

В. Г. Перепелица, Г. А. Шевелев

## Особенности проявления сил вязкого трения при движении различных сред и потоков

(Представлено академиком НАН Украины В. Т. Гринченко)

*Наведено результати порівняльного аналізу прояву сил в'язкого тертя під час руху різних середовищ і потоків, які дають наочне уявлення про їх різноманіття, включаючи граничні умови, режими і схеми течії. Такий повний аналіз виконано вперше.*

Как известно, силы, обеспечивающие движение и препятствующие ему, подразделяются на объемные и поверхностные. Первые — это силы тяжести и инерции. Вторые — силы давления и трения. Наибольшим разнообразием отличаются силы трения. Они проявляются в результате возникновения касательных напряжений при движении различных сред и потоков. В состоянии покоя касательные напряжения могут возникать только в твердых телах при их деформировании в результате приложения неравномерной внешней нагрузки.

В механике твердых тел различают силы сухого трения, скольжения и качения. Они проявляются по поверхности тел и зависят от их размеров и формы, состояния поверхности и свойств среды. Конкретным показателем перечисленных особенностей являются безразмерные коэффициенты трения. Их значения приводятся в справочной литературе.

При движении потока реальной жидкости или газа возникают силы вязкого трения на границе раздела двух фаз и внутри самого потока.

Согласно закону Ньютона, в движущихся реальных потоках касательные напряжения определяются равенством

$$\tau = -\nu\rho\frac{du}{dy}, \quad (1)$$

где  $\nu$  — кинематическая вязкость текучего. Знак “минус” в уравнении свидетельствует, что эта сила действует в противоположном направлении движению потока.

В инженерных расчетах используют другую форму записи уравнения (1):

$$\tau = \psi\frac{\rho u^2}{2}, \quad (2)$$

где  $\psi$  — безразмерный коэффициент трения;  $u$  — осредненная по сечению скорость потока.

Баланс сил, обеспечивающих и препятствующих движению установившегося потока в трубопроводе круглого сечения, равен

$$(P_1 - P_2)\frac{\pi d^2}{4} = \tau\pi dl. \quad (3)$$

Все параметры, входящие в уравнение (3), можно измерить непосредственно, кроме  $\tau$ .

Подставляя  $\tau$  (2) в выражение (3), окончательно будем иметь известную формулу:

$$\Delta P_{\text{тр}} = \lambda\frac{l}{d}\frac{\rho u^2}{2}, \quad (4)$$

где  $\lambda = 4\psi$  — безразмерный коэффициент трения.

По сути он является приведенным коэффициентом, поскольку умножен на четыре и справедлив для трубопроводов круглого сечения. Коэффициент  $\lambda$  — общепризнанный и его численные значения приводятся в справочной литературе. В ряде случаев, чтобы воспользоваться формулой (4), рассчитывают приведенный диаметр трубопровода.

Изложенные сведения хрестоматийны. Здесь они приведены для того, чтобы воссоздать общую картину вязких течений.

Форма поперечного сечения горных выработок шахт далеко неравнозначна круглому сечению труб. Поэтому в (4) вместо диаметра вводят отношение периметра выработки к площади ее поперечного сечения  $\Pi/S$ :

$$\Delta P_{\text{тр}} = \psi \frac{\Pi l}{S} \frac{\rho u^2}{2}. \quad (5)$$

Плотность и кинематическая вязкость воздуха в шахтах остаются практически неизменными. Определяющим фактором при расчетах вентиляции шахт является расход, а не скорость течения воздушного потока. Поэтому расчетную формулу (5) записывают иначе:

$$\Delta P_{\text{тр}} = \alpha \frac{\Pi l}{S^3} Q^2, \quad (6)$$

где  $\alpha = \psi \rho / 2$  — аэродинамический коэффициент трения, который имеет размерность плотности, кг/м<sup>3</sup>.

Сомножители перед  $Q$  в (6) названы аэродинамическим сопротивлением выработки

$$R = \alpha \frac{\Pi l}{S^3}, \quad (7)$$

которое имеет размерность Па · с<sup>2</sup>/м<sup>6</sup>.

Форма записи уравнения (6) упрощается:

$$\Delta P_{\text{тр}} = RQ^2. \quad (8)$$

В практике расчета вентиляции шахт аэродинамическое сопротивление горных выработок принято выражать в киломюргах (кμ): 1 кμ = 9,81 Па · с<sup>2</sup>/м<sup>6</sup>. Сопротивлением в 1 киломюрг обладает выработка, по которой при  $\Delta P = 1$  мм вод. ст. (дПа) проходит 1 м<sup>3</sup>/с воздуха [1].

Коэффициент аэродинамического сопротивления трения ( $\alpha$ ) выражает удельное сопротивление горной выработки при такой ее длине, для которой  $\Pi l / S^3 = 1$ . Его связь с безразмерным коэффициентом трения  $\lambda$  имеет вид:

$$\alpha = \frac{\rho \lambda}{24}. \quad (9)$$

Для нормальных условий оно будет равно

$$\lambda = 6,54\alpha. \quad (10)$$

Уравнение (8) справедливо для турбулентного режима течения воздушного потока. При ламинарном течении (например, фильтрация газа через обрушенные горные породы в выработанном пространстве) показатель степени в (8) может быть равен единице. Тогда данное выражение примет вид:

$$\Delta P_{\text{тр}} = RQ. \quad (11)$$

Изменится и размерность аэродинамического сопротивления [Па · с/м<sup>3</sup>].

Уравнения движения фильтрационных потоков через пористые среды более сложны для сопоставительного анализа. Обычно их записывают в виде известной формулы Дарси. Для одномерной ламинарной фильтрации вязкой несжимаемой жидкости она имеет вид:

$$k = \frac{2\mu l Q P_B z}{S(P_1^2 - P_2^2)}, \quad (12)$$

где  $k$  — коэффициент проницаемости;  $\mu = \nu\rho$  — абсолютная вязкость;  $l$  — путь фильтрации;  $Q$  — расход;  $S$  — площадь фильтрационного потока;  $P_1, P_2$  — статическое давление на границах контура питания;  $z$  — коэффициент сжимаемости газа. Для метана при давлении 10 МПа он равен  $z = 0,92$ .

Здесь понятие “коэффициент трения” вовсе отсутствует, хотя разность статических давлений, под действием которых движется фильтрационный поток ( $P_1 - P_2$ ), затрачивается именно на преодоление сил трения.

То есть коэффициент проницаемости обратно пропорционально связан с абсолютной вязкостью флюида. Он также имеет размерность в системе СИ —  $\text{м}^2$ . По сути, это площадь просветности поровых каналов. Абсолютные значения ее чрезвычайно малы.

В технической системе единиц коэффициент проницаемости измеряют в Дарси:  $1\text{Д} = 10^{-12} \text{ м}^2$ .

В нефтегазовой отрасли [2] общепринята классификация пород-коллекторов по численным значениям коэффициентов их проницаемости (см. табл. 1).

Согласно данной классификации, углепородная толща Донбасса непроницаема, поскольку фактические значения коэффициентов ее газопроницаемости на порядки ниже и составляют в среднем для угольных пластов  $10^{-2}$ – $10^{-4}$  мд, или  $10^{-17}$ – $10^{-19}$   $\text{м}^2$ , для песчаников  $10^{-4}$ – $10^{-6}$  мд, или  $10^{-19}$ – $10^{-21}$   $\text{м}^2$ .

Подобная оценка субъективна и оправдана для отраслей промышленности, продуктом добычи которых является флюид. Техничко-экономическое обоснованное расстояние между смежными нефтегазовыми скважинами должно быть не менее 500 м. Чем меньше проницаемость пластов, тем меньше объем добычи. Возрастают капитальные и эксплуатационные затраты, в том числе на технические мероприятия по увеличению их проницаемости.

В угольной промышленности объектом добычи является твердое полезное ископаемое, а метан, насыщающий углепородный массив, при традиционной схеме добычи оказывается негативным фактором.

Известно, что природная метаноносность угольных пластов не превышает  $25 \text{ м}^3/\text{т}$ , а относительная метанообильность шахт может быть в пять и более раз выше. Это обусловлено фильтрацией метана в атмосферу выработок из углеводородной толщи в зоне влияния горных работ. Причиной тому несколько факторов: большая площадь дренирования, срав-

Таблица 1. Классификация пород-коллекторов по их проницаемости

| Класс пород-коллекторов | Качественная характеристика проницаемости | Значения коэффициента проницаемости |                 |
|-------------------------|---|-------------------------------------|-----------------|
|                         |   | мд                                  | $\text{м}^2$    |
| 1                       | Очень хорошо проницаемые                  | > 1000                              | > $10^{-12}$    |
| 2                       | Хорошо проницаемые                        | 100–1000                            | $10^{-12}$      |
| 3                       | Средне проницаемые                        | 10–100                              | $10^{-13}$      |
| 4                       | Слабо проницаемые                         | 1–10                                | $10^{-14}$      |
| 5                       | Практически не проницаемые                | < 1                                 | $\leq 10^{-15}$ |

нительно небольшой путь фильтрации и значительный градиент давления газа (до 10 МПа) на границах контура питания. Кроме того, в зоне разгрузки коэффициент газопроницаемости возрастает на два порядка.

Существует еще одна классификационная шкала, которая подразделяет фильтрационные каналы по поперечным размерам пор (табл. 2).

В ангстремах измеряют обычно размеры молекул ( $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м}$ ).

Согласно экспериментальным данным определения дифференциальной пористости выбросоопасных песчаников Донбасса [3], объем микропор не превышает 15%. Наибольшее количество приходится на переходные и субмакропоры (65–83%). В угольных пластах объем микропор выше, чем в песчаниках. Эти данные согласуются с внутренней удельной поверхностью и сорбционной емкостью угольных пластов и песчаников. При равной величине их абсолютной пористости (10–12%) внутренняя удельная поверхность песчаников находится в пределах  $0,7\text{--}2,9 \text{ м}^2/\text{г}$  (лишь в отдельных образцах достигая  $5 \text{ м}^2/\text{г}$ ), а их сорбционная емкость составляла  $0,25\text{--}0,65 \text{ см}^3/\text{г}$ . В угольных пластах эти параметры на два порядка выше.

Существует еще один аспект изучаемого вопроса. Фильтрующимся потоком через углевмещающую толщу является метан. Давление газа в массиве достигает 10 МПа, т. е. перепад давления на контуре питания составляет 100-кратную величину. Во столько же раз изменяется его плотность по пути движения потока. Определенным образом (значительно меньше) меняется его вязкость. Следует отметить, что вязкость жидкостей и газов в зависимости от температуры и давления изменяется совершенно по-разному. К примеру, при изменении температуры воды от 1 до  $99 \text{ }^\circ\text{C}$  ее кинематическая вязкость уменьшается в 6 раз (от  $0,18 \cdot 10^{-5}$  до  $0,03 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ ). При этом плотность снижается лишь на 5% (с 1000 до  $959 \text{ кг}/\text{м}^3$ ). Вязкость газов в этих условиях меняется менее значительно: с повышением температуры — возрастает, а с повышением давления — уменьшается.

Были выполнены экспериментальные исследования [3] закономерностей изменения параметров фильтрационных процессов через образцы выбросоопасных песчаников в зависимости от вида флюида (воздух, метан, азот, гелий), градиента давления газа на образце и его напряженно-деформированного состояния. Это дало возможность установить качественную и количественную взаимосвязь между анализируемыми параметрами. Исследования проводили на установке УИПК-1 м (установка испытания проницаемости кернов — модернизированная) по стандартной методике [4].

Азот, воздух, метан незначительно отличаются между собой по кинематической вязкости ( $1,49; 1,51; 1,65 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$  по сравнению с гелием —  $10,9 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ ). Поэтому на рис. 1, 2 представлены результаты по метану и гелию. Метан насыщает угленосную толщу и может в ней находиться в свободном и сорбированном состоянии. Гелий — инертный газ.

Таблица 2. Распределение пор по поперечным размерам

| Класс | Характеристика пор | Размеры     |                |
|-------|--------------------|-------------|----------------|
|       |                    | Å           | м              |
| 1     | Микропоры          | $\leq 10^2$ | $\leq 10^{-8}$ |
| 2     | Переходные         | $10^3$      | $10^{-7}$      |
| 3     | Субмакропоры       | $10^4$      | $10^{-6}$      |
| 4     | Макропоры          | $10^5$      | $10^{-5}$      |
| 5     | Видимые поры       | $10^6$      | $10^{-4}$      |
| 6     | Трещины            | $\geq 10^7$ | $> 10^{-3}$    |

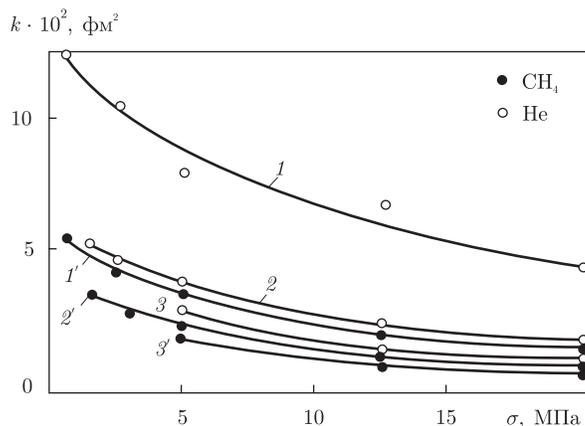


Рис. 1. Изменение проницаемости ядра песчаника по гелию и метану при изменении напряженного состояния: 1, 1' — при градиенте давления газа  $\Delta P = 0,1$  МПа; 2, 2' — соответственно при  $\Delta P = 1,0$  МПа; 3, 3' — при  $\Delta P = 3,0$  МПа

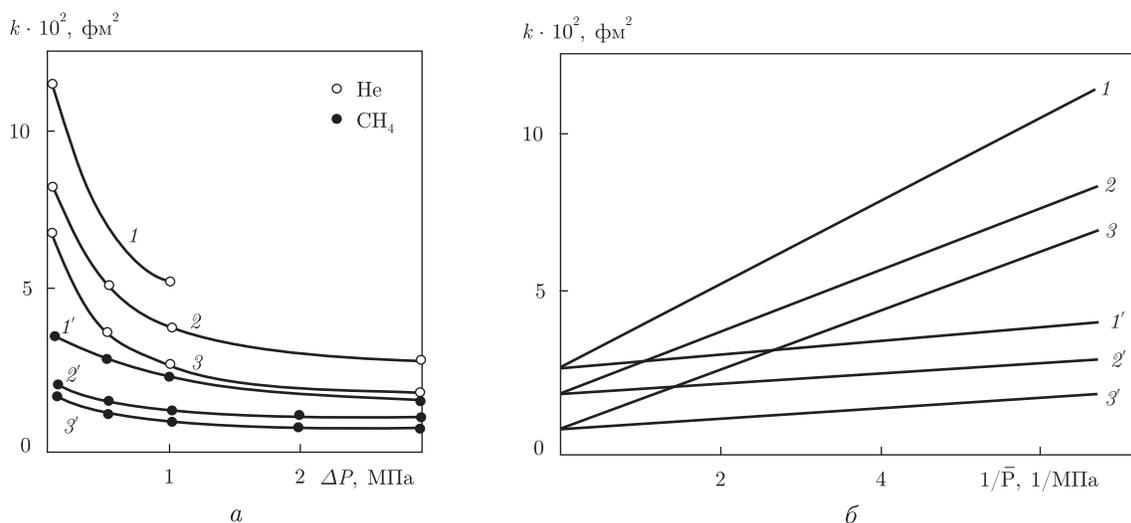


Рис. 2. Изменение проницаемости ядра песчаника в функции градиента (а) и обратной величины давления газа (б) при различном напряженном состоянии: соответственно 1,5; 5,0; 20,0 МПа

На рис. 1 изображены пределы и характер изменения проницаемости образцов песчаника по метану и гелию в функции усилия гидробжима и градиента давления газа на образце.

Гидробжим образца моделирует его напряженно-деформированное состояние и позволяет оценить зависимость  $k(\sigma)$ . Изменяя градиент давления газа, можно было судить о соотношении  $k(\Delta P)$ . Указанные параметры изменяли в пределах: напряжение — от 0,5 до 20 МПа,  $\Delta P$  — от 0,1 до 3,0 МПа. Образцы изготавливались цилиндрической формы диаметром 3 и длиной 5 см.

Из рис. 1 видно, что при  $\sigma = 0,5$  МПа и  $\Delta P = 0,1$  МПа коэффициент газопроницаемости образца песчаника был равен: гелию  $k_{\text{He}} = 12,5 \cdot 10^{-2} \text{fm}^2$ , а по метану  $k_{\text{CH}_4} = 5,4 \cdot 10^{-2} \text{fm}^2$ , т. е. отличались более чем в два раза. Это обусловлено соответствующими отличиями их кинематической вязкости.

Примерно такое же соотношение сохранялось и при других значениях  $\sigma$ . Так, например, при  $\sigma = 20$  МПа и  $\Delta p = 0,1$  МПа проницаемость оказалась равной  $k_{\text{He}} = 4,8 \cdot 10^{-2}$  фм<sup>2</sup>,  $k_{\text{CH}_4} = 1,6 \cdot 10^{-2}$  фм<sup>2</sup>.

Снижение проницаемости с увеличением напряженного состояния образца коллектора  $k(\sigma)$  предсказуемо. Но столь же существенное изменение  $k(\Delta P)$  при прочих равных условиях требует дополнительного анализа причин, его побуждающих. Впервые подобная зависимость  $k(\Delta P)$  была экспериментально зафиксирована Клинкабергом [5].

При высоком среднем давлении длина свободного пробега молекул значительно уменьшается. Когда диаметр капилляра оказывается соизмеримым с длиной среднего свободного пробега молекул газа, являющейся функцией размера молекулы и кинетической энергии газа, происходит его проскальзывание.

Эффект Клинкенберга зависит от свойств газа, который используется при определении проницаемости горных пород. При повышении давления проницаемость, измеренная по газу, будет снижаться, что и наблюдается экспериментально, приближаясь при высоких давлениях к проницаемости по жидкости ( $k_\infty$ ):

$$k = k_\infty \left( 1 + \frac{b}{\bar{P}} \right), \quad (13)$$

где  $b$  — постоянная величина, которая зависит от размера и распределения поровых каналов и приблизительно обратно пропорциональна радиусу капилляров;  $\bar{P}$  — средняя величина давлений  $(P_1 + P_2)/2$ , при которой определяется проницаемость.

На рис. 2 показана полученная экспериментально зависимость изменения проницаемости зерна песчаника в функции градиента давления на образце ( $a$ ) и обратной величины его средних давлений ( $b$ ) при различных значениях  $\sigma$ . Сопоставляя характер изменения проницаемости в функции  $k(\Delta P)$  и  $k(1/\bar{P})$ , нетрудно видеть принципиальные различия рассматриваемых зависимостей.

Если  $k(\Delta P)$  выражается криволинейной зависимостью, то функция  $k(1/\bar{P})$  трансформируется в прямую, описываемую уравнением (13). Причем различия касаются не только ее вида. Отрезок, отсекаемый на оси ординат, представляет собой численную величину проницаемости  $k_\infty$  при  $\Delta P \rightarrow \infty$ , или проницаемость среды для несжимаемой жидкости. Коэффициент  $b$  в (13) равен тангенсу угла наклона прямой. Отличие проницаемости среды по гелию и метану при прочих равных условиях тем больше, чем меньше градиент давления газа на образце. При  $\Delta P \rightarrow \infty$ , независимо от состава газов, величина их проницаемости будет одинаковой.

Существует также вид течения “с проскальзыванием”. Он проявляется в совершенно иных условиях — в разреженных газах — и называется “Кнудсеновским” течением [6].

Кроме струйных течений и фильтрации, которые происходят за счет разности статических давлений, имеют место еще два вида движения: диффузия и естественная конвекция. Диффузия, как известно, происходит на молекулярном уровне за счет разности парциальных давлений. Благодаря диффузии, в частности, сохраняется равенство процентного соотношения между азотом (78%) и кислородом (21%) в земной атмосфере независимо от температуры и изменения барометрического давления с высотой.

Естественная конвекция происходит под действием разности плотностей текучих. Возникающие силы трения оценивают аналогично струйным течениям.

В процессе выполнения исследований, результаты которых представлены в данной работе, была установлена неизвестная ранее закономерность, признанная научным откры-

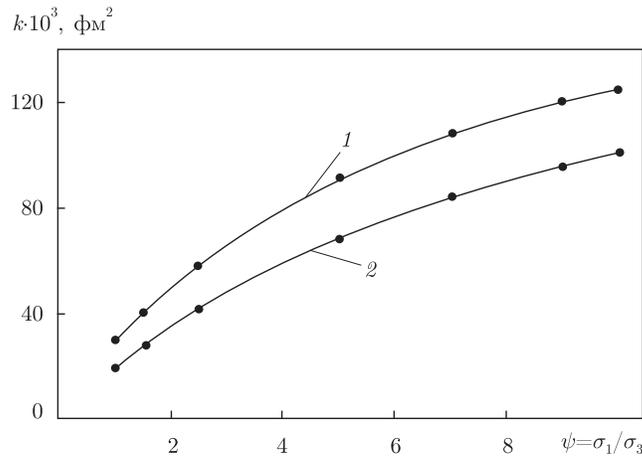


Рис. 3. Изменение газовой проницаемости образцов горных пород при переходе из равнокомпонентного объемного напряженного состояния в разнокомпонентное: 1, 2 — номера образцов

тием [7]. Суть этой закономерности заключается в том, что с увеличением неравнокомпонентности поля напряжений пористых сред их газопроницаемость не снижается, а, наоборот, возрастает. На рис. 3 приведены экспериментальные данные, подтверждающие сказанное.

Сопоставление результатов, приведенных на рис. 1 и 3, наглядно свидетельствуют об их принципиальных отличиях.

При трансформации допредельного равнокомпонентного напряженного состояния горных пород в разнокомпонентное газовая проницаемость возрастает в направлении градиента газового давления по гиперболической зависимости в функции изменения степени разнокомпонентности главных напряжений, ортогональных движению фильтрующегося потока. Это обусловлено активизацией деформационных процессов, структурирующих фильтрационную систему разнокомпонентно напряженной газонасыщенной среды.

Результаты сопоставительного анализа проявления сил вязкого трения при движении различных сред и потоков дают наглядное представление об их разнообразии, включая граничные условия, режимы и схемы течения. Следует отметить, что столь полный анализ выполнен впервые.

1. Клебанов Ф. С. Воздух в шахте. — Москва: ИД “Имидж”, 1995. — 547 с.
2. Ханин А. А. Породы-коллекторы нефти и газа и их изучение. — Москва: Недра, 1969. — 366 с.
3. Абрамов Ф. А., Шевелев Г. А. Свойства выбросоопасных песчаников как породы-коллектора. — Киев: Наук. думка, 1972. — 98 с.
4. Калинин М. К. Методика исследования коллекторских свойств кернов. — Москва: Гостоптехиздат, 1963. — 224 с.
5. Klinkenberg L. J. The permeability of porous media to liquid and gases // API Drilling and Production Practices. — 1941. — P. 200–213.
6. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика. — Москва: Наука, 1969. — 824 с.
7. Перепелица В. Г., Кулнич В. С., Шевелев Г. А., Кулнич С. В. Изменение газовой проницаемости в напряженных горных породах // Уголь Украины. — 2006. — № 3. — С. 33–35.

Институт геотехнической механики  
им. Н. С. Полякова, Днепрпетровск

Поступило в редакцию 18.06.2009

V. G. Perepelitsa, G. A. Shevelev

**Peculiarities of the manifestation of friction forces at the motion of various media and flows**

*We have performed, for the first time, the complete comparative analysis of manifestations of the forces of viscous friction during the motion of various media and flows which gives a clear representation of their diversity, including the boundary conditions, modes, and schemes of currents.*