УДК 682.06

О.М. Козик

АНАЛІЗ МОЖЛИВОСТЕЙ НЕЧІТКОЇ ЛОГІКИ ДЛЯ ФОРМАЛЬНОГО ОПИСУ ТЕХНОЛОГІЧНОГО ПРОЦЕСУ

Виходячи с даних додрукової підготовки, а також з даних про реалізацію процесу кольорового друку, наприклад на флексографічних машинах, можна стверджувати, що в цілому процес кольороподілу та процес кольорового друку є досить складний [1]. Складність всіх фрагментів технологічного процесу обумовлюється цілим рядом факторів, що впливають на цей процес, які носять непередбачуваний характер, і в багатьох випадках не існує можливостей врахувати їх дію в рамках детерміністичних чи стохастичних моделей, оскільки природа виникнення цих факторів є різноманітна починаючи від фізичних явищ, та хімічних процесів, та закінчуючи технологічними процесами. Однією з кінцевих задач кольорового друку є забезпечення високої якості, яка у відповідності з основним задумом книги чи пакування визначається цілим рядом параметрів [2]. Основною кінцевою задачею забезпечення високої якості друку, є задача формування якісного растру і, в першу чергу, растрової точки.

На сьогоднішній день використовується два підходи до розв’язку цієї задачи, яки полягають у наступному:

– формування регулярного растру;
– частотне моделювання, або стохастичне растрування, що означає один і той же метод.

При формуванні регулярного растру, точки растру розміщуються регулярно, у відповідності з напрямком формування растру, що призводить до втрат в градаційній передачі кольорів.

У випадку використання стохастичного растрування, завдяки хаотичному розміщенню точок визначені пропуски вдається зменшити, що підтверджується експериментальними даними. Стохастичне растрування проводиться на основі використання стохастичних моделей, в склад яких можуть входити псевдовипадкові генератори, або інші компоненти, що забезпечують стохастичний розподіл окремих точок, при формуванні растра. Суттєвим недоліком такого підходу є залежність стохастичного растрування від функцій розподілу ймовірних величин, які є ключовими в стохастичних моделях. Приймаючи до уваги, що процеси, які визначають кінцеву якість кольоропереходів, чистоту відтворення кольорів, та інші параметри кольорової друкованої продукції, діє цілий ряд факторів, враховувати які в рамках стохастичних моделей досить важко, а в більшості випадках, не можливо, то стає очевидним, що для розв’язку задачі реалізації процесу растрування, який забезпечив би підвищення якості значень параметрів надрукованого матеріалу, доцільно використовувати моделі, які розширяють можливості врахування досить широкого спектру факторів, що діють на різних етапах технологічного процесу, кінцевим результатом якого є формування растрових точок.

Одним з можливих підходів до розв'язку задачі розширення можливостей врахування великої кількості параметрів та факторів, що впливають на технологічний процес, полягає у використанні моделей управління кольороподіломі в першу чергу, при управлінні процесом формування растру, які ґрунтуються на уявленнях про лінгвістичні моделі, про методи розмитої логіки та теорії розмитих множин. Оскільки технологічні процеси, що використовуються для реалізації кольорового друку, передбачають участь фахівців в управлінні фрагментами цих процесів, та участь експертів у відповідних галузях, що визначаються певними властивостями, які використовуються в технологічних процесах, для оцінки та прийняття рішень стосовно ситуацій, що складаються у виробництві друкарської продукції, то автоматизація процесів, що пов'язані з участю людей є можливою лише при використанні лінгвістичних моделей. Такі моделі є найбільш інваріантними до неформальних описів елементів технологічного процесу та опису проміжних продуктів і їх параметрів, що використовуються фахівцями та експертами.

Як відомо, лінгвістичні моделі будуються, в більшості випадків, на основі використання формального апарату розмитої логіки [3]. Інтерпретація лінгвістичної змінної задається множиною чисел, що описують в певному діапазоні її можливі значення.

Основним поняттям, на якому ґрунтується нечітка логіка, нечітка арифметика та лінгвістичні співвідношення, є поняття про функцію приналежності, яка використовується разом з компонентою, про приналежність до певного класу, чи множини про яку відповідна функція свідчить. Якщо, для прикладу, прийняти в якості класу деяку множину, то можна говорити про розмиту множину. Тоді, формально, така множина буде описуватися наступним співвідношенням :

$$A=\left\{\left[\mu_A(x),x\right]\right\},\ \forall x\in x\ ,$$

де $\mu_A(x)$ – функція приналежності елемента *x* множині *A*, яка визначається на інтервалі [0.1]. Значення функції $\mu_A(x)$ визначає міру приналежності окремого елемента *x* множині *A*. Якщо *A* представляє собою деяку множину цілих чисел, то $\mu_A(x)$ визначає, в якій мірі відповідне число *x* належить виділеній множині $x\in A$. Якщо $\mu_A(x)=1$, то відповідне *x* точно являється елементом $x\in A$. Специфіка уявлень про розмиті числа визначає специфіку реалізації базових арифметичних і логічних операцій, коли мова йде про. розмиту арифметику та розмиту логіку. Оскільки розмитість арифметики описується двома компонентами - самим числом і функцією приналежності, то і відповідні операції складаються з двох частин. Частина операції, що стосується самого числа, ідентична відповідній операції для нерозмитих чисел, тому вона описується на рівні індексів розмитої арифметичної операції. Частина, що стосується функції приналежності, в даному випадку, представляє собою основну частину опису відповідної операції і для кожної з операцій додавання, віднімання, множення та ділення записується у вигляді наступних співвідношень:

$$\mu_{A1+A2}(y) = V_{y=x_1+x_2}\left[\mu_{A1}(x_1) \wedge \mu_{A2}(x_2)\right], \quad \forall x_1, x_2, y \in R$$

$$\mu_{A1-A2}(y) = V_{y=x_1-x_2}\left[\mu_{A1}(x_1) \wedge \mu_{A2}(x_2)\right], \quad \forall x_1, x_2, y \in R$$

$$\mu_{A1A2}(y) = V_{y=x_1x_2}\left[\mu_{A1}(x_1) \wedge \mu_{A2}(x_2)\right], \quad \forall x_1, x_2, y \in R$$

$$\mu_{A1/A2}(y) = V_{y=x_1/x_2}\left[\mu_{A1}(x_1) \wedge \mu_{A2}(x_2)\right], \quad \forall x_1, x_2, y \in R$$

де $\wedge$ – операція перетину множин A_1 і A_2, які описують розмитість відповідних чисел X_1 і X_2. Приведені вище приклади ілюструють спосіб визначення розмитої множини для числа, яке являється результатом арифметичної операції.

У випадку логічних операцій, розмитість інтерпретується як величина наближеності логічної змінної до значення 0 або 1. Тому базові логічні функції, такі як кон'юнкція(&), диз'юнкція (V), імплікація (→) та заперечення мають свою специфічну інтерпретацію і відповідно, специфічний спосіб формального представлення.

Наприклад, кон'юнкція та диз'юнкція запишуться у вигляді

$$\mu_{A\&B} = \min\left[\mu_A(x), \mu_B(x)\right],$$

де A і B розмите представлення логічних змінних.

$$\mu_{A\vee B} = \max\left[\mu_A(x), \mu_B(x)\right],$$

Імплікація для розмитих підмножин описується наступним співвідношенням.

$$\mu_{A\to B} = \min\left[1.1 - \mu_A(x) + \mu_B(x)\right]. \tag{1}$$

Такий спосіб представлення імплікацій запропоновано Лукашевичем. Очевидно, що для випадку розмитих змінних можна сформулювати різні інтерпретації для операції імплікації. Це ґрунтується на тому, що уявлення про імплікацію, по своїй суті, є значно ширшим, ніж уявлення про кон'юнкцію та диз'юнкцію. Прикладом інших інтерпретацій імплікації можуть послужити імплікація Задена, що записується у вигляді:

$$\mu_{A\to B} = \max\left\{1 - \mu_A(x), \min\left[\mu_A(x), \mu_B(x)\right]\right\}. \tag{2}$$

Імплікація Кліні-Дінеса

$$\mu_{A\to B} = \max\left[1 - \mu_A(x); \mu_B(x)\right] \tag{3}$$

та ряд інших інтерпретацій. Інтерпретація імплікацій, при використанні функцій приналежності для класичної форми імплікації, що найбільш поширена в математичній логиці, описується наступним співвідношенням

$$\mu_{p\to q} = \max\left(1-\mu_p, \mu_q\right). \quad (4)$$

В приведених співвідношеннях, що описують імплікацію, символи додавання і віднімання є еквівалентними до логічних функцій диз’юнкції та кон’юнкції, відповідно, а max і min інтерпретують класичні функції і логічний зв'язок, якими є диз’юнкція та кон’юнкція.

Виходячи з приведених базових операцій нечіткої арифметики та нечіткої логіки видно, що для початкового формування вихідних умов, що необхідні для побудови моделі розв’язку задачі, потрібно прийняти значно більше припущень чи гіпотез стосовно параметрів та їх значень, які передбачається включити в певну модель. У випадку моделі управління кольорами для друкарських машин, відповідні гіпотези необхідні на етапі формування профілю пристрою вводу образу, на етапі виводу образу, чи запису PS файлу, на етапі формування друкованих форм і на етапі друку образів на друкарських машинах. Всі ці гіпотези описують інформацію стосовно вхідних параметрів, яка в більшості випадків не може бути достатньо точною в силу різних факторів, і в першу чергу, в силу складності процесів, що обумовлюють відповідні вхідні параметри. Оскільки, в рамках вхідних умов, що необхідні для формування відповідних моделей, кожен з параметрів може потребувати попереднього перетворення перш ніж виявиться можливим його використовувати в моделі, то розглянемо перетворення розмитих множин, що використовуються в рамках відповідної теорії [4].

Першим із співвідношень є розмите співвідношення з n-аргументами, яке позначається символом R, визначене на множині $x = x_1 \times x_2 \times ... \times x_n$ і впорядковане множиною *n*-нок в формі:

$$R = \left\{\left(\left(x_1,...,x_n\right), \mu_R\left(x_1,...,x_n\right)\right) \middle| \left(x_1,...,x_n\right) \in x\right\}, \quad (5)$$

де $\mu_R\left(x_1,...,x_2\right)$: $x_1 \times x_2 \times ... \times x_n \to$ [0.1], є функція приналежності співвідношення R, яке відображає множину *x* в неперервному інтервалі [0,1].

Наступний тип зв’язку двох співвідношень R1 і R2, які визначені на ідентичній базовій множині $x_1 \times x_2$ представляє собою суму $R_1 \cup R_2$, то остання описується наступним співвідношенням:

$$\mu_{R1\cup R2} = S\left(\mu_{R1}\left(x_1, x_2\right), \mu_{R2}\left(x_1, x_2\right)\right) \quad (6)$$

де S означає S – норму , наприклад max.

Якщо два двохаргументних співвідношення *R₁* і *R₂* визначені на ідентичній базовому множині $x_1 \times x_2$, то логічне множення $R_1 \cap R_2$ буде представляти собою співвідношення, що описуються наступним чином:

$$\mu_{R1\cap R2}\left(x_1, x_2\right) = T\left(\mu_{R1}\left(x_1, x_2\right), \mu_{R2}\left(x_1, x_2\right)\right) \quad (7)$$

де *T* означає *t*-норму, на приклад min.

Якщо A є розмите співвідношення, визначене на базовій множені $x_1 \times x_2$, то проекція цього співвідношення на базову множину x_1 є розмитою множиною $A*$, яка визначається наступним співвідношенням:

$$A^*(x_1) = P_{roj} A(x_1, x_2) = \max\left[A(x_1, x_2)\right]$$

Як зазначалось вище, імплікація, з точку зору її допустимих інтерпретацій, є співвідношенням більш широким ніж попередні співвідношення. Тому, крім приведених вище типів розмитих імплікацій(1, 2,3,4) використовуються наступні оператори розмитої імплікації $\mu_{A1\to B}(x_1, y)$.

Імплікація Кліні, Денеса, Лукашевича:

$$\mu_{A\to B}(x, y) = 1 - \mu_A(x) + \mu_A(x) + \mu_B(y) \ , \qquad (8)$$

Імплікація Ягера:

$$\mu_{A\to B}(x, y) = (\mu_A(x)) + \mu_B(y), \qquad (9)$$

Імплікація Геоделя:

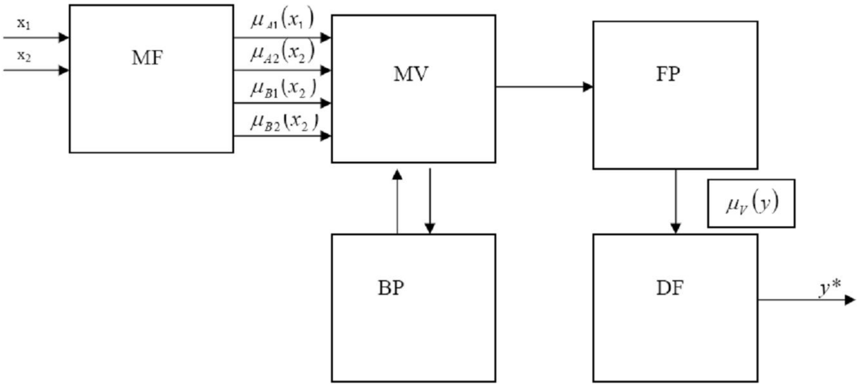
$$\{[\mu_A(x) \le \mu_B(y)] \to [\mu_{A\to B}(x,y) = 1]\} \& \{[\mu_A(x) \rangle \mu_B(y)] \to [\mu_{A\to B}(x,y) = \mu_B(y)]\} \qquad (10)$$

Імплікація Мандана ґрунтується на тому, що по визначенню, правдивість висновку MB(Y) не може бути більша ніж міра правдивості посилки MA(X), що і описується наступним співвідношенням:

$$\mu_{A\to B}(x, y) = \min(\mu_A(x), \mu_B(y)) \qquad (11)$$

Приведені співвідношення, що відповідають різним інтерпретаціям розмитої, або не чіткої імплікації не вичерпують всіх можливих інтерпретацій цього співвідношення. Інші можливі інтерпретації співвідношень, що описують розмиту імплікацію, залежать від особливостей предметних областей конкретних задач, для яких використовується апарат розмитих множин.

В загальному випадку, розмита модель представляє собою наступну структуру, що об`єднує основні елементи розмитих моделей, яка приведена на малюнку 1



Мал 1. Структурна схема моделі прикладу нечіткої системи с двома входами і одним виходом.

На малюнку прийнято наступні позначення:

- MF – модуль фазифікації вхідних сигналів;
- MV – модуль нечіткого виводу;
- BP – база правил виводу;
- FP – визначення функції приналежності;
- DF – модуль дефазифікації;
- *x1*,*x2* – вхідні сигнали;
- $\mu_{A1}(x_1)$, $\mu_{A2}(x_1)$, $\mu_{B1}(x_2)$, $\mu_{B2}(x_2)$ – функції приналежності розмитих послідовних входів;
- $\mu_V(y)$ – функція приналежності виходу;
- y^* - вихідний сигнал.

Модуль MF визначає функцію приналежності вхідних сигналів X1 і X2 до множин розмитих входів. Такі множини A і B розмитих входів для вхідних сигналів вибираються в рамках розмитої моделі (RM) на основі даних про кожну конкретну задачу, для роз’вязку якої, передбачується використовувати RM.

Модуль виводу вихідного сигналу, або модуль його формування, використовує правила виводу, що розміщаються в базі правил. В класичному випадку, такі правила представляють собою причинно-наслідкові схеми з різними структурами, які описують залежності між множинами розмитих входів і виходів. В загальному випадку, такі правила можуть описувати і більш складні взаємозв’язки між змінними, які аналізуються в рамках моделі.

Механізм виводу реалізує визначення функції приналежності вихідної величини y і складається з наступних частин:

визначення міри відповідності посилок тим, чи іншим правилом виводу, завдяки чому вибирається, в кожному окремому випадку побудови послідовного виводу, відповідне правило виводу з бази правил, визначення міри активізації висновку послідовних правил, яка визначає міру зміни значення атрибуту, що отриманий в наслідок використання імплікації.

Визначення вихідної функції приналежності на основі міри активації заключень послідовних правил.

В блоці фазифікації, процес останньої реалізується наступним способом:

– задається діапазон можливих значень вхідної змінної, наприклад, нехай вхідна змінна x1 може змінюватись від 0 до 2, а її вхідне значення є 1,4;
– задається функція зміни міри приналежності в межах заданого діапазону, при цьому, відомо, що $\mu(x_1)$ і $\mu(x_2)$ змінюються від 0 до 1,0. Для прикладу приймаємо, що така функція є лінійною. Формально, відповідно до даних прийнятого прикладу можна записати наступне

$$\mu_{A1}(x_1) = 0.5(x_1 - 2);\ \mu_{A2}(x_1) = 0.5(2 - x_1) \tag{12}$$

$$\mu_{B1}(x_2) = 0.5(x_2 - 2);\ \mu_{B2}(x_2) = 0.5(2 - x_2) \tag{13}$$

В результаті фазифікації необхідно визначити, в якій мірі вхідна величина близька до свого мінімального та максимального значення.

В рамках прикладу A_1 - мале (значення x_1 коло нуля), A_2 -велике (значення близьке до 2). В рамках приведеного прикладу, при проведенні тривіальних обчислень, по співвідношеннях (12), отримаємо, що ступінь приналежності x_1=1,4 до множини A_1 (множини малих значень) буде дорівнювати 0,3, а ступінь приналежності x_1=1,4 до множини A_2 (множини великих значень) буде дорівнювати 0,7. Тому x_1=1,4 скоріше всього відноситься до значення «великого», яке дорівнює 2, а не до значення «малого», яке дорівнює 0. Якщо прийняти, що x_1=1,6, то відповідно (13), функція приналежності $\mu(x_2)$ скоріше всього відноситься до величини «велике», ніж до величини «мале», і відповідно

$$\mu_{B1}(x_2) = 0.2 \text{ , а } \mu_{B2}(x_2) = 0.8$$

Інференція реалізується шляхом аналізу $\mu_{Ai}(x_1), \mu_{Bj}(x_2)$, результатом якого являється вихідна функція приналежності $\mu_V(y)$. Одним з базових методів формування виводу є метод, що ґрунтується на правилі виводу Modus Ponens (MP). В розмитій логиці аналогом цього правила виводу є узагальнений MP (UMP). Для вибору одного з правил виводу, що знаходяться в базі даних, необхідно оцінити посилки в імплікації. Спосіб оцінки посилок залежить від структури посилок, що використовується в імплікації.

Наприклад, якщо в імплікації одна посилка, то її оцінка відповідає мірі приналежності величини x^* до множини A. Іншим прикладом структури посилок може бути посилка $(x_1=A_1)\&(x_2=B_2)$, то оцінка такої посилки визначається співвідношенням:

$$\mu_R(x_1, x_2) = \mu_{A1 \cap B2}(x_1, x_2) = T\left(\mu_{A1}(x_1), \mu_{B2}(x_2)\right)),$$

де T є оператором t- норми, наприклад оператором PROD.

Якщо структура посилки : $(x_1 = A1) \vee (x_2 = B2)$, то оцінка вартості визначається співвідношенням:

$$\mu_R(x_1, x_2) = \mu_{A1 \cup B2}(x_1, x_2) = S(\mu_{A1}(x_1), \mu_{B2}(x_2)),$$

де S є оператором S-норми, наприклад – MAX

Вибір окремих правил виводу і визначення функції приналежності заключення для окремого правила виводу реалізується наступним чином. Припустимо, що необхідно реалізувати вивід по схемі $(x = A) \to (y = B)$ і $\mu_A(x), \mu_B(x)$ відповідні функції приналежності. Тоді при використанні оператора виводу Мандані, що описується співвідношенням $\mu_{A \to B}(x, y) = \min(\mu_A(x), \mu_B(y))$, то функція приналежності $\mu_R(x, y)$ запишеться аналогічно.

В загальному випадку для визначення $\mu_B(y)$ використовується наступне співвідношення:

$$\mu_{B*}(y) = \max\min(\mu_{A**}(x, y), \mu_R(x, y)), \quad x \in X$$

де *A*** *(x,y)* є розширення множини *A** *(x)* в просторі $X \times Y$,

*A** є розмита множина на базовій множині *x*,

R – двохаргументна композиція, що визначена на множенні $X \times Y$ і дає розмиту множину *B**, яка визначена на множині у для функції приналежності $\mu_{B*}(y)$.

З приведеного витікає, що для вхідної змінної *x* і вихідної змінної *y*, визначені початкові значення розмитих множин функцій приналежностей. В результаті подачі на вхід моделі вхідної змінної *x* з конкретною $\mu_A(x)$, функція $\mu_V(y)$ буде модифікована в результаті перетворень, які передбачаються відповідною моделлю для окремої функції перетворень, або окремого правила з бази правил, що використовуються в моделі.

Як уже зазначалось, розмита модель може вміщати цілу сукупність правил виводу, з якої вибирається, для кожного окремого випадку, певна підмножина цих правил.

В цьому випадку використовується наступний алгоритм виводу $\mu_V(y)$.

Нехай задана база m – правил:

$$R1: IF(x_1 = A_{11}) I \ldots I(x_i = A_{1i}) I \ldots I(x_n = A_{1n}) TO(y = B_1)$$

$$\vdots$$

$$Rj: IF(x_1 = A_{m1}) I \ldots I(x_i = A_{mi}) I \ldots I(x_n = A_{mn}) TO(y = B_m),$$

де $A_{11}, \ldots A_{mn}$ –розмиті множини посилок,

$B_1, \ldots B_m$ – розмиті множини висновків,

$x_1, \ldots x_n$ – значення вхідних змінних моделі,

y –вихідна величина моделі,
$x_1^*,...,x_n^*$ - текучі вхідні значення моделі,
I – кон'юкція.

На першому кроці обчислюється міра реалізації посилки в текучому правилі виводу у відповідності з наступним співвідношенням:

$$h_1 = T\left(\mu_{A11}\left(x_1^*\right),...,\mu_{A1n}\left(x_n^*\right)\right)$$

$$\vdots$$

$$h_m = T\left(\mu_{Am1}\left(x_1^*\right),...,\mu_{Amn}\left(x_n^*\right)\right),$$

де T – один з операторів t – норми, наприклад оператор PROD, що реалізує кон'юкцію.

На другому кроці визначається змодіфікована функція приналежності $\mu_{Bj}\left(y\right)$ виводу послідовних правил. Ця операція виконується тільки для тих правил, для яких послання відповідають мірі h>0. Такі правила називають активізованими. Відповідні функції приналежності обчислюються у відповідності з наступними співвідношеннями:

$$\mu_{B1*}\left(y\right) = T\left(h_1\right), \mu_{B1}\left(y\right)$$

$$\vdots$$

$$\mu_{Bm*}\left(y\right) = T\left(h_m\right), \mu_{Bm}\left(y\right).$$

На третьому кроці виконується обчислення результуючої функції приналежності $\mu_V\left(y\right)$ на основі акумуляції змодифікованих функцій приналежностей $\mu_{Bj*}\left(y\right)$ у відповідності із співвідношенням:

$$\mu_V\left(y\right) = \mu_{B*}\left(y\right) = S\left(\mu_{B1*}\left(y\right),...,\left(\mu_{Bm*}\left(y\right)\right)\right),$$

де S – одна з S – норм, наприклад max, а $B^* = B_1^* \cup ... \cup B_m^*$ - множина розмитих результатів виводів з бази правил.

Крім норм типу S можна використовувати і інші оператори, що реалізують операцію OR.

З приведенного алгоритму видно, що розмита модель дозволяє формалізувати описи перетворень процесів, які важко описати у вигляді детермінованих аналітичних функцій, що характерно для процесів управління кольороподілом в поліграфії.

1. *Чехман Я.И., Сенкусь В.Т., Бирбраер Е.Г.* Печатные машины. М.; Книга, 1987

2. *Гавенко С.Ф., Мельников О.В.* Оцінка якості поліграфічної продукці. Львів; Афіша, 2000

3. *Поспелов Д.А.* Логико-лингвистические модели в системах управления. М.; Энергоиздат, 1981

4. Нечёткие множества и теория возможностей. Последние достижения./ ред.. *Р. Ягер*. М.; Радио и свіязь, 1986