УДК 621.397.3

В.О. Ліщина, Луцький інститут розвитку людини ВМУРоЛ “Україна”, м. Луцьк

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ЛІСОВОЇ ПОЖЕЖІ

Розглянуто вирішення важливої задачі визначення контуру низинної лісової пожежі з огляду на здійснення засобів боротьби із лісовими пожежами. Розглянуто числово-аналітичний метод визначення температурного поля у зоні пожежі. Запропоновано числово-аналітичний метод розв’язання крайової задачі із рухомими межами для визначення фронту низинної пожежі.

The decision of important task of determination the contour of low-laying area forest fire is considered, taking into account realization of facilities of fight against forest fires. It is considered numerical-analytical method of determination of the temperature field in the area of fire. It is offered numerical-analytical method of decision of regional task with mobile limits for determination of front of low-laying area fire.

Вступ

Дослідження процесу розповсюдження лісової пожежі ставить за мету визначення контуру лісової пожежі з метою організації боротьби з лісовими пожежами. Контур лісової пожежі можна визначити шляхом розв’язання загальної системи рівнянь теплового балансу у зоні пожежі [1]. Замість цієї складної системи, з якої визначаються тривимірні поля швидкостей, температур та концентрацій, можна використовувати простішу систему, яку отримують осередненням за висотою шару рослинності.

Постановка задачі

Контур пожежі у кожний момент часу можна розглядати як лінію рівня на площині (x, y) або як поверхню у просторі (x, y, t), яку можна задати у вигляді $\varphi(x, y, t) = 0$ або у явному вигляді $y = f(x, t)$. Якщо визначити кромку пожежі як ізотерму, що відповідає температурі горіння шару лісового займистого матеріалу (ЛЗМ), то для опису лінії контуру досить рівняння теплового балансу на площині x, y:

$$c_{pm}\rho_m\beta_m\left(\frac{\partial T_m}{\partial t} + \mathbf{v}_m grad\, T_m\right) = div\left(\lambda_m(1-\gamma) grad\, T_m\right) + Q_m\,, \tag{1}$$

де Q_m – тепловий потік, що виділяється при горінні ЛЗМ, c_m, ρ_m, λ_m – теплофізичні характеристики ЛЗМ.

Основна частина

Для пожеж, розмір яких у плані набагато ширше за ширину горіння, величиною теплопровідності твердого палива λ_m можна знехтувати. Тоді рівняння (1) набуває вигляду гіперболічного рівняння

$$c_{pm}\rho_m\beta_m\left(\frac{\partial T_m}{\partial t}+\mathbf{v}_m grad\,T_m\right)=Q_m\,. \tag{2}$$

Початкові умови для цього рівняння мають задаватися у вигляді

$$T_m(x,y,0)=\begin{cases}T_p & при\ x,y\in B_0,\\ T_p & при\ x,y\notin B_0.\end{cases}$$

де T_p с – температура горіння шару; B_0 с – задана область на площині (x,y), межа якої С являє собою кромку пожежі у початковий момент часу.

Якщо $\varphi(x,y,t)=0$ є рівняння контуру, функція φ має задовольняти умову Гамільтона—Якобі для рівняння (2) :

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t}+vgrad\,\varphi=0\,. \tag{3}$$

Це рівняння із початковою умовою $\varphi(x,y,0)=\varphi_0(x,y)$ розв'язується за методом характеристик, що і визначає шуканий контур розповсюдження лісової пожежі. У разі явного завдання контуру $y=f(x,t)$, $\varphi(x,y,t)=f(x,t)-y$ рівняння контуру набуває вигляду

$$\frac{\partial y}{\partial t}+v_n\sqrt{1+\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2}=0$$

з початковою умовою $y(x,0)=f(x,0)=f_0(x)$.

Виконано моделювання цих рівнянь з метою визначення контурів для випадків, коли початкові умови мають вигляд кола і еліпса.

У роботі також розглядається загальніший підхід, коли контур має складний вигляд, тобто φ_0 – початковий контур осередку пожежі Γ_0. Цей контур розбивається на елементарні відрізки в околі точок M_{i0}. Для визначення контуру лісової пожежі запишемо систему рівнянь відносно температури середовища перед фронтом і за фронтом пожежі:

$$c_{1j}\frac{\partial T_{1j}}{\partial t}+v_j\frac{\partial T_{1j}}{\partial x_j}=\lambda_{1j}\frac{\partial^2 T_{1j}}{\partial x_j^2}+\frac{\alpha_1}{h}\left(T_{1j}-T_0\right),\quad x_j<x_{*j}\,; \tag{4}$$

$$c_{2j}\frac{\partial T_{2j}}{\partial t}+v_j\frac{\partial T_{2j}}{\partial x_j}=\lambda_{2j}\frac{\partial^2 T_{2j}}{\partial x_j^2}+\frac{\alpha_2}{h}\left(T_{2j}-T_0\right),\quad x_j>x_{*j}\,. \tag{5}$$

У цій системі рівнянь параметри $c_{1j},c_{2j},v_{1j},v_{2j},\lambda_{1j},\lambda_{2j}$ вважаються відомими (у загальному випадку вони визначаються як розв'язання рівнянь гідродинаміки).

Початкова умова: $T_j(x_j,0)=T_{jn}$. Межові умови задаються у вигляді

$$T(0,t)=T_c\,; \quad T\Big|_{x=x_{*j}}=T_*\,; \tag{6}$$

$$\lambda_{1j}\frac{\partial T_{1j}}{\partial x_j}\Bigg|_{x=x_{*j}}+q\frac{dx_{*j}}{dt}=\lambda_{2j}\frac{\partial T_{2j}}{\partial x_j}\Bigg|_{x=x_{*j}}\,. \tag{7}$$

У рівняннях (4)-(6) $T_{jn}=T_*$ на контурі Γ_0; x_{*j} – координати фронту лісової пожежі, що вираховуються від точок M_{j0} по нормалі до контуру Γ_0.

Задача (4)-(7) – задача із рухомим межами, відома як задача типу Стефана. Розв'язання цієї задачі дозволяє визначити $x_{*j}(t)$ у будь-який момент часу і, отже, визначити контур Γ шляхом інтерполяції.

З метою спрощення запису системи рівнянь та межових умов опустимо індекс j і запровадимо заміну змінних:

$$T_1(x,t)=e^{-v/(2\lambda_1)x+d_1t}\theta_1(x,t);\quad T_2(x,t)=e^{v/(2\lambda_2)x+d_2t}\theta_2(x,t);\quad d_k=v^2/(4\lambda_k c_k)+\alpha_k/h\,. \tag{8}$$

Отримуємо крайову задачу із змінними межами у вигляді

$$c_1\frac{\partial\theta_1}{\partial t}=\lambda_1\frac{\partial^2\theta_1}{\partial x^2}-\frac{\alpha_1}{h}T_0,\quad x<\xi\,; \tag{9}$$

$$c_2\frac{\partial\theta_2}{\partial t}=\lambda_1\frac{\partial^2\theta_2}{\partial z^2}-\frac{\alpha_2}{h}T_0,\quad z<\xi\,; \tag{10}$$

Початкові умови:

$$\theta_1(x,0)=e^{v/(2\lambda_1)x}T_m;\quad \theta_2(z,0)=e^{-v\ /(2\lambda_2)z}T_m\,; \tag{11}$$

Межові умови:

$$\theta_1(0,t)=e^{-d_1t}T_c:\quad \theta_2(0,t)=e^{-d_2t}T_c\,; \tag{12}$$

$$\theta_1(\xi,t)=e^{v_1/(2\lambda_1)\xi-d_1t}T_m:\quad \theta_2(\xi,t)=e^{-v_2/(2\lambda_2)\xi-d_2t}T_m\,. \tag{13}$$

Умови сполучення на межі розділу фаз набувають вигляд

$$\lambda_1 e^{-v/(2\lambda_1)\xi}\left(\frac{\partial\theta_1}{\partial x}-\frac{v}{2\lambda_1}\theta_1\right)\Bigg|_{x=\xi}=q\frac{d\xi}{dt}+\lambda_2 e^{v/(2\lambda_2)\xi}\left(\frac{\partial\theta_2}{\partial z}+\frac{v}{2\lambda_2}\theta_2\right)\Bigg|_{z=\xi}\,. \tag{14}$$

Власні функції для крайових задач мають вигляд:

$$X_n(x)=\frac{2}{\xi}\sin\beta_n x;\quad Z_n(z)=\frac{2}{\xi}\sin\beta_n z\,.$$

$$\overline{\theta}_1(\beta_n,t)=\int_0^{\xi}\theta_1(x,t)X_n(x)dx;\quad \overline{\theta}_2(\beta_n,t)=\int_0^{\xi}\theta_2(z,t)Z_n(z)dz\,.$$

Рівняння (9), (10) набувають вигляд:

$$\frac{c_k}{\lambda_k}\frac{d\overline{\theta}_k}{dt}+\beta_n^2\overline{\theta}_k=R_k(\xi)-\frac{\alpha_k}{h\lambda_k}T_0;\quad k=1,2\,; \tag{15}$$

$$R_k(\xi)=e^{-d_kt}\left[e^{\pm v\ /(2\lambda_k)\xi}T_0-T_m\right]; \tag{16}$$

$$\overline{\theta}_k(\beta_n,0)=\overline{T}_c;\quad \overline{T}_c=\int_0^{\xi}\frac{2}{\xi}\sin\beta_n x e^{\pm v/(2\lambda_k)x}dx\,. \tag{17}$$

Із урахуванням виразів (16),(17) розв'язання рівняння (15) запишеться як

$$\overline{\theta}_k(\beta_n,t)=e^{-a_{k,n}t}\left(\overline{T}_c+\frac{\alpha_k}{ha_{k,n}}T_c\right)-\frac{\alpha_k}{ha_{k,n}}T_c+\frac{1}{d_k-a_{k,n}}\left(e^{-a_{k,n}t}-e^{-d_k t}\right)\left[e^{\pm v/(2\lambda_k)\xi}T_0-T_m\right]. \tag{18}$$

У цьому виразі $a_{k,n}=\dfrac{\lambda_k}{c_k}\beta_n^2$.

Розв'язання крайової задачі (9)-(13) має вигляд:

$$\theta_1(x,t)=\sum_n\frac{2}{\xi}\sin\beta_n x\overline{\theta}_1(\beta_n,t);\quad \theta_2(z,t)=\sum_n\frac{2}{\xi}\sin\beta_n z\overline{\theta}_2(\beta_n,t)\,. \tag{19}$$

Ці розв'язання мають задовольняти умову сполучення (14). Маємо:

$$\frac{\partial\theta_1}{\partial x}=\sum_n\beta_n\frac{2}{\xi}\sin\beta_n x\overline{\theta}_1(\beta_n,t);\quad \frac{\partial\theta_2}{\partial z}=\sum_n\beta_n\frac{2}{\xi}\sin\beta_n z\overline{\theta}_2(\beta_n,t)\,.$$

Підстановка цих виразів в умову сполучення (14) призводить до диференціального рівняння відносно межі розділу $\xi(t)$ фази горіння $T_1(\xi,t)$ і фази гасіння пожежі $T_2(\xi,t)$.

$$\frac{d\xi}{dt}=\frac{1}{q}\left\{\lambda_1 e^{-v/(2\lambda_1)\xi}\sum_n\frac{2}{\xi}\left[\beta_n\cos\beta_n\xi-\frac{v}{2\lambda_1}\sin\beta_n\xi\right]\right\}\overline{\theta}_1(\beta_n,t)-$$

$$-\frac{1}{q}\left\{\lambda_2 e^{v/(2\lambda_{12})\xi}\sum_n\frac{2}{\xi}\left[\beta_n\cos\beta_n\xi-\frac{v}{2\lambda_2}\sin\beta_n\xi\right]\right\}\overline{\theta}_2(\beta_n,t)\,. \tag{20}$$

Це рівняння перепишемо у такій формі.

$$\frac{d\left(\xi^2/2\right)}{dt}=\frac{1}{q}\lambda_1\sum_n\left[\beta_n e^{-v/(2\lambda_1)\xi}\cos\beta_n\xi-\frac{v}{2\lambda_1}e^{-v/(2\lambda_1)\xi}\sin\beta_n\xi\right]\overline{\theta}_1(\beta_n,t)-$$

$$-\frac{1}{q}\lambda_2\sum_n\left[\beta_n e^{v/(2\lambda_2)\xi}\cos\beta_n\xi-\frac{v}{2\lambda_1}e^{v/(2\lambda_2)\xi}\sin\beta_n\xi\right]\overline{\theta}_2(\beta_n,t)=F(\xi,t)\,. \tag{21}$$

У виразі (17)

$$\overline{T}_c(\xi)=\frac{\xi n\pi}{\xi^2\left(v/2\lambda_k\right)^2+n^2\pi^2}\left[1-(-1)^{n-1}e^{\pm v/(2\lambda_k)\xi}\right]. \tag{22}$$

З урахуванням того, що $\beta_n=n\pi/\xi$, замість рівняння (21) отримаємо таке:

$$\frac{d\left(\xi^2/2\right)}{dt}=\frac{1}{q}\sum_{n=1}\beta_n(-1)^{n-1}\left[\lambda_1 e^{-v/(2\lambda_1)\xi}\overline{\theta}_1(\beta_n,t)-\lambda_2 e^{v/(2\lambda_2)\xi}\overline{\theta}_2(\beta_n,t)\right].$$

Інтегрування цього рівняння дозволяє визначити закон зміни у часі межі розділу фаз.

$$\frac{1}{2}\xi^2(t)=\frac{1}{q}\int_0^t\sum_{n=1}\frac{n\pi}{\xi}(-1)^{n-1}\left[\lambda_1 e^{-v/(2\lambda_1)\xi}\overline{\theta}_1(\beta_n,t)-\lambda_2 e^{v/(2\lambda_1)\xi}\overline{\theta}_2(\beta_n,t)\right]dt\,. \qquad (23)$$

Оскільки пряме інтегрування рівняння (21) утруднюється за наявності функції ξ у знаменнику виразу (22), доцільно це рівняння апроксимувати різницевим рівнянням із кроком τ :

$$\xi_{i+1}=\xi_i+\tau F(\xi_i,t_i)\,.$$

Розв'язання (19) та (23) отримують для кожної із ділянок контуру Γ_0. Далі можна виконати інтерполяцію отриманих частинних контурів.

1. *Доррер Г.А.* Математические модели динамики лесных пожаров.—М.: Лесн. пром-сть, 1979.—161 с.
2. *Зеленський К.Х., Ігнатенко В.М., Коц О.П.* Комп'ютерні методи прикладної математики. - К.: Академперіодика, 2002.—480 с.

Поступила 19.01.2009р.

УДК 621.3

В.О. Пелішок , к.т.н., доцент, НУ «Львівська Політехніка» каф. ТК

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА НАПРАВЛЕНОЇ ДІЇ НЕПЕРЕРВНИХ АНТЕННИХ РЕШІТОК

The purpose of this article is to show that existing methods of antennas characteristic calculation provide some inaccuracies. Thus, was designed new method, which provides more precise calculation results. This method and example of calculation are shown in this article.

В даній роботі показано, що загальноприйняті способи визначення КНД неперервних лінійних АР забезпечують занижені, або завищені значення реального КНД множника АР. Тому запропоновано спосіб визначення реального значення КНД множника досліджуваної неперервної АР заданої довжини *Ln*. Приведено приклади визначення реального значення КНД.

1. Відмінність між КНД простих антен та антенних решіток

В табл. 1 приведені значення коефіцієнта направленої дії (КНД) деяких простих випромінювачів та антенн.

Варто зауважити, що на практиці часто виникає потреба в значно більших значеннях КНД (10 та більше). Але для простих антен значення КНД, приведені в табл.1, являються максимальними. Зовсім інша ситуація виникає при застосуванні антенних решіток (АР). В них немає принципових обмежень для забезпечення будь-якого значення КНД. Справа в тому, що для

