

УДК 531.38, 531.36

©2010. Ю.Б. Коносевиц

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ СКОРОСТИ УХОДА СИНХРОННОГО ГИРОСКОПА В КАРДАНОВОМ ПОДВЕСЕ ОТ УГЛА ПОВОРОТА ВНУТРЕННЕЙ РАМКИ

Изучается статически уравновешенный гироскоп в кардановом подвесе с неаксиально насаженным на вал ротором. Прибор установлен на неподвижном основании, трение на осях подвеса отсутствует, внутренняя карданова рамка и ротор образуют вместе синхронный электродвигатель. Проведено исследование зависимости скорости ухода такого гироскопа от угла поворота внутренней рамки подвеса.

Ключевые слова: гироскоп в кардановом подвесе, динамическая несимметрия, синхронный электродвигатель, скорость ухода.

Введение. В работе [1] изучалось влияние малой динамической несимметрии ротора на равномерные вращения статически уравновешенного гироскопа в кардановом подвесе, установленного на неподвижном основании. Задача о гироскопе в кардановом подвесе рассматривалась в обобщенной постановке П.В. Харламова [2]. Предполагалось, что трение на осях подвеса отсутствует, а внутренняя карданова рамка и ротор образуют вместе электродвигатель синхронного типа. Предполагалось также, что для рассматриваемого семейства равномерных вращений выполнены условия отрицательности действительных частей корней характеристического уравнения приведенной системы, линеаризованной в окрестности соответствующего равномерного вращения.

Благодаря наличию малой динамической несимметрии ротора, исходному режиму равномерного вращения ротора соответствует режим псевдорегулярной прецессии (т.е. регулярной прецессии, сопровождающейся периодическими колебаниями). При сформулированных предположениях возмущенное движение с течением времени стремится к этому режиму. Была получена общая формула угловой скорости псевдорегулярной прецессии (или, как говорят, угловой скорости ухода).

В качестве важного частного случая в [1] найдена формула угловой скорости ухода для гироскопа в кардановом подвесе, который отличается от обычно рассматриваемой модели только тем, что один из центробежных моментов инерции ротора отличен от нуля. Такая ситуация реализуется при неаксиальной насадке ротора на вал.

Зависимость угловой скорости ухода, определяемой этой формулой, от параметров двигателя изучена в статье [3]. Цель настоящей работы состоит в том, чтобы исследовать зависимость угловой скорости ухода от угла поворота внутренней рамки.

1. Формула угловой скорости ухода. Алгебраическая сумма вращающего момента синхронного электродвигателя и момента диссипативных сил

относительно оси ротора представляется в виде [4]

$$L = -\lambda_{p1}\gamma - \lambda_{d1}\dot{\gamma} + \lambda_{p2}\gamma^2 + \lambda_{d2}\dot{\gamma}^2 + \dots \quad (\lambda_{p1} > 0, \lambda_{d1} > 0).$$

Здесь $\gamma = \varphi - \omega t - \varphi^0$, $\dot{\gamma} = \dot{\varphi} - \omega$. Через $\omega > 0$ обозначена угловая скорость вращения магнитного поля в статоре электродвигателя. Параметр λ_{p1} характеризует жесткость магнитной связи между вращающимся магнитным полем статора и магнитным полем ротора синхронного электродвигателя, а параметр λ_{d1} характеризует момент сил трения относительно оси ротора при отклонении его угловой скорости от ω .

Рассмотрим гироскоп в кардановом подвесе, который отличается от обычно рассматриваемого уравновешенного гироскопа только тем, что не равен нулю один из центральных центробежных моментов инерции ротора.

Пусть C , A — осевой и экваториальный моменты инерции ротора относительно его центра масс (совпадающего с центром подвеса); A_1 , B_1 , C_1 — моменты инерции внутренней рамки относительно внутренней оси подвеса, оси ротора и относительно перпендикуляра к плоскости внутренней рамки, проведенного через центр подвеса; C_2 — момент инерции наружной рамки относительно наружной оси подвеса; E — центробежный момент инерции ротора.

В том случае, когда динамическая несимметрия ротора относительно оси его вращения во внутренней рамке вызвана неаксиальной насадкой ротора на эту ось, приближенно имеем $E = \delta(A - C)$, где δ — малый угол между осью динамической симметрии ротора и осью его вращения.

Лагранжевыми координатами рассматриваемой системы являются углы α , β , φ , где α — угол поворота наружной рамки относительно основания, β — угол поворота внутренней рамки относительно наружной, φ — угол поворота ротора относительно внутренней рамки. Угол β отсчитывается от перпендикуляра к плоскости наружной рамки до направления оси ротора. Если $E = 0$, то при любом значении $\beta = \beta^0$ этого угла уравнения движения рассматриваемой системы допускают решение [1]

$$\dot{\alpha} = 0, \quad \beta = \beta^0, \quad \varphi = \omega t + \varphi^0, \quad (1)$$

которое описывает равномерное вращение ротора вокруг неподвижной оси. Кинетический момент данной системы относительно наружной оси подвеса является интегралом движения. Постоянную этого интеграла обозначим через p , а ее значение на решении (1) — через p^0 .

Предположим, что для решения (1) выполнены условия отрицательности действительных частей корней характеристического уравнения приведенной системы, линеаризованной в окрестности данного решения [5]. Если в качестве основного промежутка изменения угла β принять $(-\pi, \pi]$, то эти условия сводятся к неравенствам $\beta^0 \neq \pm\pi/2$, $\beta^0 \neq 0$, π [1]. Тогда для значений постоянной p , близких к p^0 , условие существования равномерных вращений определяет β как непрерывную функцию $\beta = \beta^*(p)$ ($\beta^0 = \beta^*(p^0)$), и решение

(1) включается в семейство равномерных вращений

$$\dot{\alpha} = 0, \quad \beta = \beta^*(p), \quad \varphi = \omega t + \varphi^0,$$

зависящих от p как от параметра. В [1] показано, что зависимость $\beta^*(p)$ определяется через арксинус.

Выражение кинетической энергии рассматриваемой системы при $E = 0$ имеет вид квадратичной формы переменных $\dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\varphi}$ [1]

$$T = \frac{1}{2} [G(\beta)\dot{\alpha}^2 + H\dot{\beta}^2 + C\dot{\varphi}^2 + 2Q(\beta)\dot{\alpha}\dot{\varphi}],$$

где

$$\begin{aligned} G(\beta) &= C_2 + B_1 + C + (C_1 + A - B_1 - C) \cos^2 \beta, \\ H &= A_1 + A, \quad Q(\beta) = C \sin \beta. \end{aligned}$$

Пусть $J(\beta) = G(\beta)HC - Q^2H$ — определитель этой квадратичной формы, $J_1(\beta) = G(\beta)H$ — главный минор второго порядка в этом определителе. Значения функций угла β , взятые при $\beta = \beta^*(p)$, будем снабжать индексом *. Тогда при $\beta = \beta^*(p)$ имеем

$$\begin{aligned} J_* &= C(A + A_1)[C_2 + B_1 + (C_1 + A - B_1) \cos^2 \beta^*], \\ J_{1*} &= (A + A_1)[C_2 + B_1 + C + (C_1 + A - B_1 - C) \cos^2 \beta^*]. \end{aligned} \quad (2)$$

Введем безразмерные параметры

$$m_1 = \frac{A_1 + A}{C}, \quad m_2 = \frac{C_2 + B_1}{C}, \quad m_3 = \frac{C_1 + A - B_1}{C}, \quad x = \frac{\lambda_{p1}}{\omega^2 C}, \quad y = \frac{\lambda_{d1}}{\omega C}. \quad (3)$$

Эти параметры независимы и принадлежат следующим промежуткам

$$m_1, m_2 \in (0, +\infty), \quad m_3 \in (-m_2, +\infty), \quad x, y \in (0, +\infty). \quad (4)$$

Тогда формулы (2) записываются в виде

$$J_* = C^3 m_1 [m_2 + m_3 \cos^2 \beta^*], \quad J_{1*} = C^2 m_1 [m_2 + 1 + (m_3 - 1) \cos^2 \beta^*]. \quad (5)$$

С учетом обозначений (3) полученная в [1] формула (28) угловой скорости ухода статически уравновешенного синхронного гироскопа в кардановом подвесе с динамически несимметричным ротором принимает вид

$$\langle \dot{\alpha} \rangle = - \frac{\omega E^2 C^4 (m_1 + 1)^2}{2D_*} \left[(m_2 + 1) \left((x - 1)^2 + y^2 \right) + x - 1 \right] \sin \beta^*, \quad (6)$$

где

$$D_* = \left[J_* - C^3 \cos^2 \beta^* + xC(J_{1*} - C^2 \cos^2 \beta^*) \right]^2 + y^2 C^2 (J_{1*} - C^2 \cos^2 \beta^*)^2. \quad (7)$$

Изучим определяемую формулами (6), (7) зависимость угловой скорости ухода $\langle \dot{\alpha} \rangle$ от угла поворота внутренней рамки β^* . Введем обозначение

$$K_1 = -\frac{\omega E^2 (m_1 + 1)^2}{2C^2} \left[(m_2 + 1) \left((x - 1)^2 + y^2 \right) + x - 1 \right]. \quad (8)$$

Тогда формула (6) записывается так

$$\langle \dot{\alpha} \rangle = \frac{K_1 \sin \beta^*}{D_{1*}}. \quad (9)$$

Здесь, с учетом (5), (7), знаменатель имеет вид

$$\begin{aligned} D_{1*} = & \left\{ [m_1 m_2 + (m_1 m_3 - 1) \cos^2 \beta^*] + \right. \\ & \left. + x [m_1 (m_2 + 1) + (m_1 (m_3 - 1) - 1) \cos^2 \beta^*] \right\}^2 + \\ & + y^2 [m_1 (m_2 + 1) + (m_1 (m_3 - 1) - 1) \cos^2 \beta^*]^2. \end{aligned} \quad (10)$$

Он представляется в виде квадратного трехчлена относительно $\cos^2 \beta^*$:

$$D_{1*} = a \cos^4 \beta^* + b \cos^2 \beta^* + c.$$

Коэффициенты этого трехчлена выражаются по формулам

$$\begin{aligned} a = & \left\{ [(m_1 m_3 - 1) + [m_1 (m_3 - 1) - 1]x]^2 + [m_1 (m_3 - 1) - 1]^2 y^2 \right\}, \\ b = & 2m_1 \left\{ m_2 (m_1 m_3 - 1) + [(2m_2 + 1)(m_1 m_3 - 1) - m_1 m_2]x + \right. \\ & \left. + (m_2 + 1)[m_1 (m_3 - 1) - 1](x^2 + y^2) \right\}, \\ c = & m_1^2 \left\{ [m_2 + (m_2 + 1)x]^2 + (m_2 + 1)^2 y^2 \right\}. \end{aligned} \quad (11)$$

Из (4) следует, что $a, c > 0$; b принимает значения любого знака.

При помощи обозначений (11) формула (9) записывается в виде

$$\langle \dot{\alpha} \rangle = \frac{K_1 \sin \beta^*}{a \cos^4 \beta^* + b \cos^2 \beta^* + c}. \quad (12)$$

Поскольку определяемая этой формулой зависимость $\langle \dot{\alpha} \rangle$ от β^* является нечетной 2π -периодической функцией, достаточно изучить эту зависимость на отрезке $[0, \pi]$.

Чтобы облегчить дальнейшее исследование, уменьшим число параметров в формуле ухода (12). Для этого, с учетом неравенства $a > 0$, введем новые безразмерные параметры

$$K = \frac{K_1}{a}, \quad k_1 = \frac{b}{a}, \quad k_0 = \frac{c}{a}. \quad (13)$$

Тогда из (12) получаем

$$\langle \dot{\alpha} \rangle = \frac{K \sin \beta^*}{\cos^4 \beta^* + k_1 \cos^2 \beta^* + k_0}. \quad (14)$$

В соответствии с (11), здесь $k_0 > 0$, а параметр k_1 может принимать значения любого знака. Таким образом, допустимые значения параметров k_1, k_0 лежат в верхней полуплоскости на плоскости (k_1, k_0) . Из формулы (8) следует, что параметр K_1 , а вместе с ним и K , может иметь любой знак и обращаться в нуль. Будем далее рассматривать случай, когда $K \neq 0$. Тогда непосредственно из формулы (14) следует, что $\langle \dot{\alpha} \rangle = 0$ только при $\sin \beta^* = 0$, т.е. в двух точках $\beta^* = 0, \pi$ отрезка $[0, \pi]$. На этом отрезке знаки величины $\langle \dot{\alpha} \rangle$ и параметра K совпадают.

2. Условия обращения в нуль знаменателя в формуле ухода. Выясним, при каких условиях обращается в нуль знаменатель D_{1*} в формуле (9). В соответствии с (10), необходимым и достаточным условием обращения в нуль величины D_{1*} является одновременное выполнение двух соотношений:

$$m_1 m_2 + (m_1 m_3 - 1) \cos^2 \beta^* = 0, \quad (15)$$

$$m_1(m_2 + 1) + (m_1 m_3 - m_1 - 1) \cos^2 \beta^* = 0. \quad (16)$$

Условие (16) запишем так

$$m_1 m_2 + (m_1 m_3 - 1) \cos^2 \beta^* + m_1 \sin^2 \beta^* = 0.$$

С учетом (15) оно сводится к равенству $m_1 \sin^2 \beta^* = 0$. Так как, согласно (4), $m_1 \neq 0$, то имеем $\sin \beta^* = 0$. При $\sin \beta^* = 0$ равенство (15) принимает вид $m_1(m_2 + m_3) = 1$.

Таким образом, равенство $D_{1*} = 0$ имеет место тогда и только тогда, когда одновременно выполняются два соотношения

$$\cos^2 \beta^* = 1, \quad m_1(m_2 + m_3) = 1. \quad (17)$$

Рассмотрев характеристическое уравнение [5] приведенной системы, линеаризованной в окрестности равномерного вращения (1), устанавливаем, что при выполнении указанных двух соотношений это уравнение имеет пару чисто мнимых корней $\pm i\omega$. Таким образом, в данном случае одна из частот собственных колебаний оси симметрии ротора совпадает с частотой ω вращения

ротора. На основании формулы (9) приходим к заключению, что при приближении к этому резонансу скорость ухода возрастает и в пределе стремится к бесконечности. Так как при выводе формулы (9) величина скорости ухода предполагалась малой, то физический смысл имеет только первая часть этого заключения, т. е. утверждение о существенном возрастании скорости ухода в окрестности резонанса.

Выведем теперь условие обращения в нуль знаменателя в формуле ухода, пользуясь записью этой формулы в виде (14). Для этого уточним область изменения параметров k_1, k_0 .

Воспользовавшись выражениями (11), приходим к равенству

$$ac - \frac{b^2}{4} = y^2 m_1^2 [m_1(m_2 + m_3) + 1]^2.$$

Так как $a, y, m_1 > 0$, то с учетом определения (13) параметров k_1, k_0 отсюда следует, что $k_0 > k_1^2/4$ в случае $m_1(m_2 + m_3) + 1 \neq 0$, и $k_0 = k_1^2/4$ только в случае $m_1(m_2 + m_3) + 1 = 0$. В последнем случае согласно формулам (11) имеем $a = c, b = -2c$, и следовательно, $k_1 = -2, k_0 = 1$, т.е. этому случаю на плоскости (k_1, k_0) соответствует лишь одна точка $(-2, 1)$.

Таким образом, параметры k_1, k_0 принимают значения не во всей верхней полуплоскости $k_0 > 0$, а лишь в ее части, которая состоит из точек, лежащих выше параболы

$$k_0 = \frac{k_1^2}{4}, \tag{18}$$

и одной точки $(k_1, k_0) = (-2, 1)$ этой параболы.

Так как второе равенство (17) выполняется лишь при $(k_1, k_0) = (-2, 1)$, то при записи формулы ухода в виде (14) знаменатель в этой формуле обращается в нуль только в случае $k_1 = -2, k_0 = 1$ в точках $\beta^* = 0, \pi$ отрезка $[0, \pi]$.

3. Исследование зависимости скорости ухода от угла поворота внутренней рамки. Чтобы изучить зависимость (14) скорости ухода $\langle \dot{\alpha} \rangle$ от β^* , рассмотрим производную

$$\frac{d\langle \dot{\alpha} \rangle}{d\beta^*} = \frac{K \cos \beta^*}{(\cos^4 \beta^* + k_1 \cos^2 \beta^* + k_0)^2} \times \left[-3 \cos^4 \beta^* + (4 - k_1) \cos^2 \beta^* + k_0 + 2k_1 \right]. \tag{19}$$

Из выражения (19) следует, что в точке $\beta^* = \pi/2$ отрезка $[0, \pi]$ производная $d\langle \dot{\alpha} \rangle/d\beta^*$ всегда обращается в нуль и меняет знак при переходе через эту точку. Таким образом, при $\beta^* = \pi/2$ функция $\langle \dot{\alpha} \rangle(\beta^*)$ имеет экстремум.

Выясним, при каких условиях функция $\langle \dot{\alpha} \rangle(\beta^*)$ имеет другие точки экстремума на отрезке $[0, \pi]$. В таких точках обращается в нуль выражение в квадратных скобках в формуле (19), т.е.

$$-3 \cos^4 \beta^* + (4 - k_1) \cos^2 \beta^* + k_0 + 2k_1 = 0. \tag{20}$$

Отсюда получаем для величины $z = \cos^2 \beta^*$ квадратное уравнение, корни которого выражаются формулой

$$z_{1,2} = \frac{4 - k_1 \pm \sqrt{k_1^2 + 16k_1 + 16 + 12k_0}}{6}. \quad (21)$$

Здесь z_1 соответствует знаку плюс перед радикалом, а z_2 — знаку минус. Оба корня действительны при $\Delta \geq 0$, где $\Delta = k_1^2 + 16k_1 + 16 + 12k_0$. На плоскости (k_1, k_0) неравенство $\Delta \geq 0$ выполняется на параболе

$$k_0 = -\frac{1}{12}(k_1^2 + 16k_1 + 16) \quad (22)$$

и выше ее.

Так как $z = \cos^2 \beta^*$, то допустимыми являются только корни (21), лежащие в промежутке $[0, 1]$. Найдем условия существования таких допустимых корней в предположении, что параметры k_1, k_0 принимают значения во всей верхней полуплоскости на плоскости (k_1, k_0) . После того, как эти условия будут получены, учтем ограничения на параметры k_1, k_0 , указанные в конце предыдущего пункта.

Нетрудно проверить, что условие $z_1 \in [0, 1]$ выполняется в той части верхней полуплоскости, которая определена соотношениями

$$\begin{aligned} -\frac{1}{12}(k_1^2 + 16k_1 + 16) \leq k_0 \leq -k_1 - 1 & \quad (-2 \leq k_1 < -8 + 4\sqrt{3}), \\ 0 < k_0 \leq -k_1 - 1 & \quad (-8 + 4\sqrt{3} \leq k_1 < -1), \end{aligned}$$

а неравенство $z_2 \in [0, 1]$ выполняется при

$$\begin{aligned} -k_1 - 1 \leq k_0 \leq -2k_1 & \quad (k_1 \leq -2), \\ -\frac{1}{12}(k_1^2 + 16k_1 + 16) \leq k_0 \leq -2k_1 & \quad (-2 < k_1 < -8 + 4\sqrt{3}), \\ 0 < k_0 \leq -2k_1 & \quad (-8 + 4\sqrt{3} \leq k_1 < 0). \end{aligned}$$

Обозначим через А, В, С, D следующие точки плоскости (k_1, k_0) : А = $(-2, 1)$, В = $(-8 + 4\sqrt{3}, 0)$, С = $(-1, 0)$, D = $(-8, 16)$. Под АВ условимся понимать дугу параболы (22) между точками А и В, а под АО и DAO — соответствующие дуги параболы (18). Через OO' обозначим луч $k_0 = -2k_1$, $k_1 \in (-\infty, 0)$, а через СА' — луч $k_0 = -k_1 - 1$, $k_1 \in (-\infty, -1)$. Тогда анализ уравнения (20), проведенный выше при значениях параметров k_1, k_0 , лежащих в верхней полуплоскости на плоскости (k_1, k_0) , приводит к таким выводам (см. рис. 1).

1. Уравнение (20) имеет относительно $z = \cos^2 \beta^*$ два допустимых корня на множестве 1 точек верхней полуплоскости, лежащих внутри треугольника АВС с криволинейной стороной АВ и на его границах АВ, АС.

2. Уравнение (20) имеет относительно $z = \cos^2 \beta^*$ один допустимый корень на множестве 2 точек верхней полуплоскости, лежащих между лучами CA' , OO' и на этих лучах.

3. Уравнение (20) не имеет допустимых корней в остальной части 3 верхней полуплоскости, состоящей из точек, расположенных внутри угла, образованного полуосью Ok_1 и лучом OO' , и из точек, лежащих под линией BAA' .

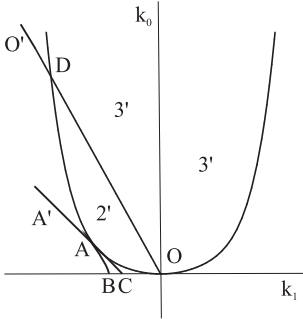


Рис. 1. Множество значений параметров k_1, k_0 .

Как было установлено в конце п. 2, множеством значений параметров k_1, k_0 является не вся верхняя полуплоскость $k_0 > 0$, а ее часть, состоящая из точек, лежащих выше параболы (18), и одной точки $A = (-2, 1)$ этой параболы. Таким образом, из перечисленных трех множеств 1, 2, 3 множеству значений параметров k_1, k_0 принадлежит только часть 2' множества 2, ограниченная параболической дугой OAD и отрезком OD , часть 3' множества 3, лежащая в верхней полуплоскости между лучом OO' и правой ветвью параболы (18), а также точка A на левой ветви этой параболы (рис. 1). Каждому из множеств 2', 3' и точке A соответствует свой тип кривой $\langle \dot{\alpha} \rangle = \langle \dot{\alpha} \rangle(\beta^*)$.

Так как $\Delta > 0$ на множестве 2', то корень уравнения (20) не является кратным. Поэтому при переходе величины β^* через значения, соответствующие этому корню, производная $d\langle \dot{\alpha} \rangle/d\beta^*$ меняет знак, а сами эти значения являются точками экстремума функции $\langle \dot{\alpha} \rangle(\beta^*)$. Поскольку корень уравнения (20), существующий на множестве 2', отличен от нуля, то указанные точки экстремума не совпадают с точкой экстремума $\beta^* = \pi/2$. Итак, данному корню на отрезке $[0, \pi]$ соответствуют две точки экстремума, симметричные относительно точки $\beta^* = \pi/2$.

Внутри отрезка $[0, \pi]$ функция $\langle \dot{\alpha} \rangle(\beta^*)$ принимает значения одного знака. Чтобы определить этот знак, рассмотрим производную (19) данной функции при $k_1 = 0$:

$$\left. \frac{d\langle \dot{\alpha} \rangle}{d\beta^*} \right|_{\beta^*=0} = \frac{K}{1 + k_1 + k_0}. \quad (23)$$

Так как рассматриваемая функция не обращается в нуль на интервале $(0, \pi)$, то ее знак на этом интервале совпадает со знаком производной (23). Множества 2' и 3' расположены на плоскости (k_1, k_0) выше прямой $k_0 = -k_1 - 1$, т. е. на этих множествах выполнено неравенство $1 + k_1 + k_0 > 0$. Отсюда следует, что на интервале $(0, \pi)$ знаки функции $\langle \dot{\alpha} \rangle(\beta^*)$ и постоянной K совпадают.

Из установленных свойств следует, что при $K > 0$ точкам множества 2' соответствует график функции $\langle \dot{\alpha} \rangle(\beta^*)$, изображенный на рис. 2, а.

Для значений параметров k_1, k_0 , соответствующих множеству 3', функция $\langle \dot{\alpha} \rangle(\beta^*)$ не имеет на отрезке $[0, \pi]$ точек экстремума, кроме $\beta^* = \pi/2$. Поэтому при $K > 0$ точкам множества 3' соответствует график функции $\langle \dot{\alpha} \rangle(\beta^*)$, изображенный на рис. 2, б.

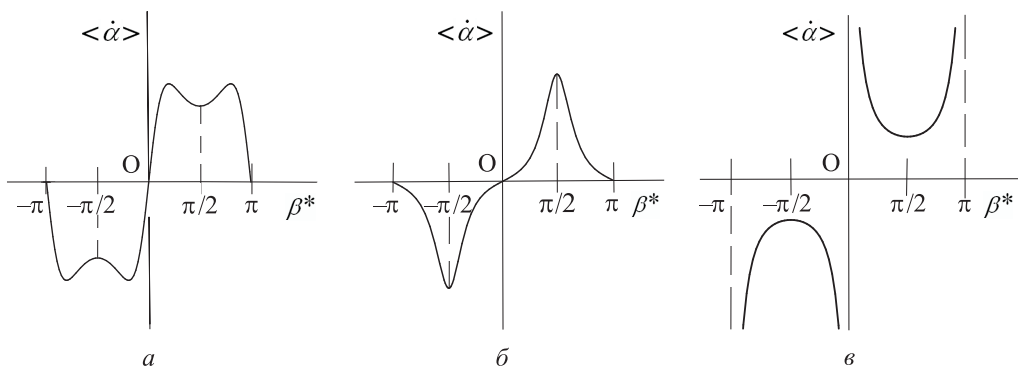


Рис. 2. Зависимость функции $\langle \dot{\alpha} \rangle$ от β^* .

При значениях параметров k_1, k_0 , соответствующих точке А, функция $\langle \dot{\alpha} \rangle(\beta^*)$ не имеет дополнительных экстремумов, но знаменатель в выражении (14) этой функции обращается в нуль при $\beta^* = 0, \pi$. График рассматриваемой функции в таком случае показан на рис. 2, в.

На отрезке ОД значение $\cos^2 \beta^* = 0$ является двукратным нулем производной $d \langle \dot{\alpha} \rangle / d\beta^*$. Поэтому рассматриваемая функция не имеет дополнительных экстремумов и ее график качественно такой же, как на рис. 2, б.

Таким образом, на рис. 2 представлены все типы графика зависимости $\langle \dot{\alpha} \rangle$ от β^* , существующие при $K > 0$. При $K < 0$ графики зависимости функции $\langle \dot{\alpha} \rangle$ от β^* получаются из изображенных на рис. 2 путем зеркального отражения относительно оси $O\beta^*$.

1. Коносевиц Ю.Б. Скорость ухода динамически несимметричного синхронного гироскопа в кардановом подвесе // Механика твердого тела. – 2009. – Вып. 39. – С. 93–103.
2. Харламов П.В. Составной пространственный маятник // Там же. – 1972. – Вып. 4. – С. 73–82.
3. Коносевиц Ю.Б. Исследование зависимости скорости ухода синхронного гироскопа в кардановом подвесе от параметров двигателя // Тр. ИПММ НАНУ. – 2009. – 19. – С. 139–146.
4. Коносевиц Б.И., Коносевиц Ю.Б. Модель электродвигателя в теории гироскопов // Там же. – 2008. – 17. – С. 88–95.
5. Коносевиц Ю.Б. Условия устойчивости стационарных режимов движения синхронного гироскопа в кардановом подвесе // Механика твердого тела. – 2003. – Вып. 33. – С. 87–93.

Yu.B. Konosevich

Investigation of the dependence of the gimbal mounted synchronous gyroscope drift rate on the inner frame swivel angle

The subject of consideration is a statically balanced gimbal mounted gyroscope with the rotor nonaxially hafted to the shaft. The device is placed on the immovable foundation, the dissipation on gimbal axis is absent, the inner frame, and the rotor form a synchronous electric motor. The investigation of the drift rate in its dependence on the inner frame swivel angle is carried out for this device.

Keywords: gimbal mounted gyroscope, dynamic asymmetry, synchronous electric motor, drift rate.

Ю.Б. Коносевиц

Дослідження залежності швидкості відходу синхронного гіроскопа у кардановому підвісі від кута повороту внутрішньої рамки

Вивчається статично врівноважений гіроскоп у кардановому підвісі з неаксіально насадженим на вал ротором. Прилад установлений на нерухомій основі, тертя на осях підвісу відсутнє, внутрішня карданова рамка та ротор утворюють разом синхронний електродвигун. У роботі проведено дослідження залежності швидкості відходу такого гіроскопа від кута повороту внутрішньої рамки підвіса.

Ключові слова: *гіроскоп у кардановому підвісі, динамічна несиметрія, синхронний електродвигун, швидкість відходу.*

Ин-т прикл. математики и механики НАН Украины, Донецк
konos@iamm.ac.donetsk.ua

Получено 15.02.10