

До вивчення електросейсмічного ефекту в пористих насичених тілах

Василь Кондрат¹, Софія Твардовська²

¹ д. ф.-м. н., с. н. с., Центр математичного моделювання ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Дудасва, 15, Львів, 79005, e-mail: kon@cmmm.lviv.ua

² Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Наукова, 3б, Львів, e-mail: sofi.lviv@gmail.com

Отримано та проаналізовано розв'язки просторово одновимірної задачі про електромеханічні (електросейсмічні) коливання насиченого розчином електроліту пористого шару під дією зовнішнього гармонічного за часом електричного поля. При цьому знехтувано впливом механічних коливань на електромагнітне поле. Це дозволило задачу електромеханіки розв'язувати поетапно: спершу визначити гармонічне електричне поле з рівнянь електродинаміки, а потім — механічні хвильові поля за відомими пондеромоторними силами. Проведено кількісні дослідження параметрів механічних коливань залежно від таких фізико-механічних і структурних параметрів шару, як цементованість, пористість, проникність, гідродинамічна звивистість.

Ключові слова: пористе насичене тіло, електросейсмічний ефект, структурні та фізико-механічні параметри.

Вступ. Явище породження електромагнітного поля механічною хвилею в пористих насичених розчином електроліту тілах (сейсмоелектричний ефект E в ґрунтах, гірських породах тощо) вперше було виявлено в 1939 році [4]. В 1961 році експериментально зареєстровано зворотний, електросейсмічний ефект [1]. У наукових дослідженнях останніх десятиліть обсяг вивчення ефектів взаємозв'язку механічних і електричних полів у пористих тілах збільшується (наприклад, див. [6-8, 10-12, 14, 17-22]). Однак, основна увага в цих роботах надається сейсмоелектричному ефекту та його застосуванню в геофізичних дослідженнях. Електросейсмічний ефект практично не вивчали. Можна відзначити хіба роботу [7], у якій зроблено порівняльний аналіз різних фізичних механізмів ефекту. Водночас, параметри механічних коливань, спричинених змінним електричним полем, пов'язані як із структурними, так і з електрокінетичними характеристиками тіла. Це може дати можливість за електросейсмічними вимірюваннями отримувати додаткову чи уточнюючу інформацію про такі важливі параметри середовища, як проникність, пористість, звивистість тощо. Метою роботи є вивчення такої можливості.

1. Постановка задачі

Розглядаємо віднесений до декартової системи координат (x, y, z) безмежний пористий насичений розчином електроліту шар $(-l \leq x \leq l)$. До поверхонь $x = \pm l$

шару прикладено змінну різницю електричних потенціалів $U = \pm U_a \cos(\omega t)$, де U_a — амплітуда, ω — циклічна частота. В такому разі в шарі виникає змінне електричне поле, яке взаємодіє з електричними зарядами подвійного електричного шару. Відповідні цій взаємодії пондеромоторні сили приведуть до коливань скелета тіла і порової рідини та їх відносного зміщення. Внаслідок цього виникне збурення електромагнітного поля. Повну систему макроскопічних співвідношень для опису взаємозв'язаних механічних та електромагнітних процесів у тілі (система рівнянь електромагнітної механіки) приведено в роботах [12, 21]. Вона включає рівняння балансу маси, руху, електромагнітного поля, визначальні та геометричні співвідношення.

Проведені раніше дослідження [7, 8, 14] показали, що збурення електричного поля, викликаного механічним рухом, значно менше за величину первинно створюваного змінного поля. Тому можна знехтувати збуренням електричного поля порівняно з первинним полем і систему рівнянь електромагнітної механіки розв'язувати у невзаємозв'язаному наближенні, коли на першому етапі з рівнянь електродинаміки визначають електромагнітне поле, за нехтування впливом механічних полів, а потім знаходять механічні поля, зумовлені дією пондеромоторних сил.

Для задачі, яка розглядається, первинне змінне електричне поле характеризується однією ненульовою компонентою $\vec{E} = (E, 0, 0)$ і залежить лише від часу $E = E(t)$. Його компоненти визначаються амплітудою електричного потенціалу на поверхні шару так, що за дії гармонічної різниці потенціалів амплітуди U_a для напруженості електричного поля одержуємо

$$E = \frac{U_a}{l} \cos(\omega t) = E_a \cos(\omega t), \quad E_a = \frac{U_a}{l}. \quad (1)$$

Механічні поля будемо визначати з рівнянь, ключова форма яких у лінеаризованому наближенні має вигляд

$$\begin{aligned} \alpha_{10}\rho_0^{(1)} \frac{\partial^2 u^{(1)}}{\partial t^2} &= \frac{\alpha_{10}}{\beta} \left[(1 - \nu_f) \alpha_{20} \frac{\partial^2 u^{(2)}}{\partial x^2} + \alpha_{10} \frac{\partial^2 u^{(1)}}{\partial x^2} \right] + \\ &+ A \left(\frac{\partial u^{(2)}}{\partial t} - \frac{\partial u^{(1)}}{\partial t} \right) + \rho_{12} \left(\frac{\partial^2 u^{(2)}}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u^{(1)}}{\partial t^2} \right) + \alpha_{10} \rho_{e0}^{(1)} f_E^{(1)} E_0, \\ \alpha_{20}\rho_0^{(2)} \frac{\partial^2 u^{(2)}}{\partial t^2} &= \alpha_{20} \left(K_f + \frac{4}{3} G_f \right) \frac{\partial^2 u^{(2)}}{\partial x^2} + \\ &+ \frac{\alpha_{20} (1 - \nu_f)}{\beta} \left[(1 - \nu_f) \alpha_{20} \frac{\partial^2 u^{(2)}}{\partial x^2} + \alpha_{10} \frac{\partial^2 u^{(1)}}{\partial x^2} \right] - \\ &- A \left(\frac{\partial u^{(2)}}{\partial t} - \frac{\partial u^{(1)}}{\partial t} \right) - \rho_{12} \left(\frac{\partial^2 u^{(2)}}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u^{(1)}}{\partial t^2} \right) + \\ &+ \left[\alpha_{20} \rho_{e0}^{(2)} f_E^{(2)} + D_{0S} s_{12} (f_E^{(2)} - f_E^{(1)}) \right] E_0. \end{aligned} \quad (2)$$

Тут $u^{(j)}$ — просторово усереднені (макроскопічні) переміщення (значення верхнього індексу $j = 1$ відповідає рідині, а $j = 2$ — скелету); α_{10} — значення параметра пористості у вихідному стані, $\alpha_{20} = 1 - \alpha_{10}$; $\rho_e^{(j)}$ — густина електричного заряду, $\rho_{e0}^{(j)}$ — її вихідне значення; D_{0S} — значення індукції електричного поля на поверхні контакту фаз у вихідній ситуації; ρ_{12} — параметр приєднаної маси; K_f, G_f — ефективні модулі стиску та зсуву; ν_f — цементованість матеріалу; $\beta = \alpha_{10}\beta^{(1)} + \alpha_{20}\beta^{(2)}$, $\beta^{(1)}$ і $\beta^{(2)}$ — стисливості матеріалу фаз; s_{12} — густина площі поверхні контакту фаз; $A = \alpha_{10}\eta/k_p$, η — коефіцієнт в'язкості рідини, k_p — коефіцієнт проникності; $f_E^{(j)} = (\varepsilon - \varepsilon^{(3-j)}) / [\alpha_j(\varepsilon^{(j)} - \varepsilon^{(3-j)})]$, $\varepsilon, \varepsilon^{(j)}$ — абсолютні діелектричні проникності середовища та фаз.

Розглянемо такі умови на шукані функції $u^{(j)}(x, t)$ ($j = 1, 2$) на поверхнях шару.

1. Поверхні шару заземлені (наприклад, жорсткими електродами). У цьому випадку переміщення скелету та рідини на поверхнях $x = \pm l$ дорівнюють нулеві

$$u^{(1)}(x, t) = 0, \quad u^{(2)}(x, t) = 0, \quad x = \pm l. \quad (3)$$

2. Поверхні шару вільні від зовнішнього силового навантаження. Тоді повинні виконуватись умови рівності нулю суми механічного зусилля та відповідних компонент тензорів натягів Максвелла для скелета та порової рідини (поза шаром електричне поле відсутнє). Для просторово одновимірної задачі, яку розглядаємо, умови, записані через ключові функції векторів переміщення в рідкій та твердій фазах і напруженості електричного поля, є такі

$$\left[\left(K_f + \frac{4}{3}G_f \right) - \frac{(1 - \nu_f)^2}{\beta} \right] \frac{\partial u^{(2)}}{\partial x} + (1 - \nu_f) \frac{\alpha_{10}}{\beta} \frac{\partial u^{(1)}}{\partial x} + \varepsilon^{(2)} (f_E^{(2)})^2 E_0^2 = 0, \\ \frac{(1 - \nu_f)}{\beta} \frac{\partial u^{(2)}}{\partial x} + \frac{\alpha_{10}}{\beta} \frac{\partial u^{(1)}}{\partial x} + \varepsilon^{(1)} (f_E^{(1)})^2 E_0^2 = 0. \quad (4)$$

Зазначимо принагідно, що нелінійність тензора натягів Максвелла приведе до виникнення незалежної від часу сили, яка буде діяти на шар. Щоб компенсувати цю дію (яка може спричинити стаціонарний рух шару), до шару необхідно прикласти деяке зусилля P_z так, щоб усереднена швидкість шару дорівнювала нулеві. Будемо вважати, що таке зусилля прикладено.

Надалі зручно перейти до комплексних функцій. Проведемо це стандартним чином [9]. При цьому вигляд лінійних рівнянь (2) й умов (3) не змінюється, а співвідношення (1), (4) набудуть вигляду

$$E = \frac{u_a}{l} e^{i\omega t} = E_a e^{i\omega t}, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \left[\left(K_f + \frac{4}{3} G_f \right) - \frac{(1-\nu_f)^2}{\beta} \right] \frac{\partial u^{(2)}}{\partial x} + (1-\nu_f) \frac{\alpha_{10}}{\beta} \frac{\partial u^{(1)}}{\partial x} + \\ & + \frac{1}{2} \varepsilon^{(2)} \left(f_E^{(2)} \right)^2 \left[\frac{1+i}{2} E_a^2 + \frac{1-i}{4} E_a^2 \left(e^{2i\omega t} + e^{-2i\omega t} \right) \right] = 0, \\ & \frac{(1-\nu_f)}{\beta} \frac{\partial u^{(2)}}{\partial x} + \frac{\alpha_{10}}{\beta} \frac{\partial u^{(1)}}{\partial x} + \\ & + \frac{1}{2} \varepsilon^{(1)} \left(f_E^{(1)} \right)^2 \left[\frac{1+i}{2} E_a^2 + \frac{1-i}{4} E_a^2 \left(e^{2i\omega t} + e^{-2i\omega t} \right) \right] = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

2. Розв'язок задачі

Розв'язок задачі (2), (3) шукаємо у вигляді суми загального $u_0^{(j)}(x, t)$ однорідної та часткового розв'язку $u_n^{(j)}(t)$ неоднорідної системи рівнянь (2)

$$u^{(j)}(x, t) = u_0^{(j)}(x, t) + u_n^{(j)}(t). \quad (7)$$

Частковий розв'язок неоднорідної системи рівнянь (2) задаємо виразами

$$\begin{aligned} u_n^{(1)}(t) &= u_{n0}^{(1)} e^{i\omega t}, & u_n^{(2)}(t) &= u_{n0}^{(2)} e^{i\omega t}, \\ u_{n0}^{(1)} &= -\frac{\rho_{e0}^{(1)} f_E^{(1)} E_0}{\omega^2 \rho_0^{(1)}}, & u_{n0}^{(2)} &= \frac{\left[\alpha_{20} \rho_{e0}^{(1)} f_E^{(2)} + D_{0S} s_{12} \left(f_E^{(2)} - f_E^{(1)} \right) \right] E_0}{\alpha_{20} \rho_0^{(2)} \omega^2}. \end{aligned} \quad (8)$$

Загальний розв'язок $u_0^{(j)}(x, t)$ однорідної системи рівнянь (2) має вигляд

$$u_0^{(j)}(x, t) = \sum_{n=1}^4 u_{0n}^{(j)} e^{-ik_n x + i\omega t}, \quad (9)$$

де хвильові числа k_n ($n = \overline{1, 4}$) є розв'язки характеристичного (дисперсійного) рівняння

$$a_1 k^4 + b_1 k^2 + c_1 = 0, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \text{Тут } a_1 &= -\frac{\alpha_{10} \alpha_{20}}{\beta_c k_0^4} \left\{ \Lambda_{KG} + \frac{\alpha_{20}}{\beta_c} (1-\nu_f) \left[1 - \alpha_{10} (1-\nu_f) \right] \right\}, & b_1 &= \frac{1}{k_0^2} \left\{ \alpha_{20} \left[\Lambda_{KG} + \frac{\alpha_{20}}{\beta_c} (1-\right. \right. \\ & \left. \left. -\nu_f) (1 + \alpha_{10}) \right] \right\} (\eta_{12} - i\eta_n) + \frac{\alpha_{20} r_{10}}{k_0^2} \left[\Lambda_{KG} + \frac{\alpha_{20}}{\beta_c} (1-\nu_f) \right] + \frac{\alpha_{10}}{\beta_c} r_{20}, & c_1 &= -r_{10} r_{20}, \end{aligned}$$

$$-(\eta_{12} - i\varepsilon_\eta), \quad k_0 = \frac{\omega}{v}, \quad r_{10} = \frac{\rho_0^{(1)}}{\rho_0}, \quad r_{20} = \frac{\rho_0^{(2)}}{\rho_0}, \quad \eta = \frac{\rho_{12}}{\rho_0}, \quad \Lambda_{KG} = \frac{K_f + \frac{4}{3}G_f}{\rho_0 v_0^2}, \quad \beta_c = \beta \rho_0 v_0^2,$$

$\rho_0 = \alpha_{10}\rho_0^{(1)} + \alpha_{20}\rho_0^{(2)}$, v — характерна швидкість поширення хвилі.

Відповідно до рівнянь (2) між амплітудами $u_{0n}^{(1)}$ та $u_{0n}^{(2)}$ існують співвідношення

$$u_{0n}^{(2)} = a_{1n} u_{0n}^{(1)}, \quad a_{1n} = \frac{\beta \rho_0^{(1)} \omega^2 - k_n^2}{k_n^2 \alpha_{20} (1 - v_f)}, \quad n = \overline{1, 4}. \quad (11)$$

Підставляючи розв'язки (9) і співвідношення (11) у граничну умову (3), для амплітуд $u_{0n}^{(1)}$ одержуємо

$$u_{0n}^{(1)} = \frac{D_{1n}}{D_1}, \quad (12)$$

де D_1 — визначник системи рівнянь, яка відповідає граничним умовам (3). Його компоненти d_{rm} ($r, n = \overline{1, 4}$) задано виразами

$$d_{1mn} = \exp\left[(-1)^m i k_n l\right], \quad d_{1pn} = a_{1n} \exp\left((-1)^p i k_n l\right), \quad m = 1, 2; \quad p = 3, 4; \quad n = \overline{1, 4}, \quad (13)$$

а визначники D_{1n} ($n = \overline{1, 4}$) отримують заміною n -ого стовпця визначника D_1 стовпцем $(g_{11}, g_{12}, g_{13}, g_{14})^T$, компонентами якого є

$$g_{11} = g_{12} = u_{n0}^{(1)} e^{i\omega t}, \quad g_{13} = g_{14} = u_{n0}^{(2)} e^{i\omega t}. \quad (14)$$

Співвідношення (7)-(9), (12)-(14) визначають розв'язок задачі (2), (3).

Згідно вигляду неоднорідних членів у рівняннях і граничних умовах, розв'язок задачі (2), (6) подамо сумою незмінного за часом доданку та доданків, які відповідають першій і другій гармонікам

$$u^{(j)}(x, t) = u_0^{(j)}(x) + u_1^{(j)} e^{i\omega t} + \sum_{n=1}^4 u_{2n}^{(j)} e^{-ik_{2n}x + 2i\omega t} + \sum_{n=1}^4 u_{-2n}^{(j)} e^{-ik_{2n}x - 2i\omega t}, \quad (15)$$

де

$$u_1^{(j)} = u_{n0}^{(j)}, \quad u_0^{(j)} = A_j^*(x+l) \quad (j = 1, 2). \quad (16)$$

Тут

$$A_1^* = -\frac{\beta}{2} \varepsilon^{(1)} A_1 \left(f_E^{(1)}\right)^2 E_0^2, \quad A_1 = \frac{\alpha_{10} \beta \left(K_f + \frac{4}{3} G_f\right)}{\alpha_{20} (1 - v_f)},$$

$$A_2^* = \frac{\varepsilon^{(1)} f_E^{(1)} [\beta A_1 A_3 - \alpha_{10} (1 - \nu_f) A_2] - \varepsilon^{(2)} A_1 (f_E^{(2)})^2 E_0^2}{2(1 - \nu_f) - \beta A_1 A_4}, \quad A_2 = \frac{A_1}{\alpha_{10}} + 1 - \nu_f,$$

$$A_3 = (A_1 + \alpha_{10} A_2) A_{30}, \quad A_4 = \alpha_{10} A_{30}, \quad A_{30} = \frac{\left(K_f + \frac{4}{3} G_f\right) - \alpha_{20} (1 - \nu_f)^2}{\beta \alpha_{20} A_2 (1 - \nu_f)}.$$

Рівняння для визначення хвильових чисел $k_{\pm 2n}$ ($n = \overline{1, 4}$) має вигляд (10), де коефіцієнти a_1, b_1, c_1 потрібно замінити відповідно коефіцієнтами a_2, b_2, c_2 чи a_{-2}, b_{-2}, c_{-2} , які визначаються виразами

$$a_2 = a_{-2} = a_1,$$

$$b_{\pm 2} = \frac{4}{k_0^2} \left\{ \alpha_{20} \left[\Lambda_{KG} - \frac{\alpha_{20}}{\beta_c} (1 - \nu_f) \right] (r_{10} + \eta_{12} \mp 0, 5i\varepsilon_\eta) + \right.$$

$$\left. + 2 \frac{\alpha_{10} \alpha_{20}}{k_0^2 \beta_c} (1 - \nu_f) (\eta_{12} \mp 0, 5i\varepsilon_\eta) + \frac{\alpha_{10}^2}{\beta_c} (r_{20} + \eta_{12} \mp 0, 5i\varepsilon_\eta) \right\},$$

$$c_{\pm 2} = 16 \left[(r_{10} + \eta_{12} \mp 0, 5i\varepsilon_\eta) (r_{20} + \eta_{12} \mp 0, 5i\varepsilon_\eta) + (\eta_{12} \mp 0, 5i\varepsilon_\eta)^2 \right].$$

Амплітуди $u_{\pm 2n}^{(2)}$ і $u_{\pm 2n}^{(1)}$ у формулі (15) пов'язані між собою співвідношенням

$$u_{\pm 2n}^{(2)} = a_{\mp 2} u_{\pm 2n}^{(1)}, \quad (17)$$

$$\text{де } a_{\pm 2} = \frac{4\alpha_{10}\rho_0^{(1)}\omega^2 - \alpha_{10}k_{2n}^2 \mp 2Ai\omega + 4\rho_{12}\omega^2}{\alpha_{10}\alpha_{20}\beta^{-1}(1 - \nu_f)k_{2n}^2 \mp 2Ai\omega + 4\rho_{12}\omega^2}.$$

Підставляючи розв'язки (13) і співвідношення (17) у граничні умови (6), для амплітуд $u_{\pm 2n}^{(1)}$ отримуємо

$$u_{\pm 2n}^{(1)} = \frac{D_{\pm 2n}}{D_{\pm 2}}. \quad (18)$$

Тут $D_{\pm 2}$ — визначники систем рівнянь, які відповідають граничним умовам (9) для гармонічних множників $\exp(2i\omega t)$ й $\exp(-2i\omega t)$. Компоненти цих визначників задано виразами

$$d_{\pm 2mn} = k_{\pm 2n} (a_{\pm 2} B_1 + B_2) \exp[(-1)^m i k_{\pm 2n} l],$$

$$d_{\pm 2pn} = k_{\pm 2n} (a_{\pm 2} B_3 + B_4) \exp[(-1)^p i k_{\pm 2n} l], \quad m = 1, 2; \quad p = 3, 4; \quad n = \overline{1, 4}, \quad (19)$$

де $B_1 = K_f + \frac{4}{3}G_f - (1 - \nu_f)^2 / \beta$, $B_2 = (1 - \nu_f)\alpha_{10}/\beta$, $B_3 = (1 - \nu_f)/\beta$, $B_4 = \alpha_{10}/\beta$.

Визначники $D_{\pm 2n}$ отримуються заміною n -ого стовпця визначників $D_{\pm 2}$ стовпцем $(g_{\pm 21}, g_{\pm 22}, g_{\pm 23}, g_{\pm 24})^T$ із компонентами

$$\begin{aligned} g_{\pm 21} = g_{\pm 22} = F_1, \quad F_1 &= \frac{1+i}{8} \varepsilon^{(2)} (f_E^{(2)})^2 E_a^2, \\ g_{\pm 23} = g_{\pm 24} = F_2, \quad F_2 &= \frac{1+i}{8} \varepsilon^{(1)} (f_E^{(1)})^2 E_a^2. \end{aligned} \quad (20)$$

Для практики лабораторних досліджень зразків пористих матеріалів важливо знати зв'язок параметрів механічних коливань, збуджених змінним електричним полем, зі структурними та фізико-механічними параметрами матеріалу зразка. Такі відомості — основа кількісних оцінок характеристик матеріалу за результатами вимірювань параметрів коливань. Надалі кількісно проаналізуємо отримані вирази для механічних переміщень залежно від таких важливих для геофізичної практики характеристик, як проникність, пористість, концентрація порового розчину, звивистість каналів, зцементованість.

3. Результати кількісного аналізу

Приймемо, що для густини s_{12} площі поверхні контакту твердої та рідкої фаз виконується співвідношення Козені-Кармана [5]

$$s_{12} = \frac{\alpha_{10}^3}{f T_{\Gamma} k_p}. \quad (21)$$

Якщо порова рідина є водний розчин симетричного бінарного електроліту, то в наближенні Дебая-Хюккеля [2] для густини електричного заряду $\rho_{e0}^{(1)}$ можна записати [12]

$$\rho_{e0}^{(1)} = \sqrt{\frac{2\varepsilon^{(1)} C_0 \alpha_{10}}{f R T k_p}} \frac{z F_f \phi_1}{T_{\Gamma}}, \quad (22)$$

де C_0 — концентрація електроліту, ϕ_1 — потенціал поверхні найбільшого наближення іонів [13], T — абсолютна температура, R — газова стала, F_f — стала Фарадея, f — параметр форми пор, T_{Γ} — звивистість, z — валентність іонів.

Зауважимо, що для розчинів невисокої концентрації з достатньою точністю можна взяти, що $\phi_1 = \zeta$ [13], де ζ — дзета-потенціал. У такому разі підстановка формули (22) у розв'язки (7), (15) дає нам можливість у розглянутому наближенні встановити зв'язок параметрів коливань із такими характеристиками тіла, як дзета-потенціал і концентрація порового розчину.

Розв'язки (7), (15) сформульованих задач електросейсміки дозволяють у лінеаризованому наближенні визначити компоненти $\sigma_{xx}^f, \sigma_{yy}^f, \sigma_{zz}^f$ ефективних напружень у тілі за формулами

$$\sigma_{xx}^f = \alpha_{20} \left[\left(K_f + \frac{4}{3} G_f \right) \frac{\partial u^{(2)}}{\partial x} + v_f p^{(1)} \right], \quad (23)$$

$$\sigma_{yy}^f = \sigma_{zz}^f = \alpha_{20} \left[\left(K_f - \frac{2}{3} G_f \right) \frac{\partial u^{(2)}}{\partial x} + v_f p^{(1)} \right], \quad (24)$$

де тиск у рідині $p^{(1)}$ визначається виразом

$$p^{(1)} = -\frac{1}{\beta} \left[\alpha_{10} \vec{\nabla} \cdot \vec{u}^{(1)} + \alpha_{20} (1 - v_f) \vec{\nabla} \cdot \vec{u}^{(2)} \right]. \quad (25)$$

Як видно з виразів (7)-(9), (11)-(14), (15) амплітуди переміщень частоти зовнішнього електричного поля, а з огляду на формули (23), (24), компоненти напружень є лінійні функції густини електричного заряду $\rho_{e0}^{(1)}$. Згідно виразу (22) для $\rho_{e0}^{(1)}$, вони є пропорційні дзета-потенціалу й амплітуді E_a напруженості зовнішнього електричного поля та квадратному кореню від концентрації розчину C_0 . Оскільки генерація хвилі другої гармоніки пов'язана з дією тензора натягів Максвелла, то амплітуда хвиль другої гармоніки не залежатиме від густини заряду $\rho_{e0}^{(1)}$, а отже і від дзета-потенціалу та концентрації порового розчину.

Кількісні розрахунки для хвиль першої гармоніки, результати яких подано на рисунках, проводилися за таких значень характеристик матеріалу шару $\rho_0^{(1)} = 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\rho_0^{(2)} = 2,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $v = 2 \cdot 10^3 \text{ м/с}$, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-11} \text{ Ф/м}$, $\epsilon^{(1)} = 81$, $\epsilon^{(2)} = 8$, $\epsilon = 18$, $\eta = 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$, $K_f = 5 \cdot 10^{10} \text{ Па}$, $G_f = 3 \cdot 10^9 \text{ Па}$, $\beta^{(1)} = 4,4 \cdot 10^{-10} \text{ Па}^{-1}$, $\beta^{(2)} = 1,25 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$, $z = 1$, $\zeta = 0,1 \text{ В}$, $T = 300 \text{ К}$, $f = 2,5$.

На рис. 1 показано залежність від часу усередненого переміщення рідини для першого (рис. 1а) та третього (рис. 1б) резонансів за різних значень параметра v_f зцементованості. Бачимо, що амплітуда коливань для першого резонансу зростає зі збільшенням параметра v_f , а для третього — зменшується. Аналогічний характер має часова залежність для амплітуди коливань твердої фази (скелета). Однак спостерігається зсув за фазою відносно переміщень рідкої фази (рис. 2). Бачимо також, що фаза коливань рідини та скелета залежить від параметра зцементованості. Це може бути основою для застосування фазових вимірювань для оцінки цього параметра.

Для дослідження залежності параметрів коливань від параметрів пористості, проникності, звивистості необхідно враховувати, що у реальному тілі ці параметри пов'язані між собою. У літературі такий зв'язок шукають, виходячи з певних структурних моделей пористого тіла, або ж знаходять його експериментально.

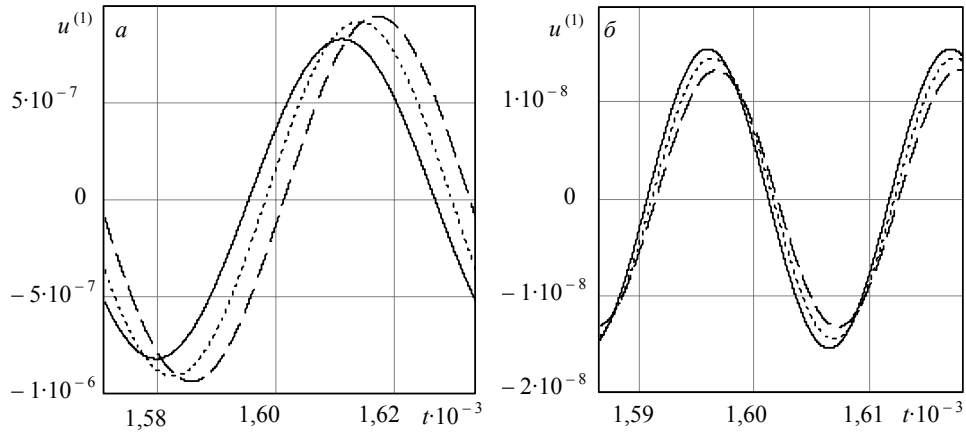


Рис. 1. Часова залежність усередненого переміщення в рідині для першого (а) та третього (б) резонансів у точці $x = 0$ за $\omega = 10^5 \text{ c}^{-1}$ (а), $\omega = 3 \cdot 10^5 \text{ c}^{-1}$ (б), $l = 0,0684 \text{ м}$, $E_0 = 10^3 \text{ В/м}$, $\nu_f = 0,4; 0,5; 0,6$ (суцільні, пунктирні та штрихові лінії відповідно)

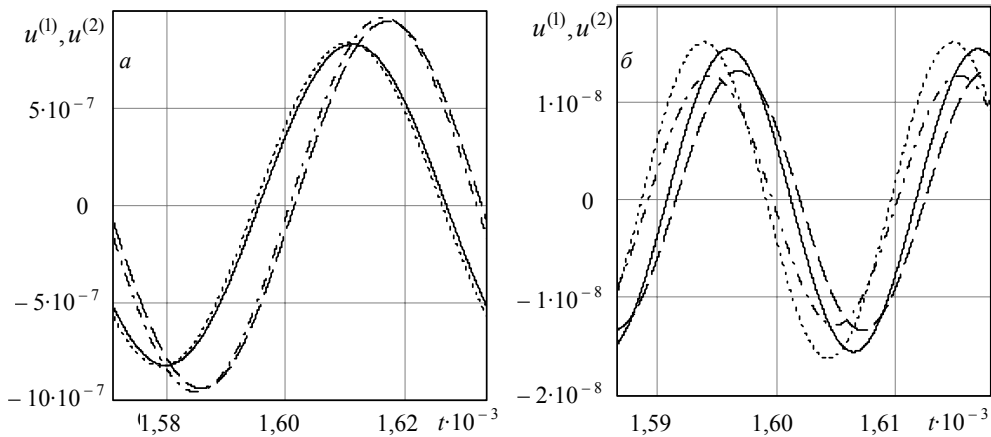


Рис. 2. Часова залежність усередненого переміщення в рідині (суцільні та штрихові лінії) та скелеті (пунктирні та штрих-пунктирні лінії) для першого (а) та третього (б) резонансів у точці $x = 0$ за $\omega = 10^5 \text{ c}^{-1}$ (а), $\omega = 3 \cdot 10^5 \text{ c}^{-1}$ (б), $l = 0,0684 \text{ м}$, $E_0 = 10^3 \text{ В/м}$, $\nu_f = 0,4; 0,6$ (суцільні та пунктирні; штрихові та штрих-пунктирні лінії відповідно)

У роботі [3] приведено диференціальне співвідношення, яке пов'язує зміни коефіцієнтів проникності та пористості. Воно базується на використанні капілярної моделі пористого тіла, запропонованої в [12, 13]. Інтегрування цього співвідношення дає

$$k_p = C_p \frac{\alpha_{10}^{2+\gamma}}{\alpha_{10}^{2+\gamma}} / (1 - \alpha_{10})^{2+\gamma}, \quad (26)$$

де γ — структурний параметр, який набуває кількісних значень [3] $\gamma \in [-1,25; -1,8]$, C_p — стала величина, що відображає співвідношення між вибраними («почат-

ковими») експериментальними значеннями коефіцієнтів проникності k_p та пористості α_{10} і структурним параметром γ для гірської породи, яка досліджується. Приймаючи для середньопроникних порід (пісковики, гравеліти тощо) [5] $\alpha_{10} = 0,125$, $k_p = 5 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2$, $\gamma = -1,5$, отримуємо $C_p = 7,68 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2$. Для низькопроникних (згідно [3]) порід (пісковики, алевроліти тощо), вибираючи ті ж значення параметрів α_{10} і γ та $k_p = 5 \cdot 10^{-13} \text{ м}^2$, маємо $C_p = 7,68 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2$. Зазначимо, що, згідно наведених у [5] даних, для низькопроникних порід коефіцієнти проникності та пористості можуть набувати значень $k_p \in [10^{-13}, 10^{-12}] \text{ м}^2$, $\alpha_{10} \in [0,05; 0,20]$. Таким чином, взяті кількісні значення є деякі середні величини для вибраного типу порід. Це ж стосується і параметра γ .

У роботі [5] наведено результати експериментального дослідження взаємозв'язку між параметрами пористості α_{10} , проникності k_p та густини площі поверхні розділу фаз s_{12} для пісковиків та алевролітів Грозненського району. Їх обробка дає наближену формулу

$$\frac{\alpha_{10}^3}{k_p s_{12}^3} = 37,2 \cdot 10^{-4} (\text{м}). \quad (27)$$

При цьому густина площі поверхні розділу фаз змінюється в інтервалі $s_{12} \in [2 \cdot 10^4, 2 \cdot 10^5] \text{ м}^{-1}$.

У [5] також приведено експериментальні результати дослідження залежності між коефіцієнтом проникності k_p та параметром звивистості T_Γ для пісчано-алевролітових порід Узеня. Цю залежність наближено подамо виразом

$$k_p^2 T_\Gamma^{-7} = 10^{-20} \quad \text{або} \quad k_p = 10^{-10} / T_\Gamma^{7/2}, \quad T_\Gamma = 1,389 \cdot 10^{-3} / k_p^{2/7}. \quad (28)$$

Формули (26)-(28) використано для дослідження часової залежності усередненої амплітуди коливань скелета за першого резонансу для різних значень параметрів пористості, проникності та звивистості. Результати подано на рис. 3. Криві на рис. 3а обчислені з використанням співвідношення (26) $T_\Gamma = 5$; на рис. 3б — співвідношень (27), (28) за $s_{12} = 8 \cdot 10^4 \text{ м}^{-3}$; на рис. 3с — співвідношення (28) за $\alpha_0^{(1)} = 3$. Бачимо, що і амплітуда коливань, і фаза нелінійно залежать від параметрів проникності, пористості та звивистості. Зі збільшенням пористості у вказаному діапазоні амплітуда коливань спочатку зменшується, а потім збільшується (рис. 3а). Це ж стосується і залежності амплітуди від коефіцієнта проникності (рис. 3б). Збільшення звивистості призводить до збільшення амплітуди коливань скелета (рис. 3с). Характер залежності може бути відмінним для інших діапазонів зміни вказаних параметрів. Наприклад, як показує кількісний аналіз, у діапазоні $\alpha_{10} \in [3, 4]$ більшим значенням параметра проникності відповідають більші значення амплітуди. Подібний характер залежності спостерігається і для другого та

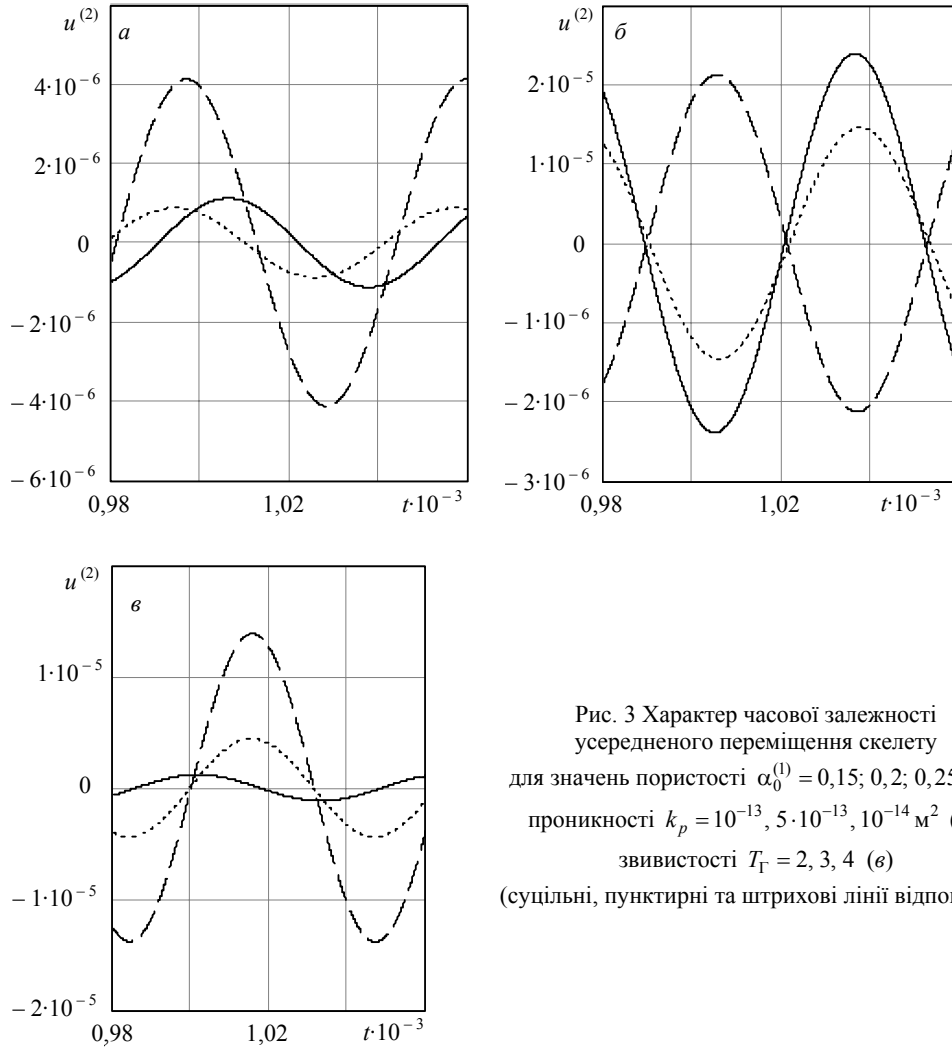


Рис. 3 Характер часової залежності усередненого переміщення скелету для значень пористості $\alpha_0^{(1)} = 0,15; 0,2; 0,25$ (а), проникності $k_p = 10^{-13}, 5 \cdot 10^{-13}, 10^{-14} \text{ м}^2$ (б), звивистості $T_\Gamma = 2, 3, 4$ (в) (суцільні, пунктирні та штрихові лінії відповідно)

третього резонансів. Зсув фаз між коливаннями з різними коефіцієнтами $\alpha_{10}, k_p, T_\Gamma$ для цих резонансів може бути суттєвішим, ніж для першого резонансу. Отож дослідження електросейсмічних коливань пористих насичених тіл можуть бути корисні для вивчення їх характеристик. Однак, розробка методу таких досліджень потребує подальшого вивчення цього явища.

Висновки. Зроблено постановку одновимірної за координатою задачі про електромеханічні (електросейсмічні) коливання насиченого розчином електроліту пористого шару під дією зовнішнього гармонічного за часом електричного поля. Впливом механічних коливань на електромагнітне поле знехтувано. Це дозволило задачу електромеханіки розв'язувати поетапно. Спершу визначити гармонічне

електричне поле з рівнянь електродинаміки, а потім — механічні хвильові поля за відомими пондеромоторними силами. Отримано та проаналізовано розв'язки сформульованої задачі за умови заземлених або вільних від силового навантаження поверхонь шару. Проведено кількісні дослідження параметрів механічних коливань залежно від таких фізико-механічних і структурних параметрів шару, як зцементованість, пористість, проникність, гідродинамічна звивистість. При цьому для адекватності такої залежності використано встановлені на основі модельних побудов або експериментально зв'язки між параметрами пористості, проникності, звивистості. Виявлені закономірності можуть бути корисні для лабораторних чи польових електросейсмічних досліджень гірських порід.

Література

- [1] *Анциферов, М. С.* Электро-сейсмический эффект / *М. С. Анциферов* // Доклады Академии Наук СССР. — 1962. — Т. 144, № 6. — С. 1295-1297.
- [2] *Дерягин, Б. В.* Поверхностные силы / *Б. В. Дерягин, Н. В. Чураев, В. М. Муллер.* — Москва: Наука, 1985. — 398 с.
- [3] *Добрынин, В. М.* Деформации и изменения физических свойств коллекторов нефти и газа / *В. М. Добрынин.* — Москва: Недра, 1970. — 239 с.
- [4] *Иванов, А. Д.* Эффект электризации пластовых залежей при прохождении через них упругих волн / *А. Д. Иванов* // Доклады АН СССР. — 1939. — Т. 24, № 11. — С. 41-43.
- [5] *Кобранова, В. Н.* Петрофизика / *В. Н. Кобранова.* — Москва: Недра, 1986. — 392 с.
- [6] Общие черты проявления сейсмoeлектрических эффектов 1-ого и 2-ого рода в Саратовском Заволжье, Днепрово-Донецкой впадине и Западной Сибири / *А. Н. Кузнецов, И. П. Соколов, И. П. Мороз* и др. // Изв. РАН. Физика Земли. — 2007. — № 4. — С. 48-52.
- [7] Основы сейсмoeлектроразведки / *О. А. Потапов, С. А. Лизун, В. Ф. Кондрат* и др. — Москва: Недра, 1995. — 268 с.
- [8] *Пархоменко, Э. И.* Явления электризации в горных породах / *Э. И. Пархоменко.* — Москва: Недра, 1968. — 225 с.
- [9] *Подстригач, Я. С.* Магнитоупругость электропроводных тел / *Я. С. Подстригач, Я. И. Бурак, В. Ф. Кондрат.* — Киев: Наук. думка, 1982. — 296 с.
- [10] *Светов, Б. С.* К теоретическому обоснованию сейсмoeлектрического метода геофизической разведки / *Б. С. Светов* // Геофизика. — 2000. — № 1. — С. 28-39.
- [11] *Светов, Б. С.* Скважинные исследования сейсмoeлектрических явлений / *Б. С. Светов, О. А. Агеева, В. С. Лисицын* // Геофизика. — 2001. — № 3. — С. 44-48.
- [12] Фізико-математичне моделювання складних систем / *Я. Й. Бурак, С. Я. Чапля, Т. С. Нагірний* та ін.; під ред. *Я. Й. Бурака, С. Я. Чаплі.* — Львів: СПОЛОМ, 2004. — 264 с.
- [13] *Фридрихсберг, Д. А.* Курс коллоидной химии / *Д. А. Фридрихсберг.* — Ленинград: Химия, 1974. — 352 с.
- [14] *Черняк, Г. Я.* Электромагнитные методы в гидрогеологии и инженерной геологии / *Г. Я. Черняк.* — Москва: Недра, 1987. — 213 с.
- [15] *Fatt, I.* The Network Model of Porous Media / *I. Fatt* // Petr. Trans. AIME. — 1956. — V. 207.
- [16] *Marshall, A.* Relation Between Permeability and Size Distribution of Pores / *A. Marshall* // J. Soil. Sci. — 1958. — V. 9, No 1.
- [17] *Benchi, C.* Experimental Studies of Seismoelectric Effects in Fluid-Saturated Porous Media / *C. Benchi, M. Yongguang* // J. Geophys. Eng. — 2005. — Vol. 2. — P. 222-230.
- [18] Fractal Properties of Medium and Seismoelectric Phenomena / *V. V. Surkov, S. Uyeda, H. Tanaka, M. Hayakawa* // J. of geodynamics. — 2002. — Vol. 33, No 4-5. — P. 477-478.
- [19] *Garambois, S.* Seismoelectric Wave Conversion in Porous Media: Field Measurements and Transfer Function Analysis / *S. Garambois, M. Dietrich* // Geophysics. — 2001. — Vol. 66, No 5. — P. 1417-1430.

- [20] *Mikhailov, O. V.* Electroseismic Investigation of the Shallow Subsurface: Field Measurements and Numerical Modeling / *O. V. Mikhailov, M. W. Haarsen, M. N. Toksöz* // *Geophysics*. — 1997. — Vol. 62, No 1. — P. 97-105.
- [21] *Pride, S.* Governing Equations for the Coupled Electromagnetics and Acoustic of Porous media / *S. Pride* // *Phys. Rev. B*. — 1994. — Vol. 50, No 21. — P. 15678-15696.
- [22] *Zhu, Z.* Crosshole Seismoelectric Measurements in Borehole Models / *Z. Zhu, M. N. Toksoz* // *Geophysics: a journal of general and applied geophysics*. — 2003. — Vol. 68, part 5. — P. 1519-1524.

To investigations of electroseismic phenomena in porous saturated bodies

Vasyl Kondrat, Sofiya Tvardovska

The solutions of a 1-Done-dimentional problem about electromechanic (electroseismic) vibrations of a porous layer saturated with the electrolytic solution under action of external time-harmonic electrical field were obtained and analyzed. The influence of electromechanical vibrations on the electromagnetic field was ignored. Thus, it was possible to solve the problem of electomechanics stepwise. At first the harmonic field from the equations of electrodynamicity was found and then the mechanic wave fields using the know ponderomotive forces wad determined. The quantitative investigations of the parameters of mechanical vibrations depending on such physicochemical and structural parameters of a layer as cementing, porosity, permeability and hydrodynamic curvature were carried out.

К изучению электросейсмического эффекта в пористых насыщенных телах

Василий Кондрат, Софья Твардовская

Сделана постановка, получено и проанализировано решения пространственно одномерной задачи об электромеханических (электросейсмических) колебаниях насыщенного раствором электролита пористого слоя под воздействием гармонического по времени электрического поля. Пренебрежено влиянием механических колебаний на электромагнитное поле. Это позволило задачу электромеханики решать поэтапно: сперва определить гармоническое электрическое поле из уравнений электродинамики, а потом — механические волновые поля за известными пондеромоторными силами. Проведено количественные исследования параметров механических колебаний в зависимости от таких физико-механических и структурных параметров шара, как цементированность, пористость, проницаемость, гидродинамическая извилистость.

Отримано 21.04.09