

## **РЕШЕНИЕ ПРЯМЫХ И ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО И ИНДУКЦИОННОГО КАРОТАЖА МЕТОДОМ ИНТЕГРАЛЬНЫХ (ПОЛНЫХ) ТОКОВ**

**Вступление.** Определение геоэлектрических параметров околоскважинного пространства – актуальная задача геофизических исследований скважин (ГИС) [1–3], для точного решения которой необходимо решение задач математической физики [4, 5], а создание высокоэффективных численных алгоритмов такого решения требует использования значительных вычислительных ресурсов и современных алгоритмов [6].

Существующие программы расчета, как правило, используют приближенные методы, что позволяет значительно снизить численные ресурсы и время расчета. Однако в некоторых актуальных случаях такие методы оказываются неприменимы.

В настоящей работе предложены: метод решения прямой задачи электрического (ЭК) и индукционного каротажа (ИК), позволяющий найти решение со сколь угодно малой, наперед заданной погрешностью; итерационный метод решения обратной задачи ЭК и ИК, использующий на каждом шаге точное решение прямой задачи; а также метод расчета характеристик пространственного разрешения, определение которых позволяет установить возможную точность решения обратной задачи. Рассмотрены немагнитные, аксиально симметричные среды.

**Метод полных токов решения прямой задачи.** Для решения прямой задачи ЭК была выбрана модель электроинтегратора [7–9]. В этом случае среду заменяют сеткой сопротивлений, для каждого узла которой записывают второй закон Кирхгофа, а для каждого ребра – интегральный закон Ома. В таком случае уравнение непрерывности вектора плотности тока, связывающее удельное электрическое сопротивление (УС)  $\rho$  с полем потенциала  $U$  имеет вид:

$$\left( \vec{\nabla} \cdot \left( \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} U \right) \right) = 0,$$

и, в случае выбора прямоугольной равномерной сетки, может быть заменено системой линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$\frac{U_i^{j+1} - U_i^j}{R_{j,i}^{j+1,i}} - \frac{U_i^j - U_i^{j-1}}{R_{j-1,i}^{j,i}} + \frac{U_{i+1}^j - U_i^j}{R_{j,i}^{j,i+1}} - \frac{U_i^j - U_{i-1}^j}{R_{j,i-1}^{j,i}} = 0, \quad i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m},$$

где  $U_i^j$  – потенциал в узле  $i, j$ ;  $n$  – количество узлов по вертикальной оси;  $m$  – количество узлов по горизонтальной оси;  $R_{j,i}^{j+1,i}$ ,  $R_{j-1,i}^{j,i}$  – сопротивление между узлами  $(j+1, i)$ ,  $(j, i)$  и  $(j, i+1)$ ,  $(j, i)$ , равное:

$$R_{j,i}^{j+1,i} = \int_{\Delta r} \rho \frac{dr}{2\pi\Delta z (r_0 + (j-0,5)\Delta r)},$$

$$R_{j,i}^{j,i+1} = \int_{\Delta z} \rho \frac{dz}{\pi \left[ (r_0 + (i+0,5)\Delta r)^2 - (r_0 + (i-0,5)\Delta r)^2 \right]}.$$

Такой выбор обусловлен тем, что система уравнений, описывающая модель (в отличие от метода конечных элементов или разностей [10–12]), не меняется при изменении модели; система автоматически удовлетворяет граничным условиям на бесконечности и на поверхности изоляторов; модель электроинтегратора позволяет решить прямую задачу ЭК с любой, сколь угодно малой, заданной наперед погрешностью.

Однако такая модель может иметь ограничения, а именно: параметры сетки необходимо выбирать таким образом, чтобы выполнялись условия

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} \frac{\Delta z}{\rho} \ll 1, \quad \frac{\partial \rho}{\partial r} \frac{\Delta r}{\rho} \ll 1,$$

что обусловлено необходимостью считать сопротивление однородным по сечению проводника. Этот метод эффективно позволяет решать и задачи определения коэффициентов зондов ЭК [13] и влияния разных особенностей геометрии зонда на такие значения [14].

Для решения прямой задачи ИК была использована модель элементарных колец из теории Долля, однако в систему уравнений, описывающих модель, были добавлены члены, соответствующие взаимной индукции и самоиндукции всех колец системы [15, 16]. В этом случае система уравнений принимает вид:

$$I_{\text{Re}}^i R_i - \omega \sum_j M_{ij} I_{\text{Im}}^j = 0,$$

$$I_{\text{Im}}^i R_i + \omega \sum_j M_{ij} I_{\text{Re}}^j = 0,$$

где  $I_{\text{Re}}^k$ ,  $I_{\text{Im}}^k$  – активная и реактивная составляющие тока в  $k$ -ом кольце,  $M_{ij}$  – коэффициент взаимной индукции между  $i$ -м и  $j$ -м кольцами. Добавив к правым частям уравнений, соответствующих изменению активной и реактив-

ной составляющей Э.Д.С. генераторных катушек, величину приложенной Э.Д.С., получим окончательную СЛАР прямой задачи ИК.

Такая модель обладает важными особенностями: система уравнений, описывающая модель (в отличие от метода конечных элементов или разностей), не меняется при изменении модели; система автоматически удовлетворяет граничным условиям на бесконечности и на поверхности изоляторов; она позволяет решить прямую задачу ИК с любой, сколь угодно малой, заданной наперед погрешностью.

Для определения значения УС было предложено не вычислять поле потенциала (задача ЭК) или поле тока (задача ИК), а находить значение искомой величины только в точке расположения измерительного электрода (задача ЭК) или катушки (задача ИК). Для этого были использованы формулы Крамера, связывающие искомую величину в одной точке со значениями трех определителей. То, что матрица прямой задачи ЭК строго пятидиагональная, существенно упрощает расчет определителей в формуле Крамера. Для задачи ИК указанный подход также применим (например, для СЛАР, метода конечных разностей или элементов).

Следует отметить, что значения коэффициентов взаимной индукции необходимо рассчитывать, учитывая значения конечного сечения каждого кольца [17].

Такой метод имеет ограничения:

$$(i) \frac{\partial \rho}{\partial z} \frac{\Delta z}{\rho} \ll 1, \quad \frac{\partial \rho}{\partial r} \frac{\Delta r}{\rho} \ll 1,$$

что обусловлено необходимостью считать сопротивление однородным по сечению элементарного кольца; (ii) размеры сечения элементарных колец

должны быть намного меньше толщины скин-слоя  $\left(\frac{2\pi\mu\omega}{c^2\rho}\right)^{-2}$ , где  $\mu$  – маг-

нитная проницаемость.

**Метод решения 2D обратной задачи.** С использованием описанных особенностей СЛАР прямой задачи был реализован способ решения обратной задачи методом Ньютона. Его высокая эффективность была достигнута благодаря использованию на каждом шаге итерации точного решения прямой задачи [18] и использованию записанных в явном виде матриц коэффициентов СЛАР прямой задачи и производных ее коэффициентов по УС:

$$\rho_i^{j+1} = \rho_i^j + \frac{P(\rho_i^j)}{\frac{\partial P(\rho_i^j)}{\partial \rho_i}}, \quad (1)$$

где  $\rho_i^j$  – УС  $i$ -ой области на  $j$ -м шаге,  $P$  – оператор решения прямой задачи (число областей, на которые разделено пространство, в пределах каждой из которых УС считается постоянной, неизвестной величиной, в нашем случае равняется количеству зондов комплекса).

**Характеристики пространственного разрешения.** Выделение коллекторов, определение их проницаемости и наличия в них нефти или газа являются важнейшими задачами ГИС [19]. Комплексное решение этих задач требует определения не только вертикального, но и радиального распределения УС. С этой целью широко используются многозондовые системы [20–27], с помощью которых одновременно решают две задачи: выделение коллекторов (вертикальная разрешающая способность) и определение радиального распределения УС вдоль каждого из выделенных пластов (радиальная разрешающая способность). Как показывает опыт, эти две задачи связаны [28]. Для каждого зонда изменение его геометрии вызывает или улучшение вертикальной, но ухудшение радиальной, или улучшение радиальной, но ухудшение вертикальной разрешающей способности. Рассмотрим вариант, когда пласт имеет бесконечную мощность, т.е. вопрос вертикального разрешения не стоит. Случай пластов с конечной мощностью будет рассмотрен ниже.

Рассмотрим пространство  $\mathbf{P}$  параметров  $\vec{p}$  изучаемых объектов и пространство  $\mathbf{G}$  возможных значений измерения  $\vec{g}$ . Чтобы задача имела решение, количество независимых измерений должно быть больше или равно количеству искомых параметров модели. Существует однозначное отображение:  $\mathbf{P} \rightarrow \mathbf{G}$  (будем обозначать соответствующую функцию отображения  $G$ ). Рассмотрим особенности обратного отображения  $\mathbf{G} \rightarrow \mathbf{P}$  (будем обозначать соответствующую функцию  $G^{-1}$ ), которое в случае отображения одного элемента будем считать однозначным. Если объект отображения – не один элемент  $\vec{g}$ , а область  $\vec{g} + \delta\vec{g}$ , где  $\delta\vec{g}$  принимает всевозможные значения в пределах допустимой погрешности – образом этого отображения также будет некая область. Рассмотрим такое отображение:  $\vec{p} + \delta\vec{p} = G^{-1}(\vec{g} + \delta\vec{g})$ . Заметим, что поскольку обратная задача нелинейна, величина  $\delta\vec{p}$  зависит и от самой модели и от погрешности измерения:  $\delta\vec{p} = \delta\vec{p}(\vec{p}, \delta\vec{g})$ . Погрешность измерения также в общем случае зависит от модели среды:  $\delta\vec{g} = \delta\vec{g}(\vec{p})$  (в частности это объясняется тем, что погрешность любого измерительного устройства неодинакова во всем рабочем диапазоне). Такая сложная зависимость не позволяет ввести общую простую характеристику пространственного разрешения конкретной аппаратуры не только для всего диапазона па-

раметров всех возможных актуальных моделей разрезов, но даже для совокупности нескольких отдельных моделей, и поэтому требует изучения количественной зависимости  $\vec{p} + \delta\vec{p} = G^{-1}(\vec{g} + \delta\vec{g})$  отдельно для каждой модели (для различных  $\vec{g} + \delta\vec{g}$ ). Соответственно, говорить о характеристиках пространственного разрешения конкретной аппаратуры можно только для конкретной модели разреза: даже при незначительном изменении параметров модели характеристики могут измениться значительно.

Таким образом, для определения характеристик пространственного разрешения предложен следующий алгоритм:

1. Задание базовой модели: задание вектора параметров модели  $\vec{p}$ .
2. Решение прямой задачи для этой модели: определение вектора измерений (для заданных  $\vec{p}$ ,  $\vec{g}(\vec{p})$ ).
3. Решение обратной задачи для заданного  $\vec{g}$ : нахождение  $\vec{p}' = g^{-1}(\vec{p})$ .
4. Сравнение  $\vec{p}'$  и  $\vec{p}$ . Определение расчетной точности решения обратной задачи.
5. Решением обратной задачи для многообразия значений  $\vec{g} + \delta\vec{g}$  служит нахождение многообразия возможных моделей  $\vec{p} + \delta\vec{p}$ , соответствующих  $\vec{g} + \delta\vec{g}$ . Т.е., на самом деле, определение погрешности  $\delta\vec{p}$  в зависимости от изменения  $\delta\vec{g}$ .

5.1. Проверка устойчивости: для  $\vec{p} + \delta\vec{p}$  решаем обратную задачу. Результат сравниваем с  $\vec{g} + \delta\vec{g}$ . Это позволяет определить погрешность метода оценки характеристик пространственного разрешения в целом.

Для решения обратной задачи был использован численный метод, учитывающий взаимодействие токов в среде, конечные размеры катушек зондов, взаимную индукцию и самоиндукцию всех контуров системы [17, 18].

Сделаем замечание относительно способа задания погрешности  $\delta\vec{g}$ . Величину случайной погрешности  $\varepsilon$  зададим, исходя из неравенства:

$$\sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\delta\rho_i}{\rho_i} \right)^2} < \varepsilon,$$

где  $n$  – количество зондов,  $\rho_i$  – кажущееся сопротивление  $i$ -го зонда,  $\delta\rho_i$  – погрешность измерения сопротивления  $i$ -м зондом.

С применением предложенного метода расчета характеристик пространственного разрешения были детально изучены такие характеристики

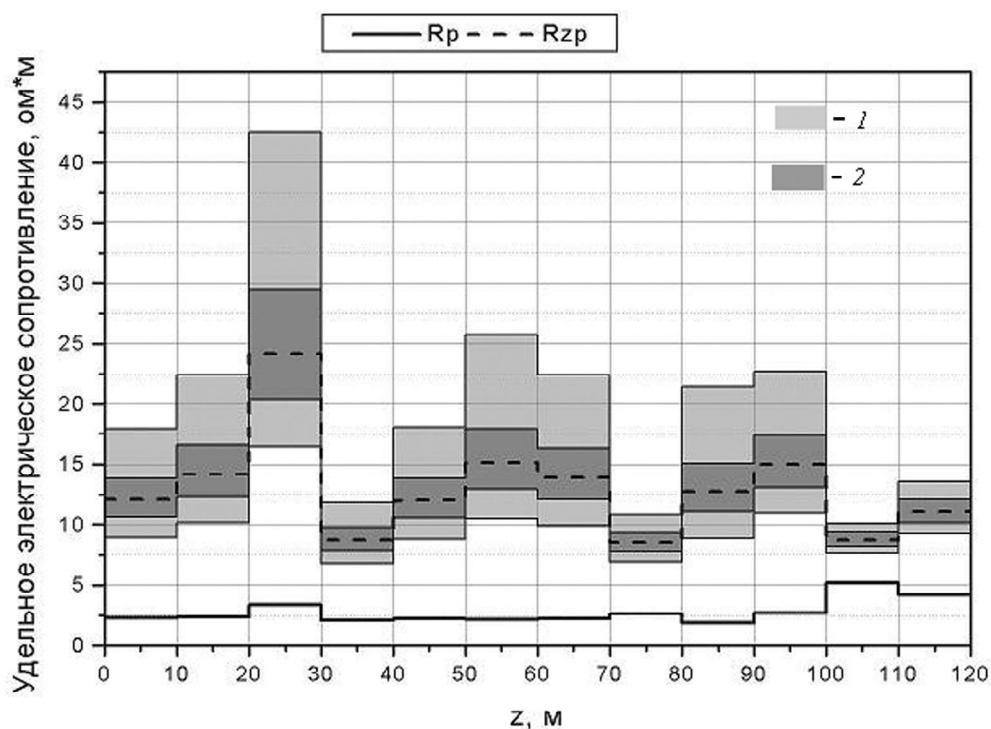


Рис. 1. Интервал скважины ( $R_p$  — УС пласта,  $R_{zp}$  — УС зоны проникновения,  $D/d = 5$  — отношение диаметра зоны проникновения к номинальному диаметру скважины, УС скважины равно 2 Ом\*м, радиус скважины 0,108 м, заданная погрешность  $\varepsilon = 10\%$ ). Доверительный интервал определения УС зоны проникновения: 1 — по 4ИК, 2 — по 7ИК

изготавливаемой и применяемой на практике аппаратуры 4ИК, а так же предложенной автором и прошедшей скважинные испытания аппаратуры электрического каротажа МЭК-М (см. ниже). В частности, на основании проведенных расчетов и анализа, было установлено, что аппаратура 4ИК не решает задачи определения параметров ближней зоны пласта для типичных условий Западной Сибири и Днепровско-Донецкой впадины (рис. 1). На основании расчетов была предложена аппаратура 7ИК (к зондам аппаратуры 4ИК добавлены зонды (0,15, 0,25, 0,35), решающая такую задачу с большей точностью. Точность определения параметров пласта, произведенная с использованием аппаратуры МЭК-М оказалась не более заданной величины  $\varepsilon$  для всех типичных моделей разрезов Западной Сибири и Днепровско-Донецкой впадины.

**Метод “факторизации”.** Решение обратной задачи ЭК и ИК возможно существенно упростить путем факторизации, т.е. разделения 2D задачи на две отдельные 1D задачи по пространственным координатам. Такая факторизация также позволяет оценивать характеристики пространственного разрешения для моделей пластов ограниченной мощности (очевидно, что при абсолютно точной факторизации характеристики пространственного разрешения для моделей пластов ограниченной и бесконечной мощности

будут тождественно равны). Суть метода состоит в преобразовании каротажной кривой таким образом, чтобы в любой точке интервала показания не зависели от значений в соседних точках. Для этого в низкочастотном ИК в случае, если геометрический фактор зонда  $g$  не зависит от частоты, необходимо найти решение уравнение Фредгольма первого рода [29, 30]:

$$\tilde{\sigma}(z) = \int g(z-x)\sigma(x)dx, \quad (2)$$

где  $\sigma$  – измеренная, “кажущаяся” проводимость,  $g$  – вертикальный геометрический фактор, что само по себе является нетривиальной задачей в силу ее некорректности [31]. Для того, чтобы избежать возникновения сложностей, связанных с решением некорректной задачи, строгое решение традиционно заменяют процедурой деконволюции [32–34], которая для зонда 6Ф1 выглядит просто в пересчете значений проводимости по формуле [35]:

$$\sigma(z) = -0,05 \cdot \tilde{\sigma}(z-78) + 1,1 \cdot \tilde{\sigma}(z) - 0,05 \cdot \tilde{\sigma}(z+78).$$

Результат такой процедуры лишь незначительно улучшает вертикальное разрешение, и как следствие, незначительно уменьшает влияние вмещающих пластов. Для нахождения решения (2) был применен метод Зейделя с элементами регуляризации к системе уравнений (полученной из дискретного аналога (2)):

$$\sum_{i=1}^k \sum_{k=1}^n a_{hi} a_{ik} x_k = \sum_{i=1}^n a_{hi} b_i, \quad (h = \overline{1, n}), \quad (3)$$

где  $n$  – размер системы;  $a$  – элементы матрицы;  $b$  – элементы свободного вектора;  $x$  – элементы неизвестного вектора. Пример применения такого метода представлен на рис. 2.

Метод факторизации в случае ЭК можно эффективно применять для весьма ограниченного набора типов аппаратуры. Например, для аппаратуры, использующей принцип так называемого бокового каротажа [36], факторизация “происходит” физически (на измерение зондом УС в точке не влияет значение УС вмещающих пластов). Однако изготовление аппаратуры такого типа, объединяющей более чем 2–3 зонда разной глубинности, оказывается конструктивно не решаемой задачей. Автором была предложена аппаратура, состоящая из 14-ти потенциал-зондов вида АхМуN: А0,3М0,1N, А0,4М0,2N, А0,6М0,3N, А0,9М0,4N, А1,3М0,5N, А1,8М0,5N, А2,3М0,5N, N0,5М2,3А, N0,5М1,8А, N0,5М1,3А, N0,4М0,9А, N0,3М0,6А, N0,2М0,4А, N0,1М0,3А. Для обработки данных, полученных благодаря такой аппаратуре, был предложен алгоритм, подобный алгоритму данных так называемого дивергентного каротажа [37]. Идея состоит в расчете по 14-ти кривым разных потенциал-зондов нескольких кривых “псевдобокового” ка-

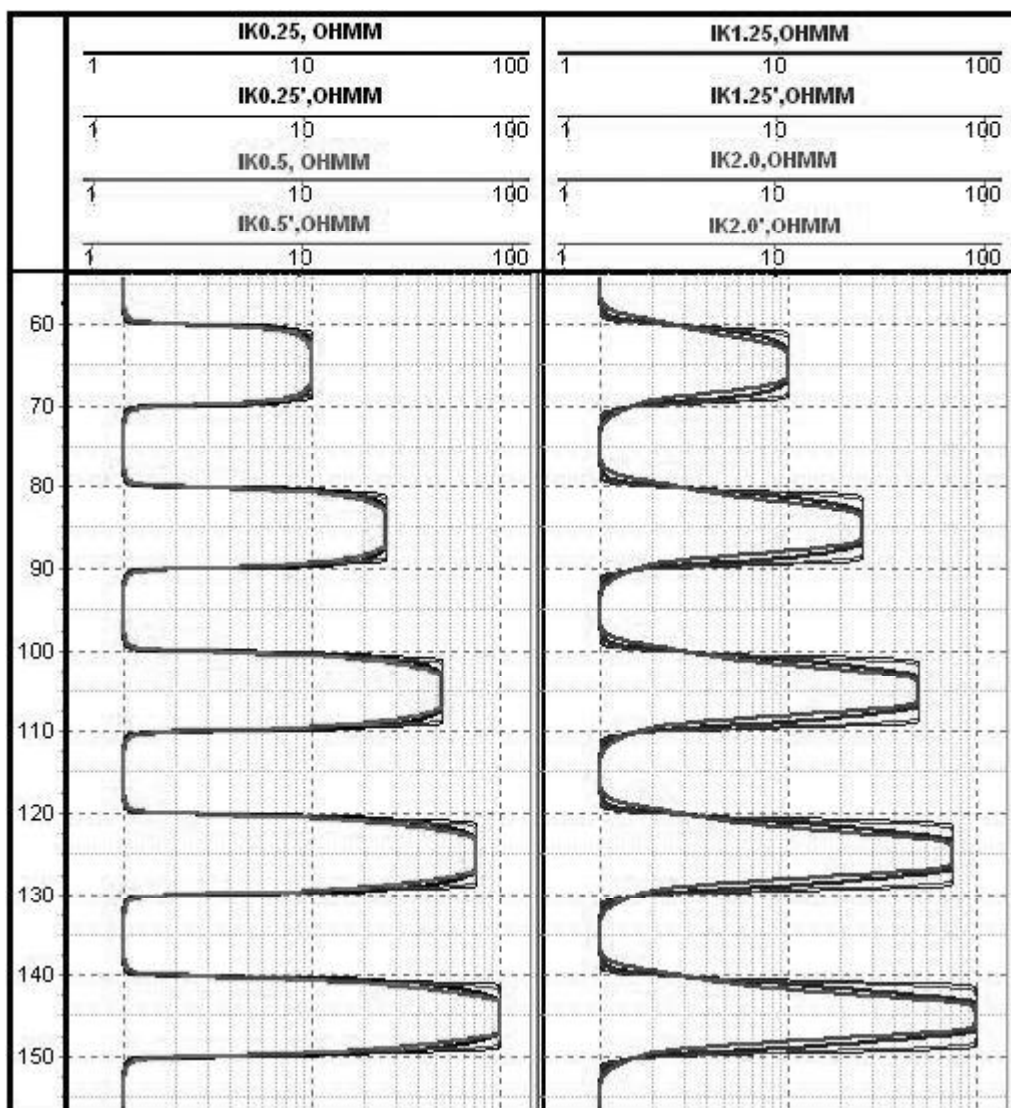


Рис. 2. Модель пачки пластов без скважины, IK0,25, IK0,5, IK1,25, IK2,0 – кривые активной составляющей кажущейся проводимости зондов 0,25, 0,5, 1,25, 2,0; IK0,25', IK0,5', IK1,25', IK2,0' – кривые кажущейся проводимости, полученной после решения (3), соответствующие этим же зондам. OHMM – обозначение [Ом·м] на планшете

ротажа, при этом каждая кривая соответствует зонду с характеристиками пространственного разрешения, близкими к характеристикам некоего зонда бокового каротажа. В этом случае для полученных данных “псевдобокового” каротажа применяется решение 1D обратной задачи, в попластовом или поточечном режиме. Пример такого решения для реальной скважины приведен на рис. 3. Определенные по описанному методу геоэлектрические параметры приведенного разреза полностью совпали с параметрами, определенными с помощью других стандартных комплексов в интервалах, где эти комплексы давали достоверный результат (пласты мощностью более 4–6 м). Для обработки данных, полученных в результате применения такой аппаратуры, также можно эффективно применять описанный выше метод решения 2D обратной задачи [38].



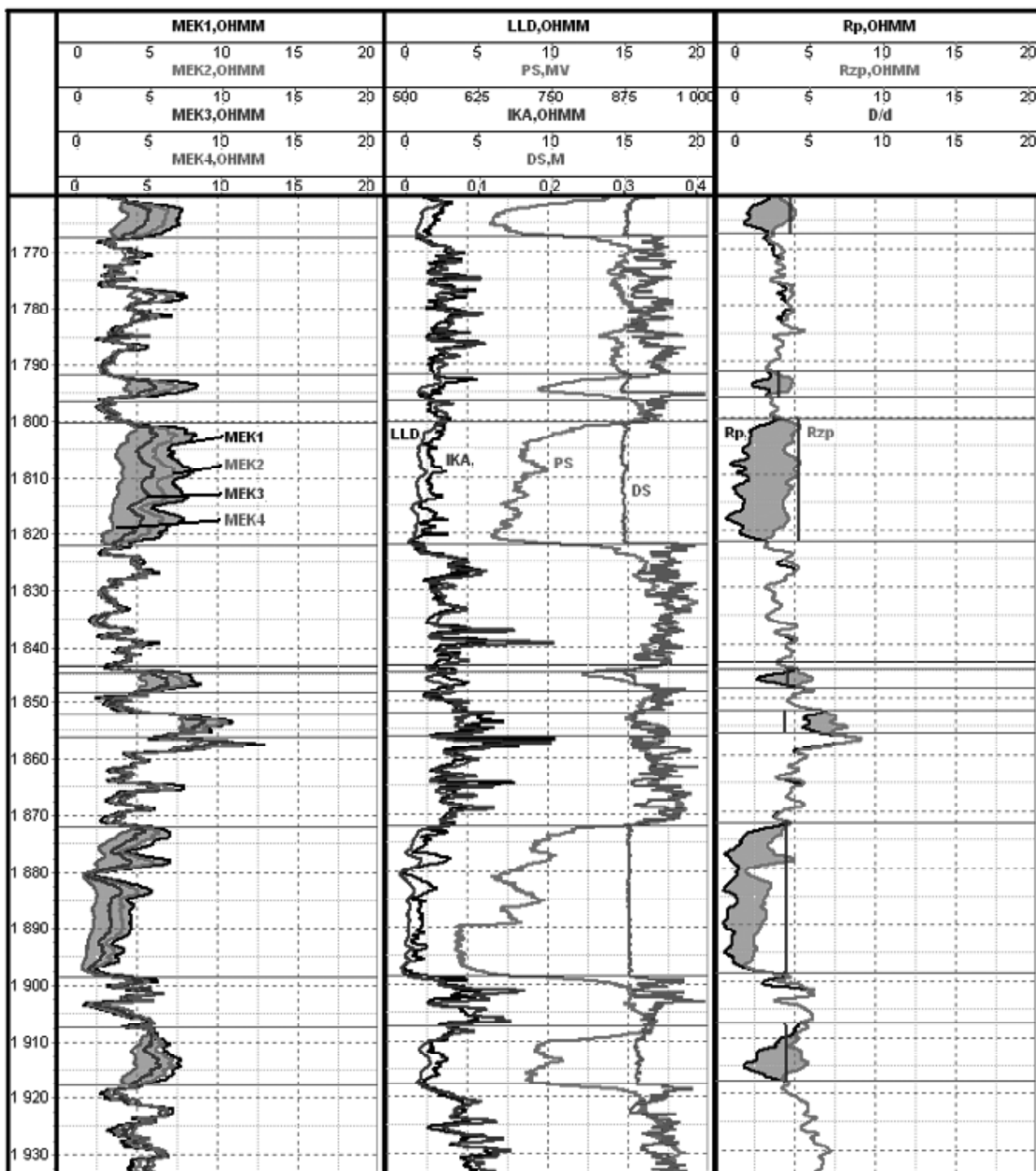


Рис. 3. Интервал скважины Днепровско-Донецкой впадины: УС скважины 0,3 Ом·м; DS – диаметр скважины; MEK – кривые зондов “псевдобокового” каротажа синтезированные по данным 14 зондов МЭК-М; LLD – УС бокового каротажа БК-3; IKA – УС индукционного каротажа 6Ф1; PS – кривая потенциала самопроизвольной поляризации; Rp, Pzp – рассчитанные по данным МЭК-М УС пласта и зоны проникновения соответственно, D/d – рассчитанное по данным МЭК-М отношение диаметра зоны проникновения к номинальному диаметру скважины; OHMM – обозначение [Ом·м] на планшете

**Выводы.** Основным результатом работы – создание на основе метода полных токов программно-алгоритмических средств, направленных на повышение достоверности, разрешающей способности и эффективности моделирования, анализа, обработки, интерпретации и визуализации данных ЭК и ИК.

В работе на базе оригинальных алгоритмов моделирования электрических и электромагнитных полей в 2D средах решен комплекс задач для развития быстрых методов количественной интерпретации. Созданная автоматизированная система восстановления геоэлектрических параметров разреза “снимает” проблему малоэффективной и трудоемкой палеточной, а также неточной интерпретации, основанной на введении поправок учитывающих, влияние искажающих факторов (скважина, вмещающие пласты, скин-эффект в ИК и т. д.). Широкий доступ к оперативному моделированию электромагнитных и электрических полей в скважинах, а также к быстрому и точному решению обратной задачи ЭК и ИК, открывает новые возможности в планировании и проведении научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ. Развитие средств оценки результатов интерпретации и определения характеристик пространственного разрешения многозондовой аппаратуры увеличивает надежность и повышает обоснованность заключений о геоэлектрическом строении околоскважинного пространства.

Разработка нового комплекса интерпретации, основанная на решении обратной задачи математической физики, позволяет избежать возникновения погрешности вследствие неправильного выбора геоэлектрической модели для инверсии и дает возможность пересмотреть традиционные схемы интерпретации. Такой подход гармонично объединяет широкий спектр математических алгоритмов обработки, минимизации и высокое быстродействие моделирования.

Предложенный способ решения обратной задачи, учитывающий характеристики пространственного разрешения аппаратуры, позволяет усовершенствовать выбор ее оптимальных параметров с точки зрения решения задач ГИС еще на стадии проектирования.

Применение эффективного метода факторизации обратной задачи ИК обеспечивает нахождение устойчивого решения в тонкослоистых разрезах.

Предложенные способы решения прямой задачи ЭК и ИК, основанные на применении метода полных токов, могут быть использованы при выполнении НИОКР для проектирования аппаратуры с заданными характеристиками пространственного разрешения.

Дальнейшее развитие данной темы логически следует из полученных результатов, которые обосновывают целесообразность: адаптации реализованных численно способов к развитию вычислительных ресурсов примени-

мых на практике вычислительных машин (увеличение частоты процессоров и оперативной памяти).

Они показывают также, что необходимо:

- 1 - перейти к обоснованию и численной реализации способа одновременного решения обратной задачи ЭК и ИК (на единой конечно-разностной сетке), что позволит смягчить требования к характеристикам пространственного разрешения аппаратуры ЭК и ИК отдельно и повысить точность количественной интерпретации;
- 2 - адаптировать предложенный способ решения прямой и обратной 2D задачи для 3D моделей. Этот аспект включает в себя и задачу методологии определения 3D характеристик пространственного разрешения.

Также представляется актуальным создание новых типов аппаратуры ЭК и ИК, характеристики пространственного разрешения которой обеспечивали бы точное решение для новых скважинных условий.

*Автор выражает глубокую благодарность д. т. н., академику Российской академии наук, директору Института нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН М.И. Эпову и к. т. н., заместителю генерального директора Киевского Опытного конструкторского бюро геофизического приборостроения Р.С. Челокьяну за полезное обсуждение полученных результатов.*

1. Дахнов В.Н. Интерпретация результатов геофизических исследований скважин. – М.: Недра, 1972. – 368 с.
2. Дебрант Р. Теория и интерпретация результатов геофизических методов исследования скважин. – М.: Недра, 1972. – 288 с.
3. Пирсон С. Дж. Справочник по интерпретации данных каротажа. – М.: Недра, 1996. – 414 с.
4. Сохранов Н.Н., Аксельрод С.М. Обработка и интерпретация с помощью ЭВМ результатов геофизических исследований нефтяных и газовых скважин. – М.: Недра, 1984. – 255 с.
5. Горбик Г.К., Зундулевич С.М., Куликович А.Е. Машинная интерпретация кривых БКЗ. – М.: Недра, 1982. – С. 94–106.
6. Савостьянов Д.В., Тыртышников Е.Е. Применение многоуровневых матриц специального вида для решения прямых и обратных задач электродинамики // Вычислительные методы и программирование. – 2006. – т. 7. – С. 1–16.
7. Альпин Л.М. Применение сеточного моделирования для решения задач теории электрического каротажа // Прикладная геофизика. – 1962. – вып. 34. – С. 198–217.
8. Куликович А.Е. Каротажный электроинтегратор ЭКСМ // Прикладная геофизика. – 1962. – вып. 34. – С. 219–232.
9. Myrontsov M.L. The equivalent-circuit method and method of partition for solutions of resistivity logging problem // SPWLA European Symposium. (London). – 2002.
10. Бахова Н.И., Кашик А.С., Колосов А.Л., Челокьян Р.С. Методы конечных разностей и конечных элементов в геофизике. – К., 1999. – 316 с.

11. Колосов А.Л. Прямые, смешанные и обратные задачи электростратиметрии скважин. – К.: Наук. думка, 1985. – 196 с.
12. Колосов А.Л. Решение задач электростратиметрии скважин на ЭВМ. – К.: Наук. думка, 1977. – 148 с.
13. Миронцов М.Л. До розрахунку коефіцієнтів зондів електричного каротажу // Доповіді НАН України, – 2003. – № 11. – С. 120–122.
14. Миронцов Н.Л. Влияние изменения расстояния между электродами на характеристики прибора электрического фокусированного каротажа // Геофиз. журн. – 2005. – № 2, т. 27. – С. 315–317.
15. Доль Г.Г. Теория индукционного метода исследования разрезов скважин и его применение в скважинах, пробуренных с глинистым раствором на нефти // Вопросы промышленной геофизики. – М.: Гостоптехиздат, 1957. – С. 252–274.
16. Немцов М.В., Шамаев Ю.М. Справочник по расчету индуктивностей. – М.: Энергоиздат, 1981. – 136 с.
17. Миронцов М.Л. Метод розв'язання прямої та оберненої задачі індукційного каротажу // Доповіді НАН України. – 2004. – т. 26, № 9. – С. 130–133.
18. Миронцов М.Л. Метод швидкого розв'язання прямої та оберненої задачі індукційного каротажу // Геофиз. журн. – 2007. – т. 29, № 5. – С. 212–214.
19. Пирсон С. Дж. Учение о нефтяном пласте. – Мегион: Изд-во ЗСК ТПГ, 2005. – 267 с.
20. Anderson V.I. Modeling and inversion methods for the interpretation of resistivity logging tool response. – Schlumberge print, 2001. – 377 p.
21. Технология исследования нефтегазовых скважин на основе ВИКИЗ: Метод. руководство / Под. ред. Эпова М.И., Антонова Ю.Н. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000. – 121 с.
22. Эпов М.И., Никитенко М.Н., Сухорукова К.В. Об инверсии диаграмм ВИКИЗ в контрастных тонкослоистых коллекторах, вскрытых пологими скважинами // НТВ Каротажник. – 2006. – №6 (147). – С. 84–100.
23. Пасечник М.П., Снежко О.М. Опыт опробования аппаратуры трехзондового ИК в районе работ АОИ "Ноябрьскнефтегазгеофизика" // НТВ Каротажник. – 1998. – Вып. 45. – С. 107–118.
24. Вербжицкий В.В., Девицин В.А., Снежко О.М. Результаты испытаний модуля 4ИК-73Г в горизонтальных скважинах треста "Сургутнефтегазгеофизика" // НТВ Каротажник. – 1999. – Вып. 57. – С. 87–97.
25. Девицин В.А., Каган Г.Я., Пантюхин В.А. и др. Многозондовые комплексы индукционного каротажа // НТВ Каротажник. – 1997. – Вып. 30. – С. 24–32.
26. Красножон М.Д. Об определении удельного сопротивления пластов по приведенным кривым БКЗ // Прикладная геофизика. – 1982. – Вып. 103. – С. 141–150.
27. Красножон М.Д. Компьютеризированная технология интерпретации материалов электрического каротажа // НТВ Каротажник – 2005. – № 3–4 (130–131). – С. 27–52.
28. Эпов М.И., Глинских В.Н., Ульянов В.Н. Оценка характеристик пространственного разрешения систем индукционного и высокочастотного каротажа в терригенных разрезах западной Сибири // НТВ Каротажник. – 2001. – Вып. 81. – С. 19–57.
29. Плюсин М.И. Индукционный каротаж. – М. Недра, 1968. – 140 с.
30. Кауфман А.А. Теория индукционного каротажа. – М.: Наука, 1965. – 236 с.
31. Смирнов В.И. Курс высшей математики. – Т. 4. – М.–Л., 1951. – 804 с.

32. Meyer W.H. Deconvolution of invaded-bed induction problem // SPWLA 28th annual logging symposium (London, England). – 1987. – Paper E.
33. Lyle W.D., Williams D.M. Deconvolution of well log data – an innovation approach // SPWLA 27th annual logging symposium (Houston, Texas). – 1986. – Paper M.
34. Barber T.D. Induction vertical resolution enhancement—physica and limitations // SPWLA twenty-ninth annual logging symposium. – 1988. – Paper O.
35. Anderson B.I., Barber T.D. Induction Logging. – Schlumberger, 1996. – 45 p.
36. Ильинский В.М. Боковой каротаж. – М.: Недра, 1971. – 144 с.
37. Альпин Л.М. Дивергентный каротаж // Прикладная геофизика. – 1962. – вып. 32. – С. 192–212.
38. Миронцов М.Л. Метод розв'язання прямої та зворотної задачі електричного каротажу // Доповіді НАН України. – 2007. – т. 29, № 2. – С. 128–131.