

Модель формостійкості пористої пластини в процесі природного осушення

Богдана Гайвась

К. ф.-м. н., с. н. с., Центр математичного моделювання Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Дудаєва, 15, Львів, 79005

Сформульовано задачу формостійкості пластини в процесі її природного сушіння. Для опису зміни вологовмісту в пористому шарі використано модель еквівалентної пори. Густина пароповітряної суміші в пористому тілі та примежовому шарі знаходиться з системи нелінійних диференціальних рівнянь Стефана-Максвелла. Визначено зміну вологовмісту в тілі та показано, що густина пари і її тиск у порах істотно залежать від координати границі фазового переходу. Встановлено закон руху межі розділу фаз рідина–газ у часі. Ці характеристики покладені в основу математичної задачі про стійкість плоскої форми рівноваги пористої пластини за дії стискаючого зовнішнього навантаження.

Ключові слова: стійкість форми рівноваги, природне осушення, вологоперенесення, пористий шар.

Вступ. Задачі формостійкості під час осушування плоских пористих об'єктів виникають у деревообробній, будівельній промисловостях тощо. Короблення пластин у процесі сушіння зумовлює актуальність задачі про формостійкість. Втрата стійкості плоскої форми пластини може виникати за рахунок стискаючих напружень, якщо пластину навантажено стискаючими зусиллями, або зміщення на її контурі обмежені в'язями [1]. Самозрівноважені вологісні напруження впливають на жорсткість пластини та величину зовнішнього критичного навантаження. Критичні значення параметрів такої системи можна знайти з умов термодинамічної рівноваги.

Метою цієї роботи є постановка задачі формостійкості пластини в процесі природного осушення. При побудові моделі стійкості пластин використовуємо підхід, запропонований у монографії [1].

Розподіл вологи у пористій пластині знаходимо з розв'язку відповідної граничної задачі, яка відповідає її природному осушенню [2].

У літературі розглядають різні підходи до опису процесів масоперенесення під час сушіння: моделювання багатофазних процесів у порах, які в основному трактуються як циліндричні капіляри [3], та підхід Ликова [4-6], за яким процеси випаровування досліджують у рамках моделі взаємопроникаючих суцільних середовищ. Зокрема, у праці [3] аналізують конкретні капілярні властивості пористого матеріалу і на цій основі описують вологоперенесення в ньому.

Побудову й аналіз задачі осушування початково-насиченого вологою пористого шару товщини $2L_0$ зреалізуємо, використовуючи модельні уявлення роботи [3].

Розглянемо вплив симетричного осушення на дослідження стійкості плоскої форми рівноваги пластини. Для опису моделі пористого шару, який осушується, приймемо найпростішу модель пористого тіла — модель еквівалентної пори. Поток повітря в пори будемо нехтувати. У процесі осушення за товщиною виникають газова та рідинна зони. Ширина газової зони зростає з часом. У газовій (осушеній) зоні пористого шару та в прилежовому шарі товщиною δ [7-8] будемо враховувати дифузійне та фільтраційне перенесення пароповітряної суміші, яке в області $L_0 < y < L_0 + \delta$ прилежового шару описується системою рівнянь Стефана-Максвелла [3]

$$D_1 \frac{\partial \rho_a}{\partial y} - \rho_a v = 0, \quad \frac{\partial}{\partial y} \left(D_1 \frac{\partial \rho_v}{\partial y} - \rho_{vv} \right) = 0, \quad \frac{\rho_a}{M_a} + \frac{\rho_v}{M_v} = \frac{P_{g1}}{RT}. \quad (1)$$

На внутрішній поверхні $y = L_0$ прилежового шару (рис. 1) виконується умова

$$\rho_v v - D_1 \frac{\partial \rho_v}{\partial y} = j. \quad (2)$$

На зовнішній поверхні $y = L_0 + \delta$

$$\rho_v = \rho_{v1}, \quad \rho_a = \rho_{a1}, \quad \rho_{a1} = \frac{M_a P_{g1}}{RT} - \frac{M_a}{M_v} \rho_{v1}. \quad (3)$$

Тут ρ_v, ρ_a — густина пари та повітря відповідно, ρ_{v1}, ρ_{a1} — густина пари та повітря на поверхні $y = L_0 + \delta$, v — середньомасова швидкість, j — потік пари, P_{g1} — атмосферний тиск зовні шару ($y > L_0$), D_1 — коефіцієнт дифузії в прилежовому шарі, M_a, M_v — молекулярні маси повітря та пари.

Процес вологоперенесення в осушеній газовій зоні пористого шару $L_m < y < L_0$ також описується рівняннями (1), проте тиск газу P залежить від координати та

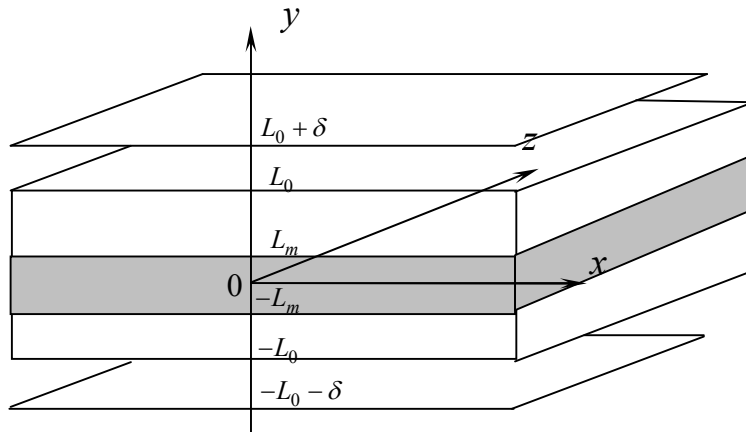


Рис. 1. Модель осушення з урахуванням осушеної та рідинної зон

середньомасова швидкість v визначається рівнянням Дарсі $v = -\frac{K}{\mu_g} \frac{\partial P}{\partial y}$, де K —

коефіцієнт проникливості, μ_g — коефіцієнт динамічної в'язкості газу, L_m — координата межі розділу фаз газ-рідина всередині пористого шару. Тоді рівняння перенесення вологи в області $L_m < y < L_0$ набувають вигляду

$$\rho_a \frac{K}{\mu_g} \frac{\partial P}{\partial y} + D \frac{\partial \rho_a}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho_v \frac{K}{\mu_g} \frac{\partial P}{\partial y} + D \frac{\partial \rho_v}{\partial y} \right) = 0. \quad (4)$$

Умови на поверхнях газової зони подамо так

$$\rho_v \frac{K}{\mu_g} \frac{\partial P}{\partial y} + D \frac{\partial \rho_v}{\partial y} = -j, \quad y = L_0, \quad (5)$$

$$\rho_v = \rho_n, \quad y = L_m, \quad (6)$$

де ρ_n — густина насиченої пари за заданої температури.

Рівняння (1)-(6) складають повну систему співвідношень для опису процесу сушіння пористого шару в стаціонарному випадку.

1. Побудова розв'язку задачі

Схема розв'язування задачі (1)-(6) полягає у побудові розв'язку допоміжної задачі (1)-(3) та використанні його для встановлення розв'язку системи рівнянь (4)-(6).

Розв'язок задачі (1)-(3) в примезовому шарі отримано в роботі [2]

$$\rho_v = M_v \left[\frac{P_{g1}}{RT} - \left(\frac{P_{g1}}{RT} - \frac{M_a}{M_v} \rho_{v1} \right) e^{-\frac{v}{D_1}(L_0 + \delta - y)} \right],$$

$$\rho_a = M_a \left(\frac{P_{g1}}{RT} - \frac{M_a}{M_v} \rho_{v1} \right) e^{-\frac{v}{D_1}(L_0 + \delta - y)},$$

де $v = jRT / (M_v P_{g1})$. При цьому на поверхні $y = L_0$ отримаємо

$$\rho_v = M_v \left[\frac{P_{g1}}{RT} - \frac{\rho_{a1}}{M_a} e^{-\frac{v}{D_1} \delta} \right], \quad \rho_a = \rho_{a1} e^{-\frac{v}{D_1} \delta}. \quad (7)$$

Для побудови розв'язку задачі (4)-(6) про масоперенесення в газовій зоні всередині пористого шару перейдемо до безрозмірних густин ξ_a, ξ_v та координати κ

$$\xi_a = \frac{\rho_a}{\rho_{a1}}, \quad \xi_v = \frac{\rho_v}{\rho_n}, \quad \kappa = \frac{y}{L_0}. \quad (8)$$

Тоді рівняння (4) з урахуванням (8) набудуть вигляду

$$\frac{d\xi_a}{d\kappa} + b \frac{d\xi_v}{d\kappa} + a \frac{1}{\xi_a} \frac{d\xi_a}{d\kappa} = 0, \quad \xi_v \left(\frac{d\xi_a}{d\kappa} + b \frac{d\xi_v}{d\kappa} \right) + a \frac{d\xi_v}{d\kappa} = -\frac{jL_0 a}{D\rho_n} \quad (9)$$

за крайових умов

$$\xi_v = 1 \quad \text{для} \quad \kappa = \frac{L_m}{L_0}, \quad (10)$$

$$\xi_a = e^{\gamma_1 b}, \quad \xi_v = \frac{1}{b} (C_0 - e^{\gamma_1 b}) \quad \text{для} \quad \kappa = 1, C_0 = 1 + \frac{\rho_{v1}}{\rho_{a1}} \frac{M_a}{M_v}, \quad (11)$$

де $\gamma_1 = -\frac{v}{D_1}$, $a = \frac{\mu_g DM_a}{K\rho_{a1}RT}$, $b = \frac{\rho_n M_a}{\rho_{a1} M_v}$, R, T — газова стала й абсолютна температура. Відносна насиченість f тіла визначається відношенням маси рідини в довільний момент часу до маси в початковий, тобто $f = \frac{\Pi\rho_L SL_m}{\Pi\rho_L SL_0} = \kappa_m$, тому співпадає з межею розділу фаз κ_m . Тут Π — пористість, S — площа поперечного перерізу пори.

За нехтування потоком повітря в пори [2], отримуємо співвідношення для безрозмірної густини пари в осушеній зоні

$$\xi_v(\kappa, \kappa_m) = a_1 + \sqrt{a_4(\kappa_m) + a_3|\kappa|}. \quad (12)$$

Тут $a_1 = -\frac{1+a}{b}$, $a_2 = (1-a_1)^2$, $a_3(\kappa_m) = -2a_1\Gamma_0\lambda$, $a_4(\kappa_m) = a_2 - a_3\kappa_m$,

$$\Gamma_0 = C_0 \frac{L_0 D_1}{\delta D}, \quad \lambda = -\frac{(1-\eta_0)}{a_1 - \eta_0 + \Gamma_0 a_1 (1-\kappa_m)} [2a_1 - \eta_0 - 1]. \quad (13)$$

Потік пари при цьому визначається співвідношенням [2]

$$j = -\frac{DM_v P}{RT\delta} \lambda b.$$

Отже, потік пари є функція координати межі розділу фаз κ_m , температури, коефіцієнтів дифузії та проникливості в порах і примежовому шарі.

Математичний опис процесу осушування пористого тіла на основі моделі еквівалентної пори дає можливість знайти не тільки характеристики процесу в осушеній зоні, але й закон руху межі розділу фаз рідина-газ у часі [2]

$$\kappa_m = \left(\frac{B}{\Gamma_0} \right) - \sqrt{\left(1 - \frac{B}{\Gamma_0} \right)^2 + 2 \frac{\Omega}{\Gamma_0} t}, \quad (14)$$

$$\text{де } \Omega = \left\{ b \left[1 + \frac{b}{2(1+a)} \right] - (C_0 - 1) \left[1 + \frac{C_0 - 1}{2(1+a)} \right] \right\} \frac{DM_v P}{RT \delta}, \quad B = 1 + \frac{C_0 - 1}{1+a} + \Gamma_0.$$

Вологовміст згідно термінології [4] в осушеній зоні в процесі поглиблення межі фазового переходу $0 \leq \kappa_m \leq 1$ можна подати у вигляді

$$W_v(\kappa, \kappa_m) = \frac{\rho_v \Pi}{\rho_s (1 - \Pi)} (1 - \kappa_m). \quad (15)$$

У неосушеній зоні ($0 < \kappa < \kappa_m$) вологовміст також змінюється зі зміною κ_m

$$W_L(\kappa_m) = \frac{\rho_L \Pi}{\rho_s (1 - \Pi)} \kappa_m. \quad (16)$$

Тут $\rho_L = m_L / V_L$, $\rho_s = m_s / V_s$ — «істинні» густини рідини та сухого скелета відповідно.

Зміни вологовмісту за товщиною пластини в рідинній $\tilde{\eta}_L(y, t) = W_L - W_0$ та осушеній $\tilde{\eta}_v(y, t) = W_v - W_0$ зонах, де $W_0 = \frac{\rho_L \Pi}{\rho_s (1 - \Pi)}$ — вологовміст у початко-

вий момент часу, дають можливість встановити поле вологісних деформацій $Q(y, t)$ (дисторсію), яка пов'язана з усадкою матеріалу. У загальному вигляді дисторсію можна записати так: $Q(W) = Q_L(W(\kappa_m)) \Xi(0, \kappa_m) + Q_v(W(\kappa, \kappa_m)) \Xi(\kappa_m, 1)$, де $\Xi(y_1, y_2) = \sigma_0(y - y_1) - \sigma_0(y - y_2)$ — характеристична функція відрізка; $\sigma_0(y - y_i)$ — функція Хевісайда; $Q_L(W(\kappa_m)) = \beta_L \tilde{\eta}_L(W(\kappa_m))$ ($0 < \kappa < \kappa_m$) — вологісна деформація в неосушеній зоні, а $Q_v(W(\kappa, \kappa_m)) = \beta_v \tilde{\eta}_v(W(\kappa, \kappa_m))$ — в осушеній; β_L, β_v — коефіцієнти усадки у рідинній та осушеній зонах матеріалу відповідно.

2. Стійкість плоскої форми рівноваги пластини

Розглянемо пластину, в серединній площині якої прикладені зовнішні зусилля. Окрім того, розподіл вологи, спричинений осушенням за товщиною, є нерівномірний. Пластина може втрачати стійкість у зонах дії стискаючих напружень, зумовлених зовнішніми зусиллями та нерівномірним розподілом вологи. Важливо знати найменше значення критичного навантаження, або значення відносної критичної вологості, за яких може виникнути поряд з основною друга форма рівноваги.

У тонких пластинах напруження $\sigma_y, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}$ нехтовно малі порівняно з $\sigma_x, \sigma_z, \sigma_{xz}$.

Модуль пружності E та коефіцієнти усадки β залежать від вологовмісту, тобто $E(W) = E(x, y, z), \beta(W) = \beta(x, y, z)$. Коефіцієнт Пуассона ν вважаємо сталим. Згідно гіпотези прямих нормалей тангенціальні переміщення точок шару такі: $u_y = u - y \frac{\partial w}{\partial x}, v_y = v - y \frac{\partial w}{\partial z}$. Для деформацій видовжень і зсувів можна запи-

сати [1]: $\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2$, $\varepsilon_z = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2$, $\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial z}$, а кривизни деформованої серединної поверхні: $k_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$, $k_z = -\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}$, $k_{xz} = -\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z}$.

У теорії пластин замість напружень вигідно розглядати статично еквівалентні сили та моменти. Зусилля та моменти, які діють на одиницю ширини перерізу елемента площини, будуть

$$\begin{aligned} T_{11} &= \int_{-L_0}^{L_0} \sigma_x dy = B[\varepsilon_x + \nu \varepsilon_z] - T_W, & T_{22} &= \int_{-L_0}^{L_0} \sigma_z dy = B[\varepsilon_z + \nu \varepsilon_x] - T_W, \\ T_{12} &= \int_{-L_0}^{L_0} \sigma_{xz} dy = \frac{1}{2}(1-\nu) B \gamma_{xz}; \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} M_{11} &= \int_{-L_0}^{L_0} \sigma_x y dy = D[k_x + \nu k_z] - M_W, & M_{22} &= \int_{-L_0}^{L_0} \sigma_z y dy = D[k_z + \nu k_x] - M_W, \\ M_{12} &= \int_{-L_0}^{L_0} \sigma_{xz} y dy = D(1-\nu) k_{xz}, \end{aligned} \quad (18)$$

де

$$\begin{aligned} B(x, z) &= \frac{1}{(1-\nu^2)} \int_{-L_0}^{L_0} E(W) dy, & D(x, z) &= \frac{1}{(1-\nu^2)} \int_{-L_0}^{L_0} E(W)(y-y_0)^2 dy, \\ T_W &= \frac{1}{(1-\nu)} \int_{-L_0}^{L_0} E(W) Q[W(y)] dy, \\ M_W &= \frac{1}{(1-\nu)} \int_{-L_0}^{L_0} E(W) Q[W(y)](y-y_0) dy, \end{aligned}$$

y_0 — віддаль поверхні від серединної площини, відносно якої величина

$$A(x, z) = \int_{-L_0}^{L_0} E(x, y, z)(y-y_0) dy = 0.$$

Виключимо з виразів (18) переміщення u, v , тоді приходимо до такого рівняння сумісності деформацій

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{xz}}{\partial x \partial z} = \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}.$$

Якщо внести в це рівняння вираз деформацій через зусилля та ввести функцію Φ за формулами

$$T_{11} = 2L_0 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}, \quad T_{22} = 2L_0 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}, \quad T_{12} = -2L_0 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial z}, \quad (19)$$

то отримуємо рівняння сумісності деформацій

$$\begin{aligned} & \frac{1}{B} \nabla^2 \nabla^2 \Phi + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{B} \right) \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 \Phi + 2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{B} \right) \frac{\partial}{\partial z} \nabla^2 \Phi + \nabla^2 \left(\frac{1}{B} \right) \nabla^2 \Phi - \\ & - (1 + \nu) H \left(\Phi, \frac{1}{B} \right) = - \frac{1}{4L_0} (1 - \nu^2) H(w, w) - (1 - \nu) \frac{1}{2L_0} \nabla^2 \left(\frac{T_T}{B} \right), \end{aligned} \quad (20)$$

де $H \left(\Phi, \frac{1}{B} \right) = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{1}{B} \right) + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{1}{B} \right) - 2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial z} \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \left(\frac{1}{B} \right)$, $H(w, w) = 2(k_x k_z - k_{xz}^2)$,

∇^2 — оператор Лапласа в площині xz .

Подано зусилля T_{ij} ($i = 1, 2$) через функцію напружень за формулами (19), тоді рівняння рівноваги елемента пластини з урахуванням повороту зусиль T_{ij} в

площині xz $\frac{\partial T_{11}}{\partial x} + \frac{\partial T_{12}}{\partial z} = 0$, $\frac{\partial T_{22}}{\partial z} + \frac{\partial T_{12}}{\partial x} = 0$ задовольняються тотожно. Виразивши

перерізуючі зусилля \tilde{Q}_x, \tilde{Q}_z через прогин, рівняння

$$\frac{\partial \tilde{Q}_x}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{Q}_z}{\partial z} = -T_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - T_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} - 2T_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z}$$

набуде вигляду

$$\begin{aligned} & D \nabla^2 \nabla^2 w + 2 \frac{\partial D}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 w + 2 \frac{\partial D}{\partial z} \frac{\partial}{\partial z} \nabla^2 w + \nabla^2 D \nabla^2 w - \\ & - (1 - \nu) H(D, w) = 2L_0 H(\Phi, w) - \nabla^2 M_W. \end{aligned} \quad (21)$$

Задача про згин і стійкість пластин у процесі осушення зводиться до інтегрування двох сумісних рівнянь у часткових похідних (20), (21) відносно функцій Φ, w . За симетричного осушення $M_W = 0$.

Якщо характеристики $E = const$, $\beta = const$, то отримаємо

$$\nabla^2 \nabla^2 \Phi = - \frac{1}{2} E H(w, w) - E \nabla^2 T_W^1, \quad D \nabla^2 \nabla^2 w = 2L_0 H(\Phi, w), \quad (22)$$

де $T_W^1 = \frac{1}{2L_0} \int_{-L_0}^{L_0} Q[W(y)] dy$.

Подамо $w = w_0 + w_1$, $\Phi = \Phi_0 + \Phi_1$, де w_0, Φ_0 — розв’язки системи рівнянь (20), (21). Використовуючи ці рівняння, отримаємо диференціальне рівняння для збурень w_1, Φ_1 , які пов’язані з випучуванням,

$$\frac{1}{B} \nabla^2 \nabla^2 \Phi_1 + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{B} \right) \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 \Phi_1 + 2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{B} \right) \frac{\partial}{\partial z} \nabla^2 \Phi_1 + \nabla^2 \left(\frac{1}{B} \right) \nabla^2 \Phi_1 - (1+\nu) H \left(\Phi_1, \frac{1}{B} \right) = -\frac{1}{4L_0} (1-\nu^2) \{ H(w_0, w_1) + H(w_1, w_1) \}, \quad (23)$$

$$D \nabla^2 \nabla^2 w_1 + 2 \frac{\partial D}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 w_1 + 2 \frac{\partial D}{\partial z} \frac{\partial}{\partial z} \nabla^2 w_1 + \nabla^2 D \nabla^2 w_1 - (1-\nu) H(D, w_1) = 2L_0 \{ H(\Phi_0, w_1) + H(\Phi_1, w_0) + H(\Phi_1, w_1) \}. \quad (24)$$

Параметри зміни вологості входять у (20), (21) при визначенні w_0, Φ_0 .

Граничні умови за шарнірного закріплення такі: $w = 0, M_x = D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + M_w = 0$.

Якщо на контурі не прикладено ніяких зовнішніх зусиль, то $T_{11} = 2L_0 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0$,

$T_{12} = -2L_0 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial z} = 0$. За закріплення країв, які не допускають переміщення в площині xz : $w = 0, D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + M_w = 0, u = v = 0$. Якщо краї можуть зміщуватися пара-

лельно самі собі, то $u = v = const$. У випадку защемлених країв: $w = 0, \frac{\partial w}{\partial x} = 0$,

$T_{11} = 2L_0 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0, T_{12} = -2L_0 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial z} = 0$.

Задача про випучування в геометрично лінійній постановці від нерівномірного розподілу вологовмісту за товщиною, якщо характеристики матеріалу не залежать від вологовмісту, зводиться до інтегрування системи рівнянь

$$\nabla^2 \nabla^2 \Phi = 0, \quad \nabla^2 \nabla^2 w_1 = T_{11} \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} + T_{22} \frac{\partial^2 w_1}{\partial z^2} + 2T_{12} \frac{\partial^2 w_1}{\partial x \partial z}. \quad (25)$$

Висновки. Сформульовано задачу про стійкість плоскої форми рівноваги пластини з нерівномірним розподілом вологи за товщиною, яка описується співвідношеннями (1)-(6) і (23)-(24) або (25) із відповідними механічними умовами закріплення. Розв’язок задачі вологоперенесення за товщиною дає змогу визначити залежність нерівномірності вологовмісту за товщиною від коефіцієнтів дифузії та проникливості в прилеглому шарі та порах, тиску газу, вологості та тиску атмосферного повітря, товщини пористого матеріалу та прилеглому шару, яка,

свою чергою, залежить від умов взаємодії тіла із зовнішнім середовищем, в'язкості газу та пористості матеріалу [7, 8]. Результати числових досліджень показали, що залежність відносної насиченості в часі є параболічна. Зусилля T_{11} , T_{22} залежать від координати фазового переходу, яка змінюється в часі. Знаючи критичний вологовміст відносно зовнішніх навантажень як такий, що призводить до випучування, можна говорити про критичний час, з яким пов'язана втрата стійкості за прикладених відомих зовнішніх зусиль. Цей підхід дає можливість досліджувати вплив на нерівномірність розподілу вологовмісту внутрішніх капілярних, дифузійних механізмів масоперенесення та зовнішніх конвективно-дифузійних процесів. На стійкість пластини впливають прикладені зовнішні сили та нерівномірний розподіл вологовмісту за товщиною та граничні умови. Аналогічно задача ставиться і за конвективного осушення.

Література

- [1] *Огибалов, П. Г.* Термоустойчивость пластин и оболочек / *П. Г. Огибалов, В. Ф. Грибанов.* — Москва: Изд-во Моск. ун-та, 1968. — 518 с.
- [2] *Бурак, Я.* До математичного моделювання процесів сушки пористих тіл / *Я. Бурак, В. Кондрат, Б. Гайвась* // Інформатично-математичне моделювання складних систем – MIMUZ'2002. — Львів: Ахіл, 2002. — С. 153-159.
- [3] *Хейфец, Л. И.* Многофазные процессы в пористых средах / *Л. И. Хейфец, Ф. В. Неймарк.* — Москва: Химия, 1982. — 320 с.
- [4] *Лыков, А. В.* Теория сушки / *А. В. Лыков.* — Москва: Энергия, 1968. — 465 с.
- [5] *Бакалець, А. В.* Моделювання нелінійних тепломасообмінних процесів у висушуваній деревині методом скінченних елементів / *А. В. Бакалець, Я. І. Соколовський* // Вісник Національного університету «Львівська політехніка». Комп'ютерна інженерія та інформаційні технології. — 2005. — Вип. 543. — С. 58-63.
- [6] *Рыжов, А. Ф.* Математическая модель процессов нагрева и кинетики сушки влажных материалов / *А. Ф. Рыжов* // Математическое моделирование. Днепродзержинский ДТУ. — 2004. — № 1(11). — С. 46-50.
- [7] *Романенко, П. Н.* Тепломассообмен и трение при градиентном течении жидкостей / *П. Н. Романенко.* — Москва: Энергия, 1971. — 321 с.
- [8] *Галин, Н. М.* Тепло-массообмен (в ядерной энергетике) / *Н. М. Галин, П. Л. Кириллов.* — Москва: Энергоатомиздат, 1987. — 376 с.

A model of form stability of a porous plate during the process of natural drying

Bogdana Gayvas

A problem of plate form stability during the process of natural drying is formulated. For description of the change of moisture content the model of an equivalent pore is accepted. The density of the air-vapor mixture is found from the set of Stefan-Maxwell nonlinear differential equations. The change of moisture content by thickness is determined. It is shown that the vapor density and pressure in pores change with phase transfer boundary coordinate changes. The time law of motion of fluid-gas interphase boundary is established. These characteristics are key for construction of the mathematical model about stability of flat form of porous plate equilibrium under action of a compressing external load.

Модель формоустойчивости пористой пластины в процессе природной сушки

Богдана Гайвась

Сформулирована задача формоустойчивости пластины в процессе ее природной сушки. Для описания изменения влагосодержания в пористом слое использована модель эквивалентной поры. Плотность паровоздушной смеси в пористом теле и пограничном слое определяется из системы нелинейных дифференциальных уравнений Стефана-Максвелла. Найдено изменение влагосодержания в теле и показано, что плотность пара и ее давление в порах существенно зависят от координаты границы фазового перехода. Установлен закон движения границы раздела фаз жидкость-газ во времени. Эти характеристики положены в основу математической задачи об устойчивости плоской формы равновесия пористой пластины при действии сжимающей внешней нагрузки.

Представлено професором Є. Чаплею

Отримано 16.05.10