостехиздат, 1957. – 463 с.
9. *Космодамианский А. С., Нескородев Н. М.* Связь уравнений плоской теории упругости для анизотропного и изотропного тел // Прикл. математика и механика. – 1998. – **62**, вып. 2. – С. 344–346.
10. *Подильчук И. Ю.* Исследование концентрации напряжений в вязкоупругой ортотропной пластине с эллиптическим отверстием // Прикл. механика. – 1997. – **33**, No 9. – С. 64–73.

Донецкий национальный университет

Поступило в редакцию 19.03.2010

Academician of the NAS of Ukraine **V. P. Shevchenko, R. N. Neskorohev**

A new method of solution of problems of viscoelasticity theory of anisotropic media

A new method of solution of boundary-value problems of the linear theory of viscoelasticity is offered. The method is based on the numerical solution of the integral equations of a state of the medium. The relations for finding the resolvents of integral equations connecting stresses and deformations are specified, and the equations of the Hooke law at any time moment are written.