

1. Храцевський Р.В. Аналіз системи оперативного планування застосування ЗС України // Х.: ХУПС, – Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил № 1(4) – Т. – 2008. –С.50-53.
2. Храцевський Р.В. Проблема формування адаптивної системи оперативного планування Збройних Сил України // К.: НАОУ, – Труды академії. – 2009. – № 91.
3. Храцевський Р.В. Обґрунтування контурів координації та адаптації системи планування застосування ПС ЗС України // Хм.: НА ДПСУ, – Збірник наукових праць № 15.1– 2009.
4. Заичкин Н.И. Управленческие решения : учебное пособие / Н.И. Заичкин, Е.Е. Панфилова / ГУУ. - М. : 2003. - Ч. 1.
5. Саридис Дж. Самоорганизующиеся стохастические системы управления: Пер. с англ. /Под ред. Я.З. Цыпкина.- М.: Наука, 1980. -400 с.

Поступила 27.01.2011р.

УДК 519.6

Л.В. Мосенцова, аспирант, Институт проблем моделирования в энергетике им. Г. Е. Пухова НАН Украины, Киев

О РЕАЛИЗАЦИИ В СИСТЕМЕ МАТЛАВ МЕТОДА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ФРЕДГОЛЬМА–УРЫСОНА II РОДА

The article is devoted to realization in computing environment Matlab of method of successive approximations of solving for non-linear integral Urison equations of the second kind.

refs: 3

Key words: Matlab, non-linear integral Urison equations of the second kind, method of successive approximations, convergence

Введение. Среди современных программных средств выделяют среду MATLAB. Одним из достоинств ее является способность к расширению за счет создания так называемых m-файлов. Однако, несмотря на то, что среда развита в разных направлениях вычислений, при этом практически не реализован аппарат интегральных уравнений, в частности, нелинейных. В связи с этим в данной работе предлагается программная реализация в системе Matlab метода последовательных приближений для решения нелинейных интегральных уравнений Фредгольма–Урысона II рода. Сходимость метода последовательных приближений в большей степени зависит от выбора начального приближение. Поэтому основное внимание в

работе уделено построению начального приближения.

Рассмотрим нелинейное интегральное уравнение Урысона

$$y(t) = f(t) + \int_{T_1}^{T_2} K(t, x, y(x)) dx,$$

здесь $K(t, x, y(x))$ - функция определенная при $-\infty < y(x) < \infty$, $t, x \in [T_1, T_2]$, непрерывная по y при всех y измеримая по совокупности переменных t и x . Кроме того, предполагается, что функция $K(t, x, y(x))$ суммируема по x почти при всех $t \in [T_1, T_2]$ и для всех $y(x)$ интеграл от нее является измеримой функцией $f(t) \in E$.

Нелинейный интегральный оператор [1]

$$A(y) = \int_{\Omega} K(t, x, y) dx$$

действует в некоторых банаховых пространствах E измеримых Ω на функций. Выбор пространства E определяется тем, решения с какими свойствами нас интересуют. Анализ условий существования хотя бы одного решения и условий однозначной разрешимости уравнения (1) основан в большинстве случаев на принципе сжатых отображений Банаха и принципе подвижных точек Шаудера.

Исходя из принципа сжатых отображений уравнение (1) имеет единственное непрерывное решение при условии ограниченности производной

$$\frac{\partial K(t, x, y)}{\partial y} \leq C, \quad C(T_2 - T_1) < 1$$

и предложениях $|y| \leq \rho$ и

$$\max_{x \in [T_1, T_2]} \int_{T_1}^{T_2} \max_{|y| \leq \rho} |K(t, x, y)| dx \leq \rho$$

Теоремы о существовании решения уравнения (1), основанные на принципе Шаудера предполагает наличие вполне непрерывного оператора и накладывает условия на норму оператора (аналогично принципу Банаха).

При выполнении этих условий решение уравнения (1) может быть получено методом последовательных приближений

$$y_{n+1}(t) = f(t) + \int_{T_1}^{T_2} K(t, x, y_n(x)) dx, \quad (2)$$

которые при $|y_0(x)| \leq \rho$, $y_0(x)$ – произвольная непрерывная функция, будут сходиться к решению равномерно на $[T_1, T_2]$.

Компьютерная реализация метода последовательных приближений предполагает использование квадратурных формул, что естественно, вносит

погрешность в полученный результат. В этом плане представляется важным выбор "хорошего" начального приближения, что убыстряет сходимость метода и тем самым уменьшает накопление погрешности. Поэтому основное внимание уделено построению начального приближения.

Чтобы определить оптимальное начальное приближение, строим функционал

$$\Phi = \int_{T_1}^{T_2} \left[y - f(t) - \int_{T_1}^{T_2} K(t, x, y(x)) dx \right]^2 dt \quad (3)$$

и находим его минимум для некоторого, заранее заданного числа NQ параметров, каковыми являются значения искомой функции в точках $t_i, i = \overline{1, NQ}$. При этом функционал имеет уже следующий вид

$$\Phi = \sum_{i=1}^{NQ} H \cdot B_i \cdot \left[y_i - f(t_i) - \sum_{k=1}^{NQ} A_k \cdot H \cdot K(t_i, x_k, y_k) \right]^2 \quad (4)$$

где $y_i = y(t_i)$; $A_i, i = \overline{1, NQ}$ и $B_k, k = \overline{1, NQ}$ характеризует выбранную квадратурную формулу для внешнего и внутреннего интегралов в выражении (3), H – шаг дискретизации.

Для нахождения минимума функционала Φ используем метод координатного спуска (с тем, чтобы избежать вычисления производных при градиентных методах) в комбинации с методом золотого сечения [2] для минимизации функции одной переменной.

Число параметров минимизации NQ с одной стороны не должно быть слишком большим (с увеличением числа NQ резко возрастает время работы программы минимизации), с другой стороны число NQ определяет точность представления внутреннего интеграла в выражении (3) квадратурной формулой и не должно быть слишком малым [3].

Метод покоординатного спуска заключается в последовательном переборе всех параметров функционала

$$F = \Phi(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (5)$$

по которым происходит минимизация функции одной переменной. Последовательность действий представляется следующим образом: задаются начальные значения всех параметров $x_i^{(0)}, i = \overline{1, n}$, далее при фиксированном значении всех параметров $x_i = x_i^{(0)} \quad i = \overline{2, n}$, находится минимум функции одной переменной x_1 :

$$F_1^{(0)} = \Phi(x_1, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}); \quad (6)$$

затем при фиксированных параметрах $x_1 = x_1^{(1)}, x_i = x_i^{(0)}, i = \overline{3, n}$

минимизируется функция переменной x_2 :

$$F_2^{(0)} = \Phi(x_1^{(1)}, x_2, \dots, x_n^{(0)}); \quad (7)$$

и т.д. до минимизации функции $F_n^{(0)}$, определенной аналогичным (6) и (7) образом. Далее происходит уточнение параметров, начиная с x_1 , т.е. опять минимизируются функции

$$\begin{aligned} F_1^{(1)} &= \Phi(x_1, x_2^{(1)}, \dots, x_n^{(1)}); \\ F_2^{(1)} &= \Phi(x_1^{(2)}, x_2, x_3^{(1)}, \dots, x_n^{(1)}); \\ &\dots\dots\dots \\ F_1^{(1)} &= \Phi(x_1^{(2)}, x_2^{(2)}, \dots, x_n); \end{aligned}$$

Процесс итераций заканчивается при выполнении условий

$$\left| x_i^{(m)} - x_i^{(m-1)} \right| < CH, \quad i = \overline{1, n},$$

где CH - заданная точность.

Перед тем, как непосредственно приступить к минимизации функции одной переменной, определяется интервал (A, B) , в который попадает минимум рассматриваемого функционала и предполагается, что на этом интервале минимизируемая функция $F_k^{(l)}$ обладает свойством унимодальности.

Поскольку начальные значения параметров $x_i^{(0)}$ заданы, то известно и значение функции $F_1^{(1)} = \Phi(x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, x_k^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$; Чтобы упростить запись, предположим, что нам известно значение функции в точке $x = R$. Возьмем два эксперимента $x_1 = R + B_1$, $x_2 = R$. Возможны три различных исхода:

$$F(R + B_1) < F(R); \quad F(R + B_1) > F(R); \quad F(R + B_1) = F(R);$$

Если $F(R + B_1) < F(R)$, рассматривается точка $x_3 = R - B_1$, затем вычисляются значения $F(R - B_1), F(R - 2B_1), F(R - 2^2 B_1)$ и т.д. пока значение F продолжает убывать. Как только получено значение F больше предыдущего, то аргументы, отвечающие этим двум значениям функции принимаются за A и B , т.е. мы получили тот интервал, в котором функция имеет минимум. Если же $F(R + B_1) > F(R)$, но B_1 достаточно большое и функция F может на интервале $F(R + B_1) = F(R)$ иметь минимум, то рассматриваются значения функции в т. $R + 2^{-1} B_1, R + 2^{-2} B_1$ и т.д. пока $F(R + 2^{-2} B_1) < F(R)$. Значения этих аргументов и будут приняты за A и B .

После того, как интервал минимизации вычислен, ищется минимум функции в интервале (A, B) . В методе золотого сечения начальный

единичный отрезок делится по правилу

$$\frac{\lambda_{j-1}}{\lambda_j} = \frac{\lambda_j}{\lambda_{j+1}} = \tau, \quad j = 2, \dots, n-1, \quad (8)$$

где $\lambda_{j-1} = \lambda_j + \lambda_{j+1}$ - последовательные интервалы неопределенности. Из этого соотношения делением на λ_{j+2} и согласно имеем

$$\tau^2 = \tau + 1$$

Это уравнение имеет единственный положительный корень

$$\tau = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1,618.$$

Первые два эксперимента располагаются симметрично на расстоянии 0,618 от соответствующих концов интервала. По результатам экспериментов сохраняется один из интервалов, в котором расположен оставшийся эксперимент, и симметрично ему располагается следующий эксперимент и т.д. После n экспериментов имеем интервал неопределенности.

$$\lambda_n = \frac{1}{\tau^{n-1}}$$

После вычисления параметров y_i , при которых достигается минимум функционала, строится нулевое приближение решения исходного интегрального уравнения $y^{(0)}(x)$ как результат применения интерполяционной формулы Лагранжа

$$y^0(x) = L_{NQ}(x) = \sum_{i=1}^{NQ} y_i \frac{(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_{NQ})}{(x_i-x_1)(x_i-x_2)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_{NQ})}$$

Здесь значения функций y_i соответствует координатам x_i , $i = 1, n$.

Далее, используя выражение (2) находится следующее приближение $y^{(1)}(x)$ решения нелинейного интегрального уравнения, при этом число точек разбиения интервала $[T_1, T_2]$ увеличивается. Процесс итераций заканчивается при достижении невязкой (4) заранее заданного значения, либо при выполнении определенного числа итераций I . Если число итераций достигло числа I , но невязка недостаточно мала, следует первоначально задать большее число параметров оптимизации, либо другие начальные значения параметров.

Блок-схема алгоритма приведена на рис. 1.

Алгоритм решения задачи реализован в программе **Yr_I_S**, составленной в среде моделирования Matlab и реализован на ПК типа IBM PC. Исходные данные для решения задачи:

NQ – число интервалов, на которые разбивается отрезок интегрирования;

A – нижняя граница интегрирования;

B – верхняя граница интегрирования;

F – массив размерности $NQ+1$, содержащий значения правых частей f_i ;

$Jadro$ – массив размерности $NQ+1$, содержащий значения ядер

$$K_{rji} = K_{rj}(t_i, t_l);$$

I - число итераций метода последовательных приближений;

δ - значение невязки.

В результате работы программы выдается матрица Y размерностью $N+1$, в которой найдены значения y_j в точках $t_1, t_2, \dots, t_{nq+1}$.

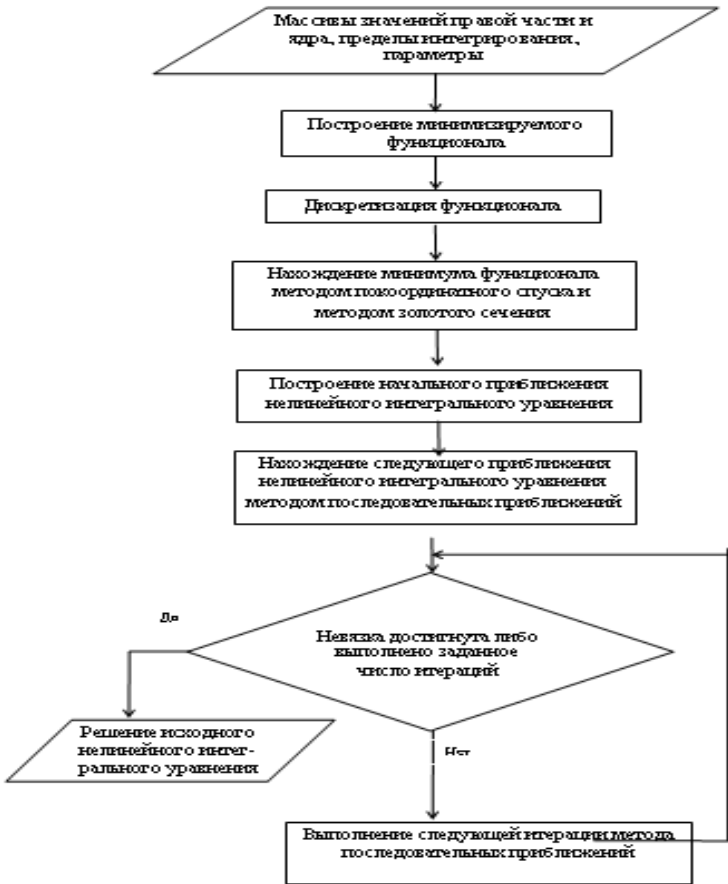


Рис.1.Блок-схема алгоритма

Модельный пример.

Задано интегральное уравнение:

$$y(t) = t^2 - \left(\operatorname{arctg} \frac{b + 2tT_2}{\sqrt{4ct - b^2}} - \operatorname{arctg} \frac{b + 2tT_1}{\sqrt{4ct - b^2}} \right) \cdot \frac{2}{\sqrt{4ct - b^2}} + \int_{T_1}^{T_2} \frac{1}{c + bx + ty(x)} dx \quad (9)$$

где $b = 2$, $c = 2$ $T_1 = 1$ $T = 10$;

точное решение $y(t) = t^2$.

График решения уравнения (9) и точное решение приведены соответственно на рис. 2 и рис. 3

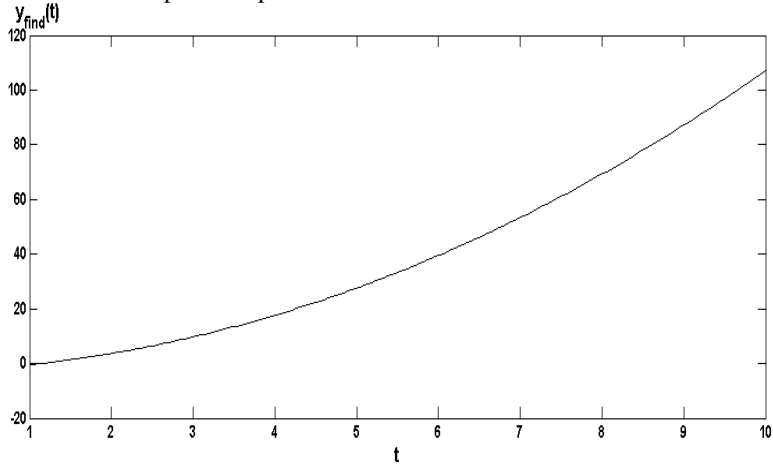


Рис.2. График численного решения интегрального уравнения (9) модифицированным методом последовательных приближений на отрезке $[1, 10]$

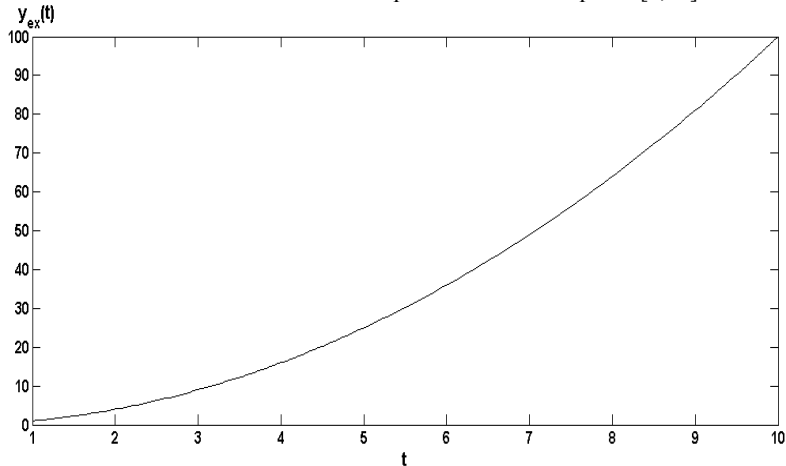


Рис.3. График точного решения интегрального уравнения (9) на отрезке $[1, 10]$

Заключение. В работе предложена реализация в вычислительной среде Matlab метода последовательных приближений для решения нелинейных интегральных уравнений Фредгольма–Урысона II рода путем создания дополнительных специализированных модулей, совокупность которых является основой создания соответствующего тулбокса, органически дополняющего апробированные блоки системы.

1. *Забрейко П.П. Интегральные уравнения.*- М: Наука, 1968.-214 с.
2. *Моисеев Н.Н., Ю.П. Иванов, Е.Н. Столярова. Методы оптимизации.* М.: Наука. 1978.- 351 с.
3. *Дж. Форсайт, М. Малькольм., К. Моулер. Машинные методы математических вычислений.* М.: Мир, 1980. – 279 с.

Поступила 24.02.2011р.

УДК 004.89

Ю.Р. Валькман, д.т.н., зав.отделом распределённых интеллектуальных систем Международного научно-учебного Центра информационных технологий и систем НАН и МОН Украины

А.В. Скляр, аспирант факультета кибернетики Киевского национального университета имени Тараса Шевченко

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ ЗНАНИЙ ОБУЧАЕМОГО В ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ ОБУЧАЮЩИХ СИСТЕМАХ

In the article most known models of student for intelligent tutoring systems are described and explored. Their sphere of application, advantages and drawbacks are analyzed.

Ключевые слова: Интеллектуальная система, Система обучения, Модель знаний обучаемого, База знаний, Компьютерная технология.

Введение

Электронное обучение становится всё более распространённым ввиду его удобства (возможность дистанционного обучение) и всеобщей доступности (достаточно иметь подключение к Интернету). Однако в данной сфере образования практически отсутствует прямое взаимодействие *учитель–ученик* – роль такого взаимодействия ложится во многих случаях практически целиком на программную систему. Как следствие, возникает острая необходимость в построении максимально объективного представления об учащемся в программной системе: для адаптации учебного процесса под потребности учащегося, для контроля уровня его владения изучаемой предметной областью, а также для выявления ошибок учащегося и