Доповіді
НАЦІОНАЛЬНОЇ
АКАДЕМІЇ НАУК
УКРАЇНИ

6 • 2010

ЕНЕРГЕТИКА

УДК 621.3(0758)

Член-корреспондент НАН Украины **А. Е. Божко**

Об определении колебаний якоря электромагнитного виброударного возбудителя при входных периодических полусинусоидальных импульсах

Визначаються коливання якоря електромагнітного віброударного збуджувача при дії на ході імпульсів, що подаються у вигляді Фур'є-комбінованого сингуларисного розкладання.

Электромагнитные виброударные возбудители (ЭМВУВ) широко используются в промышленности в технологических процессах, конвейерах, вибрационных испытательных стендах и т. д. [1, 2]. При воспроизведении ЭМВУВ ударов на его вход могут подаваться периодические полусинусоидальные импульсы вида, изображенного на рис. 1, где U_a — амплитуда импульса; ω — круговая частота; t — время; угловой период следования импульсов 2π.

Известно [3, 4], что такие импульсы могут быть разложены в ряд Фурье

$$f(\omega t) = \frac{2U_a}{\pi}\left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}\cos\omega t + \frac{1}{1\cdot 3}\cos 2\omega t - \frac{1}{3\cdot 5}\cos 4\omega t + \frac{1}{5\cdot 7}\cos 6\omega t - \cdots\right). \tag{1}$$

Из-за малых значений составляющих $\dfrac{2U_a}{\pi\cdot 3\cdot 5}\cos 4\omega t$, $\dfrac{2U_a}{\pi\cdot 5\cdot 7}\cos 6\omega t$ по сравнению с предыдущими составляющими в (1) будем проводить исследование

$$f(\omega t) = \frac{2U_a}{\pi}\left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}\cos\omega t + \frac{1}{1\cdot 3}\cos 2\omega t\right). \tag{2}$$

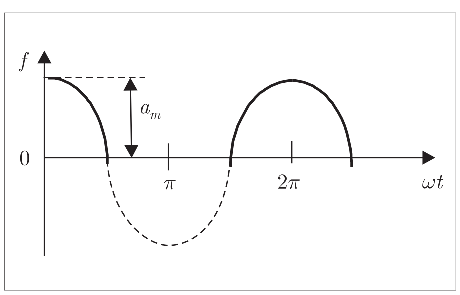

Рис. 1

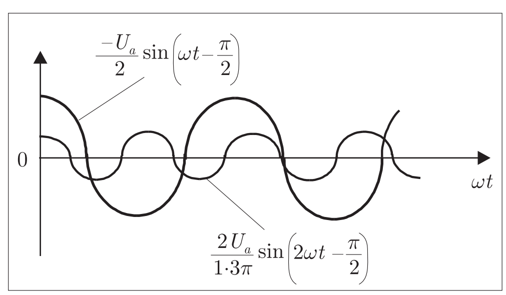

Рис. 2

Применяя формулу [1] $\cos x = \sin(\pi/2 - x)$, представим (2) в виде

$$f(\omega t) = \frac{2U_a}{\pi}\left[\frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) - \frac{1}{1\cdot 3}\sin\left(2\omega t - \frac{\pi}{2}\right)\right]. \qquad (3)$$

Как видно из (3), входной в ЭМВУВ полусинусоидальный периодический сигнал имеет скачкообразную постоянную составляющую $f_0 = U_a/\pi$ и синусоидальные составляющие

$$-\frac{U_a}{\pi}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right), \qquad \frac{2U_a}{1\cdot 3\pi}\sin\left(2\omega t - \frac{\pi}{2}\right),$$

сдвинутые от $\omega t = 0$ на угол $-\pi/2$. Эти составляющие изображены на рис. 2.

В работах [3, 4] представлено два вида сингуларисного разложения скачкообразной функции $U_a 1(t) = \left\{\begin{array}{lll} 1 & \text{при} & t \geqslant 0 \\ 0 & \text{при} & t < 0 \end{array}\right\}$ и функции $U_a\sin(\omega t + \varphi)$, имеющей скачок в виде $U_a 1(t)\sin\varphi$ при $t = 0$. Эти разложения имеют соответственно вид

$$U_a 1(t) = U_a\left(1 - e^{-\alpha t} + e^{-\alpha t}\sum_{k=1}^{n} U_{ak}\cos\omega_k t\right), \qquad (4)$$

где α — коэффициент затухания; $U_{a1} = 1/\pi$, $U_{ak} = U_{a1}/k$, $k = \omega_k/\omega_1$, $n \approx 12$,

$$U_a\sin(\omega t + \varphi) = U_a(1 - e^{-\alpha t})\sin(\omega t + \varphi) + U_a e^{-\alpha t}\sin\varphi\sum_{k=1}^{n} U_{ak}\cos\omega_k t. \qquad (5)$$

Здесь α значительно больше коэффициента затухания электроцепи, на которую подается сигнал в виде (4) или (5).

В нашем исследовании входной сигнал в ЭМВУВ описывается выражением (3). График переменных составляющих этого сигнала изображен на рис. 2, откуда видно, что

$$-\frac{U_a}{\pi}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{U_a}{\pi}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), \quad -\frac{2U_a}{1\cdot 3\pi}\sin\left(2\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{2U_a}{1\cdot 3\pi}\sin\left(2\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

С учетом этих выражений

$$f(\omega t) = \frac{U_a}{\pi} + \frac{U_a}{2}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{2U_a}{1\cdot 3\pi}\sin\left(2\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \qquad (6)$$

Сигнал (6) имеет скачкообразную постоянную составляющую $f_0 = U_a/\pi$ и скачкообразные при $t = 0$ синусоидальные составляющие

$$\frac{U_a}{\pi}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), \qquad \frac{2U_a}{1\cdot 3\pi}\sin\left(2\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

К этим составляющим применимы сингуларисные разложения (4) и (5), соответственно. С учетом (4) и (5) выражение (6) запишем в виде

$$\begin{aligned} f(\omega t) = {} & \frac{U_a}{\pi}\left(1 - e^{-\alpha t} + e^{-\alpha t}\sum_{k=1}^{n} U_{ak}\cos\omega_k t\right) + \\ & + \frac{U_a}{2}\left[(1 - e^{-\alpha t})\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + e^{-\alpha t}\sin\frac{\pi}{2}\sum_{k=1}^{n} U_{ak}\cos\omega_k t\right] + \\ & + \frac{2U_a}{1\cdot 3\pi}\left[(1 - e^{-\alpha t})\sin\left(2\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + e^{-\alpha t}\sin\frac{\pi}{2}\sum_{k=1}^{n} U_{ak}\cos\omega_k t\right]. \end{aligned} \qquad (7)$$

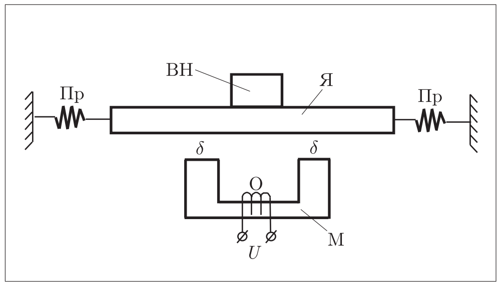

Рис. 3

Как видно из (7), к Фурье-разложению (2) применены сингуларисные разложения (4) и (5). Выражение (7) представляет собой конкретное для периодических полусинусоидальных сигналов Фурье-комбинированное сингуларисное разложение. Общая математическая запись Фурье-комбинированного сингуларисного разложения периодических несинусоидальных функций было представлено в ранее опубликованной статье автора. Итак, на вход ЭМВУВ подается напряжение в виде (7). Для исследования колебаний подвижной системы (якоря) ЭМВУВ необходимо проанализировать весь тракт прохождения сигнала в ЭМВУВ. Для этого представим на рис. 3 электромагнитомеханическую схему ЭМВУВ, где М — магнитопровод; Я + ВН — якорь с весовой нагрузкой; О — электрическая обмотка; Пр — пружины; U — входное напряжение; δ — воздушный зазор.

Из этого рисунка видно, что ЭМВУВ в соответствии с природой физических процессов состоит из электрической части (электрическая обмотка), магнитной части (магнитопровод, воздушный зазор, якорь), механической части (якорь, пружины), что требует исследования ЭМВУВ по частям.

В электрической части ЭМВУВ напряжение $U(t)$, описываемое в данном случае выражением (7), подается на зажимы обмотки. Под действием $U(t)$ по обмотке идет электрический ток $i(t)$, который определяется из дифференциального уравнения

$$U(t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt}, \tag{8}$$

где R, L — резистор и индуктивность обмотки, соответственно.

Учитывая (7), уравнение (8) запишем в виде

$$\begin{gathered}\frac{U_a}{\pi}\left(1 - e^{-\alpha t} + e^{-\alpha t}\sum_{k=1}^{n} U_{ak}\cos\omega_k t\right) + \\ + \frac{U_a}{2}\left[(1 - e^{-\alpha t})\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + e^{-\alpha t}\sin\frac{\pi}{2}\sum_{k=1}^{n} U_{ak}\cos\omega_k t\right] + \\ + \frac{2U_a}{1\cdot 3\pi}\left[(1 - e^{-\alpha t})\sin\left(2\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + e^{-\alpha t}\sin\frac{\pi}{2}\sum_{k=1}^{n} U_{ak}\cos\omega_k t\right] = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt}.\end{gathered} \tag{9}$$

Заметим, что электрическая цепь обмотки является линейной, поэтому здесь при нахождении $i(t)$ применим принцип суперпозиции. Ток $i(t)$ будем определять операционным методом, используя изображения Карсона [5]. Сгруппируем левую часть уравнения (9) так, чтобы удобно было пользоваться таблицей оригиналов и изображений, приведенной в работе [5]. Тогда (9) примет вид

$$\frac{U_a}{\pi}(1-e^{-\alpha t})+e^{-\alpha t}U_a\left(\frac{1}{\pi}+\frac{1}{2}+\frac{2}{1\cdot 3\pi}\right)\sum_{k=1}^{n}U_{ak}\cos\omega_k t+\frac{U_a}{2}\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)+$$
$$+\frac{2U_a}{1\cdot 3\pi}\sin\left(2\omega t+\frac{\pi}{2}\right)-\frac{U_a}{2}e^{-\alpha t}\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)-\frac{2U_a}{1\cdot 3\pi}e^{-\alpha t}\sin\left(2\omega t+\frac{\pi}{2}\right)=$$
$$=Ri(t)+L\frac{di(t)}{dt}. \tag{10}$$

Каждая составляющая напряжения из (10) создает свой ток $i_l(t)$, $l=\overline{1,7}$, в обмотке. Алгебраическая сумма $\sum\limits_{l=1}^{7}i_l=i$, т. е. равна общему току в этой обмотке.

Для представления (10) в изображениях Карсона необходимо в (10) осуществить тригонометрические преобразования вида

$$\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)=\sin\omega t\cos\frac{\pi}{2}+\cos\omega t\sin\frac{\pi}{2}=\cos\omega t,$$
$$\sin\left(2\omega t+\frac{\pi}{2}\right)=\sin 2\omega t\cos\frac{\pi}{2}+\cos 2\omega t\sin\frac{\pi}{2}=\cos 2\omega t.$$

Тогда (10) с учетом того, что $\dfrac{1}{\pi}+\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{1\cdot 3\pi}\approx 1{,}1$, запишем в виде

$$\frac{U_a}{\pi}(1-e^{-\alpha t})+1,1U_a e^{-\alpha t}\sum_{k=1}^{n}U_{ak}\cos\omega_k t+\frac{U_a}{2}\cos\omega t+\frac{2U_a}{1\cdot 3\pi}\cos 2\omega t-$$
$$-\frac{U_a}{2}e^{-\alpha t}\cos\omega t-\frac{2U_a}{1\cdot 3\pi}e^{-\alpha t}\cos 2\omega t=Ri(t)+L\frac{di(t)}{dt}. \tag{11}$$

Изображение Карсона, соответствующее оригиналу (11), следующее:

$$\frac{U_a}{\pi}\frac{\alpha}{p+\alpha}+\frac{U_a}{2}\frac{p^2}{p^2+\omega^2}+\frac{2U_a}{3\pi}\frac{p^2}{p^2+4\omega^2}-\frac{U_a}{2}\frac{p(p+\alpha)}{(p+\alpha)^2+\omega_k^2}-\frac{2U_a}{1\cdot 3\pi}\frac{p(p+\alpha)}{(p+\alpha)^2+\omega^2}-$$
$$-\frac{2U_a}{1\cdot 3\pi}\frac{p(p+\alpha)}{(p+\alpha)^2+4\omega^2}+1{,}1U_a\sum_{k=1}^{n}U_{ak}\frac{p(p+\alpha)}{(p+\alpha)^2+\omega_k^2}=\left(p+\frac{R}{L}\right)I(p)L, \tag{12}$$

где $I(p)$ — изображение тока $i(t)$; $R/L=\delta$ — коэффициент затухания электроцепи обмотки.

Из (12) изображение тока $i(t)$ имеет вид

$$I(p)=\frac{1}{L(p+\delta)}\left[\frac{U_a}{\pi}\frac{\alpha}{p+\alpha}+\frac{U_a}{2}\frac{p^2}{p^2+\omega^2}+\frac{2U_a}{3\pi}\frac{p^2}{p^2+4\omega^2}-\frac{U_a}{2}\frac{p(p+\alpha)}{(p+\alpha)^2+\omega^2}-\right.$$
$$\left.-\frac{2U_a}{3\pi}\frac{p(p+\alpha)}{(p+\alpha)^2+4\omega^2}+1{,}1U_a\sum_{k=1}^{n}U_{ak}\frac{p(p+\alpha)}{(p+\alpha)^2+\omega_k^2}\right]. \tag{13}$$

С использованием таблиц [5] получим соответственно (13) следующий оригинал тока $i(t)$:

$$i(t)=\frac{U_a\alpha}{L}\left[\frac{1}{\alpha\delta}+\frac{1}{\alpha-\delta}\left(\frac{1}{\alpha}e^{-\alpha t}-\frac{1}{\delta}e^{-\delta t}\right)\right]+\frac{U_a}{2L}\frac{1}{\delta^2+\omega^2}(-\delta e^{-\delta t}+\delta\cos\omega t+\omega\sin\omega t)+$$
$$+\frac{2U_a}{3\pi L}\frac{1}{\delta^2+4\omega^2}(-\delta e^{-\delta t}+\delta\cos 2\omega t+2\omega\sin 2\omega t)-$$
$$-\frac{U_a}{2L}\frac{1}{(\alpha-\delta)^2+\omega^2}\left\{-\delta e^{-\delta t}+\frac{e^{-\alpha t}}{\omega}[\omega\delta\cos\omega t+(\omega^2+\alpha^2-\alpha\delta)\sin\omega t]\right\}-$$
$$-\frac{U_a\alpha}{2L}\frac{1}{(\alpha-\delta)^2+\omega^2}\left\{-\delta e^{-\delta t}+\frac{e^{-\alpha t}}{\omega}[-\omega\cos\omega t-(\alpha-\delta)\sin\omega t]\right\}-$$
$$-\frac{2U_a}{3\pi L}\frac{1}{(\alpha-\delta)^2+4\omega^2}\left\{-\delta e^{-\delta t}+\frac{e^{-\alpha t}}{\omega}[2\omega\delta\cos 2\omega t+(4\omega^2+\alpha^2-\alpha\delta)\sin 2\omega t]\right\}-$$
$$-\frac{2U_a\alpha}{3\pi L}\frac{1}{(\alpha-\delta)^2+4\omega^2}\left\{e^{-\delta t}+\frac{e^{-\alpha t}}{2\omega}[-2\omega\cos 2\omega t-(\alpha-\delta)\sin 2\omega t]\right\}+$$
$$+\frac{1{,}1U_a}{L}\sum_{k=1}^{n}U_{ak}\frac{1}{(\alpha-\delta)^2+\omega_k^2}\left\{-\delta e^{-\delta t}+\frac{e^{-\alpha t}}{\omega_k}[\omega_k\delta\cos\omega_k t+(\omega_k^2+\alpha^2-\alpha\delta)\sin\omega_k t]\right\}+$$
$$+\frac{1{,}1U_a}{L}\sum_{k=1}^{n}U_{ak}\alpha\frac{1}{(\alpha-\delta)^2+\omega_k^2}\left\{e^{-\delta t}+\frac{e^{-\alpha t}}{\omega_k}[-\omega_k\cos\omega_k t-(\alpha-\delta)\sin\omega_k t]\right\}. \qquad (14)$$

После группировки подобных членов выражение (14) будет следующим:

$$i(t)=A+Be^{-\delta t}+Ce^{-\alpha t}+d\cos\omega t+e\sin\omega t+g\cos 2\omega t+z\sin 2\omega t+$$
$$+\varepsilon e^{-\alpha t}\cos\omega t+\xi e^{-\alpha t}\sin\omega t+\gamma e^{-\alpha t}\cos 2\omega t+je^{-\alpha t}\sin 2\omega t+$$
$$+e^{-\alpha t}q\sum_{k=1}^{n}U_{ak}(\eta_k\cos_k t+\beta_k\sin\omega_k t), \qquad (15)$$

где коэффициенты A, B, C, d, e, g, z, ε, ξ, γ, j, q, η_k, β_k представляют собой суммы при однородных членах в (14).

Как видно из (15), ток $i(t)$ в обмотке ЭМВУВ включает в себя постоянную составляющую A, установившиеся гармоники $d\cos\omega t$, $e\sin\omega t$, $g\cos 2\omega t$, $z\sin 2\omega t$, затухающие экспоненты $Be^{-\delta t}$, $Ce^{-\alpha t}$, затухающие гармоники $\varepsilon e^{-\alpha t}\cos 2\omega t$, $\xi e^{-\alpha t}\sin 2\omega t$, $\gamma e^{-\alpha t}\cos 2\omega t$, $je^{-\alpha t}\sin 2\omega t$, $qe^{-\alpha t}\sum\limits_{k=1}^{n}\eta_k\cos 2\omega_k t$, $qe^{-\alpha t}\sum\limits_{k=1}^{n}U_k\beta_k\cos\omega_k t$. Так как коэффициент затухания $\alpha\gg\delta$, то после интервала времени $\Delta t=4{,}6(1/\alpha)$ переходный процесс тока $i(t)$ определяется выражением

$$i(t)=A+Be^{-\delta t}+d\cos\omega t+e\sin\omega t+g\cos 2\omega t+z\sin 2\omega t. \qquad (16)$$

При $\alpha=\infty$ $\Delta t=0$ и ток $i(t)=(16)$.

Далее рассмотрим в ЭМВУВ магнитную часть, которая создает тяговое усилие F якоря. Это тяговое усилие создается наведенным в магнитопроводе и якоре от тока $i(t)$ магнитным потоком Ф, который обусловливает притяжение к полюсам М якоря. Тяговое усилие определяется выражением [6]

$$F = \frac{\Phi^2}{\mu_0 S}. \tag{17}$$

Используя закон полного тока [7] $iwG = \Phi$, выражение (17) представим так:

$$F = \mu_0 S \left(\frac{iw}{2\delta}\right)^2. \tag{18}$$

Так как механическая часть ЭМВУВ более инерционна, чем электрическая и магнитные части, то при $\alpha \gg b_k/(2m)$, где b_k — коэффициент диссипации в колебаниях якоря; m — масса якоря, будем в (18) учитывать для $i(t)$ выражение (16). В этом случае

$$\begin{aligned} F(t) &= \frac{\mu_0 S w^2}{4\delta^2}(A + Be^{-\delta t} + d\cos\omega t + c\sin\omega t + g\cos 2\omega t + z\sin 2\omega t)^2 = \\ &= \frac{\mu_0 S w^2}{4\delta^2}[A^2 + B^2 e^{-2\delta t} + d^2\cos^2\omega t + c^2\sin^2\omega t + g^2\cos^2 2\omega t + z^2\sin^2 2\omega t + \\ &\quad + 2A(Be^{-\delta t} + d\cos\omega t + c\sin\omega t + g\cos 2\omega t + z\sin 2\omega t) + \\ &\quad + 2Be^{-\delta t}(d\cos\omega t + c\sin\omega t + g\cos 2\omega t + z\sin 2\omega t) + \\ &\quad + 2d\cos\omega t(c\sin\omega t + g\cos 2\omega t + z\sin 2\omega t) \\ &\quad + 2c\sin\omega t(g\cos 2\omega t + z\sin 2\omega t) + 2gz\cos 2\omega t\sin 2\omega t]. \end{aligned} \tag{19}$$

В (19) используем тригонометрические преобразования

$$\begin{aligned} &d^2\cos^2\omega t = \frac{1}{2}d^2(1 + \cos 2\omega t), \qquad e^2\sin^2\omega t = \frac{1}{2}e^2(1 - \cos 2\omega t), \\ &g^2\cos^2 2\omega t = \frac{1}{2}g^2(1 + \cos 4\omega t), \qquad z^2\sin^2 2\omega t = \frac{1}{2}z^2(1 - \cos 4\omega t), \\ &2de\cos\omega t\sin\omega t = de\sin 2\omega t, \qquad 2dg\cos\omega t\cos 2\omega t = dg(\cos\omega t + \cos 3\omega t), \\ &2dz\cos\omega t\sin 2\omega t = dz(\sin\omega t + \sin 3\omega t), \qquad 2eg\sin\omega t + \cos 2\omega t = eg(-\sin\omega t + \sin 3\omega t), \\ &2ez\sin\omega t\sin 2\omega t = ez(\cos\omega t - \cos 3\omega t), \qquad 2gz\cos 2\omega t\sin 2\omega t = gz\sin 4\omega t. \end{aligned}$$

С учетом представленных преобразований (19) имеет вид

$$\begin{aligned} F(t) = \mu_0 S\left(\frac{w}{2\delta}\right)^2 \Big[& A_\Sigma + 2ABe^{-\delta t} + B^2 e^{-2\delta t} + \\ & + 2Be^{-\delta t}(d\cos\omega t + e\sin\omega t + g\cos 2\omega t + z\sin 2\omega t) + \\ & + \frac{1}{2}(\cos 2\omega t)(d^2 - e^2) + de\sin 2\omega t + (\cos\omega t)(dg + ez) + (\sin\omega t)(dz - eg) + \\ & (\cos 3\omega t)(dg - ez) + (\sin 3\omega t)(dz + eg) + gz\sin 4\omega t \Big], \end{aligned} \tag{20}$$

где $A_\Sigma = A^2 + (d^2 + e^2 + g^2 + z^2)/2$.

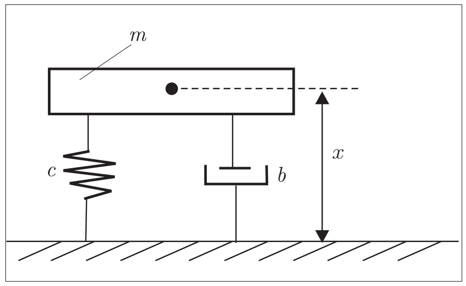

Рис. 4

Из (20) видно, что тяговое усилие $F(t)$ состоит из постоянной составляющей QA_Σ, затухающих экспонент $Q2ABe^{-\delta t}$, $QB^2e^{-2\delta t}$, затухающей полигармоники $Q2ABe^{-\delta t}(d\cos\omega t + e\sin\omega t + g\cos 2\omega t + z\sin 2\omega t)$ и установившихся гармоник $Q\frac{1}{2}(d^2-e^2)\cos 2\omega t$, $Qde\sin 2\omega t$, $(dg+ez)\cos\omega t$, $Q(dz-eg)\sin\omega t$, $Q(dg-ez)\cos 3\omega t$, $Q(dz+eg)\sin 3\omega t$, $Qgz\sin 4\omega t$, где

$$Q = \mu_0 S\left(\frac{w}{2\delta}\right)^2.$$

Данное тяговое усилие (20) действует на якорь и вызывает его движение. Механическая схема подвижной части ЭМВУВ является колебательной системой (КС), изображенной на рис. 4, где m — масса Я + весовая нагрузка; c, b — коэффициенты жесткости и диссипации соответственно; x — перемещение.

Дифференциальное уравнение КС следующее:

$$m\frac{d^2x_я}{dt^2} + b\frac{dx_я}{dt} + cx = F(t). \tag{21}$$

Из (21) видно, что постоянная составляющая в виде QA_Σ вызывает в КС постоянное смещение $x_0 = QA_\Sigma/c$, которое совместно с общей амплитудой переменного перемещения $x_{a\Sigma}$ должно удовлетворять условию $\delta_0 > x_0 + x_{a\Sigma}$, где δ_0 — начальный воздушный зазор между Я и М. Данная КС является линейной, поэтому к ней применим принцип суперпозиции. Установившиеся колебания КС имеют вид [8]

$$x_1(t) = x_{a1}\cos(\omega t - \varphi_1), \qquad x_2(t) = x_{a2}\sin(\omega t - \varphi_1), \qquad x_3(t) = x_{a3}\cos(2\omega t - \varphi_2),$$
$$x_4(t) = x_{a4}\sin(2\omega t - \varphi_2), \qquad x_5(t) = x_{a5}\cos(3\omega t - \varphi_3), \qquad x_6(t) = x_{a6}\cos(3\omega t - \varphi_3),$$
$$x_7(t) = x_{a7}\sin(4\omega t - \varphi_4),$$

где $\varphi_l = \operatorname{arctg}\dfrac{l\omega b}{(l\omega)^2 - \omega_0^2}$, $l = \overline{1,4}$; $\omega = \sqrt{\dfrac{c}{m} - \left(\dfrac{b}{2m}\right)^2}$ — собственная частота колебаний КС; $x_{ar} = \dfrac{F_{ar}}{m\sqrt{[(l\omega)^2 - \omega_0^2]^2 + (b\omega/(2m))^2}}$, $r = \overline{1,7}$; $l = \overline{1,4}$; F_{ar} — амплитуды соответствующих гармонических составляющих $F(t)$ в (20).

Установившаяся общая гармоника колебаний КС равна $x_\Sigma(t) = \sum\limits_{r=1}^{7} x_7(t)$. В перемещение якоря еще входят затухающие составляющие с экспонентами в (20) вида $e^{-\delta t}$, $e^{-2\delta t}$.

Эти составляющие обусловливают переходный процесс колебаний КС. Определим его операционным методом с изображениями Карсона [5]. Представим (21) и экспоненциально затухающие составляющие из (20) в следующей операционной форме:

$$x_\delta(p) = (mp^2 + bp + c) = Q2AB\frac{p}{p+\delta} + QB^2\frac{p}{p+2\delta} + 2BQd\frac{p(p+\delta)}{(p+\delta)^2+\omega^2} +$$
$$+ 2BQe\frac{\omega p}{(p+\delta)^2+\omega^2} + 2BQg\frac{p(p+\delta)}{(p+\delta)^2+4\omega^2} + 2BQz\frac{2\omega p}{(p+\delta)^2+4\omega^2}, \tag{22}$$

где $p = d/dt$.

Оригинал $x(t)$, соответствующий (22), будем находить по таблицам, используя метод простых дробей [5]. Для этого (22) разложим на следующие простые дроби:

$$x_\delta(p) = \frac{a_1}{m}\left(\frac{\vartheta_1}{p+\delta} + \frac{A_1p+B_1}{p^2+\dfrac{b}{m}p+\dfrac{c}{m}}\right) + \frac{a_2}{m}\left(\frac{\vartheta_2}{p+2\delta} + \frac{A_2p+B_2}{p^2+\dfrac{b}{m}p+\dfrac{c}{m}}\right) +$$
$$+ \frac{a_3}{m}\left(\frac{A_3p+B_3}{p^2+\dfrac{b}{m}p+\dfrac{c}{m}} + \frac{C_1p+D_1}{(p+\delta)^2+\omega^2}\right) + \frac{a_4}{m}\left(\frac{A_4p+B_4}{p^2+\dfrac{b}{m}p+\dfrac{c}{m}} + \frac{C_2p+D_2}{(p+\delta)^2+\omega^2}\right) +$$
$$+ \frac{a_5}{m}\left(\frac{A_5p+B_5}{p^2+\dfrac{b}{m}p+\dfrac{c}{m}} + \frac{C_3p+D_3}{(p+\delta)^2+4\omega^2}\right) + \frac{a_6}{m}\left(\frac{A_6p+B_6}{p^2+\dfrac{b}{m}p+\dfrac{c}{m}} + \frac{C_4p+D_4}{(p+\delta)^2+4\omega^2}\right), \tag{23}$$

где a_k, $k = \overline{1,6}$, — величины, стоящие в (22) перед соответствующими составляющими. Не загромождая статью простыми вычислениями коэффициентов A_k, B_k, $k = \overline{1,6}$; C_l, D_l, $l = \overline{1,4}$, из (23), по таблицам [5] находим оригинал $x_\delta(t)$, соответствующий изображению (23) в виде

$$x_\delta(t) = \frac{a_1\vartheta_1}{m\delta}(1-e^{-\delta t}) + \frac{a_2\vartheta_2}{2m\delta}(1-e^{-2\delta t}) + \frac{1}{c}\sum_{l=1}^{6}a_lA_l + \frac{a_2D_1+a_4D_2}{m(\delta^2+\omega^2)} + \frac{a_5D_3+a_6D_4}{m(\delta^2+4\omega^2)} +$$
$$+ e^{-\frac{b}{2m}t}\sin\omega_{01}t\left(\frac{1}{m\omega_{01}}\sum_{l=1}^{6}a_lA_l - \frac{b}{2mc_{01}}\sum_{l=1}^{6}a_lA_l - \frac{1}{c}e^{-\frac{b}{2m}t}\left(\sum_{l=1}^{6}a_lA_l\right)\cos\omega_{01}t -\right.$$
$$- \frac{1}{\omega m}e^{-\delta t}(\sin\omega t)\left[\frac{1}{m}(a_3c_1+a_4c_2) + \frac{\delta(a_3D_1+a_4D_2)}{\delta^2+\omega^2}\right] +$$
$$+ \frac{1}{2\omega m}e^{-\delta t}\sin 2\omega t\left[a_5c_3+a_6c_4 - \frac{\delta(a_5D_3+a_6D_4)}{\delta^2+4\omega^2}\right] -$$
$$- \frac{a_3D_1+a_4D_2}{m(\delta^2+\omega^2)}e^{-\delta t}\cos\omega t - \frac{a_5D_3+a_6D_4}{m(\delta^2+4\omega^2)}e^{-\delta t}\cos 2\omega t. \tag{24}$$

В $x_\delta(t)$ также имеется постоянная составляющая

$$x_{\delta 0} = \frac{1}{c}\sum_{l=1}^{6}a_lA_l + \frac{a_3D_1+a_4D_2}{m(\delta^2+\omega^2)} + \frac{a_5D_3+a_6D_4}{m(\delta^2+4\omega^2)},$$

которая должна быть учтена в виде $\delta_0 > x_0 + x_{\delta 0} + x_{a\Sigma}$. Остальные составляющие в (24) затухают с коэффициентами затухания δ, $b/(2m)$.

Таким образом, найдены x_0, $x_{\delta 0}$, $x_\delta(t)$ и $x_\Sigma(t)$, которые в сумме формируют колебания якоря в ЭМВУВ при входном воздействии в виде периодических полусинусоидальных импульсов. В колебаниях якоря из-за нелинейности магнитной части появились гармоники с дополнительными частотами 3ω и 4ω.

1. *Вибрации* в технике: В 6-ти т. / Под ред. Э. Э. Лавендела. – Москва: Машиностроение, 1981. – Т. 4. – 510 с.
2. *Испытательная* техника: Справочник. В 2-х кн. / Под ред. В. В. Клюева. – Москва: Машиностроение, 1982. – Кн. 1. – 528 с.
3. *Божко А. Е.* Аргументированная детализация новой концепции о переходных процессах в электроцепях // Доп. НАН України. – 2007. – № 6. – С. 81–87.
4. *Божко А. Е.* О сингуларисном разложении скачкообразной функции // Там само. – 2008. – № 2. – С. 42–47.
5. *Гинзбург С. Г.* Методы решения задач по переходным процессам в электрических цепях. – Москва: Сов. радио, 1959. – 404 с.
6. *Ступель Ф. А.* Электромеханические реле. – Харьков: Изд-во Харьков. гос. ун-та, 1956. – 355 с.
7. *Бессонов Л. А.* Теоретические основы электротехники. – Москва: Высш. шк., 1978. – 528 с.
8. *Божко А. Е., Голуб Н. М.* Динамико-энергетические связи колебательных систем. – Киев: Наук. думка, 1980. – 188 с.

Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины, Харьков

Поступило в редакцию 24.06.2008

Corresponding Member of the NAS of Ukraine **A. E. Bozhko**

On the determination of rotor oscillations in an electromagnetic vibroimpact exciter under the action of input periodic half-sinusoidal pulses

Rotor oscillations of an electromagnetic vibroimpact exciter under the action of input pulses represented in the form of Fourier-combined singularisnal expansion are determined.