

И. В. Вовк, В. С. Малюга

Численное моделирование течения в канале с двумя последовательными сужениями (стенозами)*(Представлено академиком НАН Украины В. Т. Гринченко)*

Досліджено течію в'язкої нестисливої рідини у плоскому каналі за наявності в ньому двох послідовно розташованих звужень (стенозів) на основі чисельного розв'язання нестационарних рівнянь Нав'є–Стокса. Показано, що в певному діапазоні чисел Рейнольдса виникають характерні вихорві структури в зсувних шарах на межі струї і порожнини (ніші), утворених стенозами. В результаті цього з'являються стійкі періодичні антисиметричні автоколивання профіля швидкості на виході з отвору другого стенозу.

Явления генерации звука потоками в каналах с геометрическими нерегулярностями вызвали интерес очень давно. Еще Рэлей в своих фундаментальных работах [1] указывал, что в 1854 году Зондхауз наблюдал возникновение тонального звука при натекании струи воздуха на круглое отверстие в пластине. В наше время этой проблеме также уделяется значительное внимание. Например, установлено, что в трубах, имеющих два сужения, следующих друг за другом на определенном расстоянии, может возникнуть тональный звуковой сигнал, частота которого пропорциональна скорости потока (см., например, [2, 3]). Экспериментальная работа [4] посвящена изучению физического механизма возникновения свиста, который способен генерировать человек, выдыхая воздух через ротовую полость и отверстие, образованное губами. С помощью видеокамеры со стробоскопической подсветкой было зафиксировано, что на поверхностях струи (на участке между стенозами) образуются кольцевые вихри. В [5] высказана интересная гипотеза, предполагающая, что сухие хрипы, сопутствующие ряду легочных заболеваний, могут возникать за счет образования в бронхах стенозов, вызванных воспалением стенок бронхов и, как следствие, частичным перекрытием их сечений выделяющейся при этом вязкой мокротой. Были проведены модельные эксперименты, которые подтвердили принципиальную возможность появления сухих хрипов из-за такого рода явлений в бронхиальном дереве.

Целью настоящей работы является исследование особенностей течения потока в плоском канале с двумя стенозами, выяснение физических причин, способных приводить к появлению автоколебательных движений среды и, как следствие, к появлению тональных звуков.

Постановка задачи. Рассматривается течение жидкости в плоском канале при наличии двух последовательно расположенных стенозов. Расчетная область и принятые обозначения представлены на рис. 1. Предполагается, что стенки канала (верхняя и нижняя границы расчетной области), а также стенки стенозов неподвижны и абсолютно жесткие, а поток жидкости попадает в расчетную область через левую границу $x = 0$; $0 \leq y \leq D_1$ и покидает расчетную область на правой границе $x = L_1$; $0 \leq y \leq D_1$.

Задача решается в рамках модели вязкой несжимаемой жидкости с плотностью ρ . Число Рейнольдса можно определить по длине ниш, образованных стенозами: $Re = V_2 L_4 / \nu$, где ν — кинематическая вязкость среды. При этом масштаб длины является расстоянием между стенозами L_4 , масштаб скорости — скорость V_2 (скорость в отверстии первого

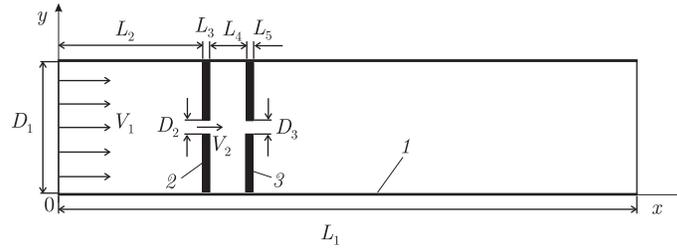


Рис. 1. Геометрия расчетной области: 1 — стенка канала; 2 — первый стеноз; 3 — второй стеноз

стеноза, осредненная по вертикальному сечению), масштабом времени — величина L_4/V_2 , а масштабом давления — удвоенный скоростной напор в отверстии стеноза ρV_2^2 .

В рамках принятой модели процесс описывается системой уравнений Навье–Стокса, которые представляются в тензорной форме следующим образом:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{UU} = \frac{1}{\text{Re}} \nabla \cdot \nabla \mathbf{U} - \nabla p, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0, \quad (2)$$

где p — скалярное поле давления; \mathbf{U} — векторное поле скорости; \mathbf{UU} — тензор второго ранга (внешнее произведение векторов). Покомпонентное представление этих уравнений можно найти в литературе (см., например, [6]).

Граничные условия для скорости задавались следующим образом: равномерный поток на входе в расчетную область, условие прилипания на твердых поверхностях канала и стенозов, равенство нулю нормального градиента на выходе из расчетной области. Для давления условие равенства нулю нормального градиента формулировалось по всей границе расчетной области за исключением выхода. На выходе задавалось постоянное давление.

Значения геометрических параметров канала выбирались такие же, как в экспериментальной работе [5]: $D_1 = 18$ мм, $D_2 = D_3 = 2$ мм, $L_1 = 150$ мм, $L_2 = 20$ мм, $L_3 = L_5 = 1$ мм, $L_4 = 5,8$ мм. Кинематическая вязкость принималась равной вязкости воздуха при температуре 20 °С: $\nu = 1,5 \cdot 10^{-5}$ м²/с. Размеры области при расчетах не изменялись, а значения скорости на входе варьировались в пределах $0,6$ – 3 м/с, что соответствовало значениям числа Рейнольдса $\text{Re} = 2088$ – 10440 .

Численный алгоритм решения задачи. Уравнения движения (1), (2) решались численно методом конечных объемов. Для дискретизации расчетной области использовалась неортогональная сетка со сгущением узлов в отверстиях стенозов (208 контрольных объемов по вертикальному сечению отверстия) и со сгущением узлов при приближении к стенке. Точки сетки принимались за вершины контрольных объемов, а значения неизвестных функций определялись в центроидах ячеек. В данном исследовании мы использовали структурированную неортогональную сетку с четырехугольной формой ячейки (но в общем случае не прямоугольной). Представленные результаты получены на сетке с 264 496 контрольных объемов с минимальным шагом $0,004$ мм вблизи угловых точек у отверстий стенозов.

При расчетах использовались библиотеки тулбокса с открытым кодом OpenFOAM [7]. Для вычисления объемных интегралов по контрольному объему применялась общая процедура Гаусса, согласно которой интеграл по объему представляется через интеграл по поверхности ячейки, а значение функции на поверхности ячейки интерполируется из значений функции в центроидах соседних ячеек. Для интерполяции конвективных членов использо-

валась имплементированная в OpenFOAM TVD схема для векторного поля. Нормальные градиенты скорости на поверхности ячейки, необходимые при вычислении диффузионных членов по теореме Гаусса, вычислялись из значений скорости в центроидах соседних ячеек по схеме второго порядка. На неортогональных участках сетки применялась процедура коррекции погрешности [8]. В качестве схемы дискретизации производной по времени использовалась неявная трехточечная несимметричная схема второго порядка с разностями назад (backward differencing).

Связанный расчет поля скорости и давления производился при помощи процедуры PISO [6] с числом корректоров 4. Для решения полученной системы линейных алгебраических уравнений использовались итерационные солверы, основанные на методе сопряженных/бисопряженных градиентов, для симметричных и асимметричных матриц, соответственно. В качестве предобусловливателя были выбраны упрощенные схемы неполной факторизации Холецкого и неполной LU факторизации для симметричных и асимметричных матриц, соответственно.

Расчеты проводились для шести значений скорости на входе в диапазоне 0,6–3 м/с ($Re = 2088$ – 10440). Результаты расчетов для течения с предыдущим, меньшим значением входной скорости принимались за начальные условия для течения с следующим, большим значением входной скорости. Для задачи с наименьшим значением входной скорости $V_1 = 0,6$ м/с ($Re = 2088$) формулировались нулевые начальные условия.

С целью контроля точности вычислений поле скорости численно интегрировалось по вертикальному сечению на входе в отверстие первого стеноза ($x = L_2$), которое в дальнейшем называется S_1 , а также по вертикальному сечению на выходе из отверстия второго стеноза ($x = L_2 + L_3 + L_4 + L_5$), которое в дальнейшем называется S_2 . Это позволяло контролировать точность выполнения условия несжимаемости среды. Относительная погрешность не превышала 10^{-3} . Также следует упомянуть, что с целью верификации используемого численного алгоритма была численно решена классическая задача о нестационарном отрыве потока при обтекании кругового цилиндра.

Для распараллеливания вычислений применялась технология MPI и метод распараллеливания, известный как декомпозиция области решения, т. е. распараллеливание на основе геометрического параллелизма [6].

Анализ результатов расчетов. На рис. 2, а представлены картины линий тока при $V_1 = 0,6$ м/с ($Re = 2088$). Хорошо видно как поток, входя из широкой левой части канала в узкое отверстие первого стеноза, образует в межстенном пространстве струю с ровными и гладкими линиями тока.

На рис. 2, б представлено поле завихренности. Черный цвет соответствует максимальному модулю завихренности, белый — нулевой завихренности. Как видно, на поверхностях первого стеноза формируются два ламинарных пограничных слоя (верхний и нижний), которые после отрыва становятся по сути свободными сдвиговыми слоями и далее сносятся течением в область между стенозами. При этом, как показывают полученные расчетные данные, скорость движения среды V_x в толще сдвиговых слоев существенно неравномерная. Так, по мере продвижения от внутренних поверхностей сдвиговых слоев к их внешним поверхностям она снижается примерно на порядок.

На пути от левого стеноза к правому сдвиговые слои несколько расширяются и поэтому общая толщина струи со сдвиговыми слоями при подходе ко второму стенозу становится больше ширины его отверстия. Это приводит к тому, что каждый сдвиговый слой разрезается передними кромками отверстия второго стеноза на два слоя — внутренний и внешний.

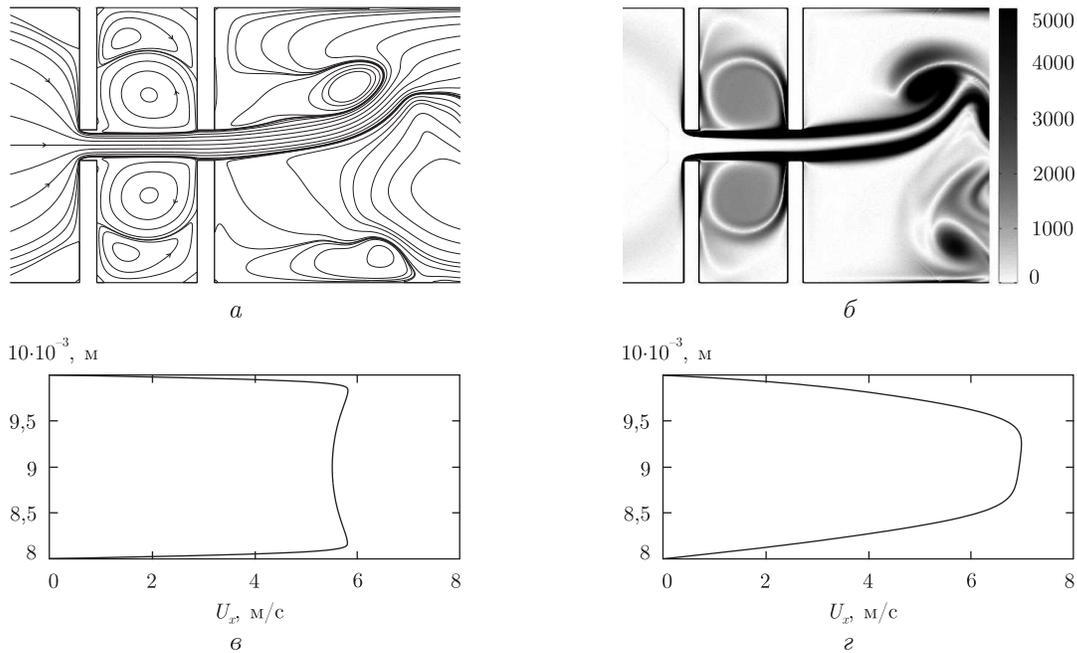


Рис. 2. Течение при $V_1 = 0,6$ м/с ($Re = 2088$): *а* — линии тока; *б* — поле завихренности; *в*, *г* — профили скорости в сечениях S_1 и S_2 , соответственно

Внутренние слои проходят через отверстие второго стеноза, а внешние заворачивают в верхнюю и нижнюю ниши, где формируют два основных циркуляционных течения (два вихря). Важно отметить, что, вращаясь в нишах, эти два основных вихря переносят часть кинетической энергии струи из района входа ее в отверстие второго стеноза в район выхода струи из первого стеноза (район корня струи). Таким образом, в межстенном пространстве оба основных вихря выполняют роль своеобразного канала обратной связи, когда часть энергии с выхода рассматриваемой нелинейной динамической системы переносится на ее вход. А как известно из теории автоколебаний, наличие обратной связи в нелинейных системах создает предпосылки для возникновения в ней автоколебательных процессов. Конечно, возникнут автоколебания или нет, зависит от многих факторов, главными из которых являются относительный уровень энергии в канале обратной связи и его запаздывание по времени (или фаза). В данном случае, при относительно низкой скорости потока, указанные факторы таковы, что не могут оказывать достаточного влияния на корень струи и поэтому автоколебаний в системе не возникает.

Профили скорости потока V_x во входном сечении S_1 и выходном S_2 межстенной области представлены на рис. 2, *в*, *г*. Следует сказать, что форма профиля скорости во входном сечении не зависит от времени, а в выходном имеет весьма малую нестационарную составляющую, которая обусловлена медленными изменениями направления движения струи в области за стенозами.

Увеличим скорость потока до $V_1 = 0,9$ м/с ($Re = 3132$). Линии тока и поле завихренности представлены на рис. 3, *а*, *б*. Как хорошо видно, эти картины существенно отличаются от соответствующих картин для скорости потока $V_1 = 0,6$. Теперь энергии в канале обратной связи оказывается достаточно, чтобы влиять на форму струи. Здесь, начиная примерно с середины межстенного пространства, струя приобретает извилистый харак-

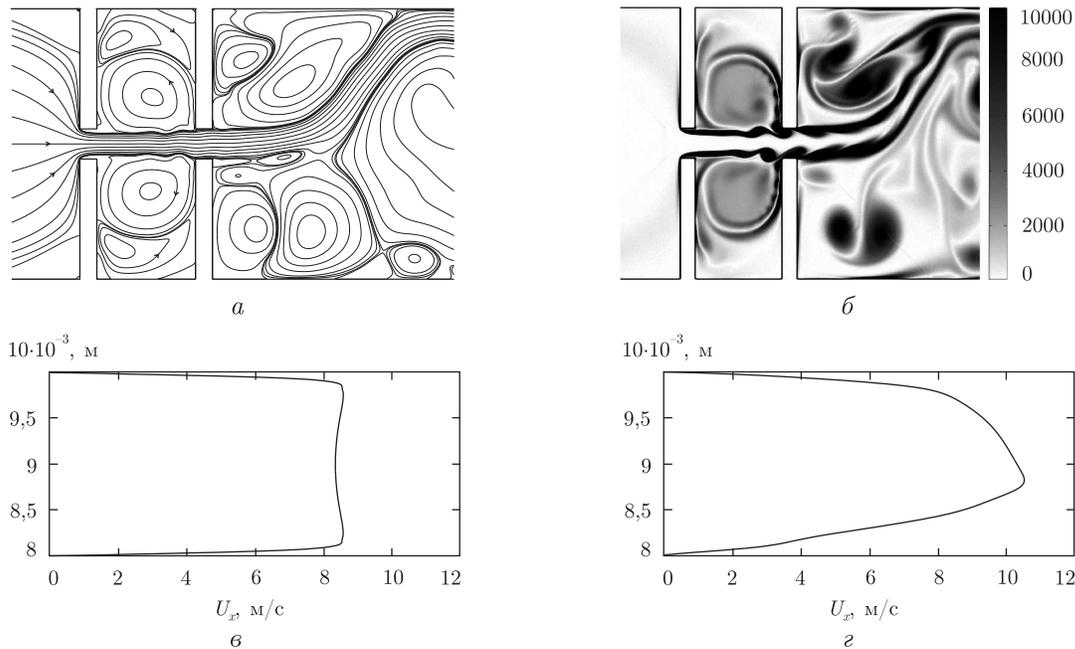


Рис. 3. Течение при $V_1 = 0,9$ м/с ($Re = 3132$): *а* — линии тока; *б* — поле завихренности; *в*, *г* — профили скорости в сечениях S_1 и S_2 , соответственно

тер, а в сдвиговых слоях образуется характерная последовательность вихрей. При этом ряды вихрей в верхнем и нижнем сдвиговых слоях располагаются относительно друг друга в шахматном порядке. Набегая на отверстие второго стеноза, эти ряды вихрей вызывают несимметричные (относительно оси струи) колебания вертикального профиля скорости в выходном сечении S_2 , в то время как профиль скорости во входном сечении S_1 остается постоянным и не зависящим от времени (см. рис. 3, *в*, *г*). Что касается больших вихрей, образующихся в нишах и являющихся по сути каналом обратной связи, то теперь их слои имеют не сплошной характер, а прерывистый.

Естественно возникает вопрос: являются ли колебания профиля скорости в сечении S_2 периодическими? Чтобы ответить на этот вопрос мы исследовали зависимость изменения профиля скорости от времени и оказалось, что в определенном диапазоне скоростей V_1 эти колебания носят ярко выраженный периодический характер и антисимметричны относительно оси струи. Таким образом, в рассматриваемой гидродинамической системе действительно могут возникать автоколебательные явления.

Можно отметить ряд важных свойств, присущих рассматриваемой гидродинамической системе. Во-первых, автоколебания в системе возникают только после достижения некоторой пороговой скорости потока, что в общем типично для всех гидроаэродинамических систем, в которых наблюдаются автоколебания. В нашей системе автоколебания начинают возникать при значениях Re , лежащих между 2088 и 3132. Во-вторых, период автоколебаний уменьшается с ростом скорости потока. Действительно, при скорости потока $V_1 = 0,9$ м/с период автоколебаний составляет $T = 2,77 \cdot 10^{-4}$ с (число Струхала $St = L_4/(V_2 T) = 2,58$). При $V_1 = 1,2$ м/с величина $T = 1,94 \cdot 10^{-4}$ с ($St = 2,77$), а при $V_1 = 1,8$ м/с $T = 1,16 \cdot 10^{-4}$ с ($St = 3,08$). В-третьих, с ростом скорости потока также растет амплитуда колебаний профиля скорости, что вполне естественно, поскольку растет кинети-

ческая энергия потока. В-четвертых, точка, где начинают сворачиваться вихри в сдвиговых слоях, имеет тенденцию смещаться ближе к первому стенозу с увеличением скорости потока. Дальнейшее увеличение скорости до $V_1 = 2,4$ м/с ($Re = 8352$) приводит к тому, что точка сворачивания вихрей в сдвиговом слое смещается к задней кромке отверстия первого стеноза. Период колебаний профиля скорости в сечении S_2 уменьшается до $T = 0,72 \cdot 10^{-4}$ с, а $St = 3,73$. При дальнейшем увеличении скорости потока описанные выше закономерности движения потока в межстенной области могут не сохраняться. Характер движения потока может оказаться не стабильным и принимать несколько режимов, чередующихся со временем.

1. *Стрэтт Дж. В. (Лорд Рэлей)*. Теория звука. Т. 2 – Москва; Ленинград: ГИТТЛ, 1955. – 474 с.
2. *Rockwell D., Schachenmann A.* Self-generation of organized waves in an impinging turbulent jet at low Mach number // *J. Fluid. Mech.* – 1982. – **117**. – P. 425–441.
3. *Hourigan K., Welsh M. C., Thompson M. C., Stokes A. N.* Aerodynamic sources of acoustic resonance in a duct with baffles // *J. Fluids and Structures.* – 1990. – **4**. – P. 345–370.
4. *Wilson T. A., Beavers G. S., DeCoster M. A. et al.* Experiments on the fluid mechanics of whistling // *J. Acoust. Soc. Am.* – 1971. – **50**. – P. 366–372.
5. *Басовский В. Г., Вовк И. В., Вовк О. И.* О возможности генерирования тональных звуковых колебаний потоком воздуха в бронхах со стенозом // *Акуст. вісн.* – 2003. – **6**, № 1. – С. 3–21.
6. *Ferziger J. H., Peric M.* Computational methods for fluid dynamics. – Berlin: Springer, 2002. – 424 p.
7. <http://www.open CFD.co.uk/openfoam/>.
8. *Jasak H.* Error analysis and estimation for the finite volume method with applications to fluid flows // PhD Thesis. – London: Imperial College, 1996. – 394 p.

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Поступило в редакцию 25.06.2009

I. V. Vovk, V. S. Malyuga

Numerical simulation of the flow in a duct with two serial contractions (stenoses)

The flow of a viscous incompressible fluid in a plane duct with two serial contractions (stenoses) is studied by the numerical solution of the unsteady Navier–Stokes equations. It is shown that, within certain limits of the Reynolds number, an ensemble of vortex structures develops in the shear layers at the interface between the jet and the cavities (pockets) formed by the stenoses. As a consequence, the stable periodic antisymmetric self-sustained oscillations of the velocity profile arise at the outlet of the second stenosis orifice.