поведінки. Дана методика може бути використана для побудови ефективних навчальних програм і стратегій ведення навчального процесу.

1. *Сікора Л. С.* Когнітивні моделі та логіка оперативного управління в ієрархічних інтегрованих системах в умовах ризику / *Л. С. Сікора.* – Львів : ЦСД «ЕБТЕС», 2009. – 432 с.: схеми, табл.
2. *Ткачук Р. Л.* Логіко-когнітивні моделі формування управлінських рішень інтегрованими системами в екстремальних умовах: [посібник] / *Р. Л. Ткачук, Л. С. Сікора.* – Львів : Ліга-Прес, 2010. – 404 с.: схеми, табл., іл.

Поступила 6.09.2010р.

УДК 629.57.

О.А. Машков, д.т.н., професор, ВАК України; В.Р. Косенко

СИНТЕЗ МЕТОДІВ І ПРОГРАМНО-АЛГОРИТМІЧНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ІНФОРМАЦІЙНО-КЕРУЮЧИХ КОМПЛЕКСІВ РУХОМОГО ОБ'ЄКТА ДЛЯ УСУНЕННЯ НАСЛІДКІВ НЕШТАТНИХ (АВАРІЙНИХ) СИТУАЦІЙ

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ.

При дослідженні складних динамічних систем велике значення мають правильна діагностика подій та розуміння логіки їхнього розвитку в часі. Чітке знання умов виникнення небезпек (позаштатних ситуацій) дозволяє, з одного боку, завчасно вжити відповідних заходів, а з іншого – розробити алгоритм протиаварійного і відновлюючого управління. Під протиаварійним управлінням надалі будемо розуміти управління, мета якого полягає в запобіганні розвитку аварійних ситуацій, що виникають у ІКК.

Відновлююче управління – це управління, мета якого полягає в поверненні у стан справності чи працездатності функціонування системи управління, втрачене внаслідок дефектів її елементів та (чи) структури.

Таким чином, для ІКК динамічних об'єктів виникає принципово нова проблема, що полягає в умінні передбачати випадкові явища і запобігти їм до того, як вони з'являться в експлуатації. В основу вирішення цієї проблеми може бути покладена теорія ймовірностей, предмет вивчення якої - випадкові події, і теорія надійності, що дозволяє створювати вироби, які безвідмовно функціонують протягом заданого проміжку часу.

Функціональна стійкість ІКК може розглядатися, як властивість об'єкта вдало завершити політ при регламентованому числі вимірів у стані самого комплексу, тобто збереження ІКК працездатності після прояву в ньому припустимого числа відмов і впливу зовнішніх збурень.

Реалізація функціональної стійкості може бути досягнута введенням у ІКК різних форм надмірності (структурної, функціональної, інформаційної тощо) і підготовленістю екіпажу до управління польотом при раптовій реконфігурації комплексу.

Стосовно динамічного об’єкта, за рухом якого здійснюється безперервне спостереження, надмірність дозволяє не тільки екіпажу, але й операторам пункту дистанційного керування своєчасно виявити початок зародження випадковості (перших ланок небезпечного ланцюга – сукупності відхилень у роботі), запобігти раптовості прояву її для екіпажу, сповільнити розвиток до стану, при якому настає фатальна неминучість втрати елементів ЛА. Тому виникає задача – контроль за станом в темпі часу руху динамічного об’єкта. Для вирішення цієї задачі необхідно забезпечити в ІКК збір, обробку й аналіз польотної інформації з автоматичним розпізнаванням зароджуваної позаштатної ситуації й формуванням рекомендацій до дій в умовах, що створилися.

МОДЕЛЬ ІКК

Уявимо модель інформаційно-керуючого комплексу у вигляді ймовірнісної динамічної системи з дискретним часом. При цьому рівняння стану характеризує динаміку системи, а рівняння спостережень визначає механізм утворення даних для виміру:

$$X(k+1)=\Phi(k+1,k)X(k)+B(k+1,k)U(k)+G(k+1,k)W(k)\,; \qquad (1)$$

$$Y(k)=H(k)X(k)+D(k)U(k)+\Psi(k)V(k)\,, \qquad (2)$$

де $X(k)$ – n-мірний вектор стану системи; $\Phi(k+1,k)$ – динамічна матриця об’єкта; $U(k)$ – m-мірний вектор управління; $B(k+1,k)$ – матриця керуючих впливів; $W(k)$ – випадковий r-мірний вектор гаусівських збурень з нульовим середнім і кореляційною матрицею $M\left[W(k)W^T(j)\right]=Q(k)\delta(kj)$; $\delta(kj)$ – символ Кронекера; $G(k+1,k)$ – матриця збурень; $Y(k)$ – s-мірний вектор спостережень; $Y(k)$ – матриця спостережень системи; $V(k)$ – p-мірний випадковий вектор гаусівських похибок вимірювань з нульовим середнім і кореляційною матрицею $M\left[V(k)V^T(j)\right]=R(k)\delta(kj)$; $D(k)$, $\Psi(k)$ – матриці відповідних розмірів. Для повного статистичного опису поведінки динамічної системи необхідно задати щільність розподілу початкового стану $f\left(X(0)\right)$.

Динамічна система, описана рівняннями (1), (2), може розглядатися, як модель ІКК, що працює без відмов (рис.1).

Однак припущення щодо ідеального функціонування динамічної системи практично не виконується, або виконується обмежено.

Рис.1 – Структура безвідмовного ІКК

Причини виникнення нештатних (аварійних) ситуацій можуть бути наступні:

- порушення, що виникають у процесі реалізації самих алгоритмів оптимальної фільтрації й оптимального управління. Ці алгоритми реалізуються на спеціалізованих обчислювальних пристроях (цифрових обчислювальних машин, спеціалізованих обчислювачах тощо), які працюють у реальному масштабі часу. В процесі роботи цих обчислювальних пристроїв можливі збої в процесорі чи оперативній пам'яті, що призводять до різкого зростання похибок оцінювання чи похибок управління. Величини цих похибок залежать від інтенсивності збоїв, їхнього характеру, від конкретного змісту тієї інформації, що була перекручена в процесі збою. Аналізуючи зазначені похибки, можна визначити найбільш чутливі до збоїв параметри алгоритмів, обґрунтовано підійти до задання кількісних характеристик надійності збереження даних і розробити рекомендації з організації обчислювального процесу, що має підвищену стійкість до збоїв.
- порушення в каналі вимірювання. Ці порушення можуть бути викликані різними типами відмов датчиків інформаційно-вимірювальної системи чи перешкодами в лініях зв'язку.
- порушення в процесі управління. Ці порушення пов'язані з відмовами в органах управління чи виконавчих пристроях.

Якщо при цьому наявність зазначених порушень не враховується при здійсненні управління $U(k)$, то ІКК може не досягти поставленої перед ним мети. Тому найбільш актуальною для таких комплексів є задача синтезу оптимального управління з урахуванням можливості перелічених порушень.

ОСОБЛИВОСТІ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ СТІЙКОСТІ ДИНАМІЧНОЇ СИСТЕМИ

Розглянемо особливості забезпечення функціональної стійкості динамічної системи. Якісно поняття функціональної стійкості системи може конкретизуватися кількісною залежністю компонентів векторного функціонала K, які досить повно характеризують ефективність усього комплексу, від компонентів вектора стану, перешкод системи. В умовах функціонування ІКК замість очікуваної відповідно до (1), (2) апріорної моделі, в якій параметри $\Phi(k+1,k)$, $B(k+1,k)$, $H(k)$, $D(k)$, $G(k+1,k)$, $\psi(k)$ звичайно відомі, часто реалізується інша модель з іншими параметрами.

В цих умовах деякий алгоритм управління $U(k)$, можливо оптимальний при заданих характеристиках моделі (вирази (1),(2)), може різко погіршити свої показники якості чи стати цілком непрацездатним. Такий алгоритм доцільно назвати функціонально нестійким.

Іншу причину функціональної нестійкості алгоритмів можна пов'язати з істотною зміною класу щільності розподілу ймовірностей випадкових процесів $X(k)$, $Y(k)$. Наслідки такої зміни щільностей розподілу ймовірностей для ефективності алгоритму також можуть бути катастрофічними.

Будемо розглядати векторний функціонал ефективності як функцію узагальненого вектора збурень та перешкод:

$$\theta^T(k) = \left[W^T(k) \;\; V^T(k)\right]. \tag{3}$$

Для аналізу стійкості алгоритму $U(k)$ за показником $k_i(\theta, U(k), X(k), y(k))$, $i=\overline{1,n}$ варто задати діапазон ($\theta_{\min}, \theta_{\max}$) варіювання θ, виконати розрахунки елементів вектора показника якості з кроком $\Delta\theta$ і порівняти $\Delta K_i = K_{i\max}$ - n $K_{i\min}$, $i=\overline{1,n}$ з допустимою за технічними умовами нестійкістю показника в умовах функціонування інформаційно-керуючого комплексу.

При випадкових варіаціях θ значення K_i, $i=\overline{1,n}$ також будуть випадковими. Якщо відома щільність розподілу цих значень, рішення про функціональну стійкість доцільно виносити порівнянням математичних очікувань $M\{K_i(\theta)\}$ і дисперсій $D\{K_i(\theta)\}$ із заданими за технічними умовами. Можливий облік і моментів більш високого порядку, включаючи змішані, чи відшукання n-мірних щільностей розподілу вектора критеріїв $K(\theta)$.

Як перше наближення при пошуку $\Delta K_i(\theta)$ можна використовувати

$$\Delta k_i(\theta)\big|_{\theta=\theta_0} = \sum_{j=1}^{q}\left[\frac{\partial k_i(\theta)}{\partial\theta_j}\bigg|_{\theta=\theta_0}\right]^2 \Delta\theta_j, \tag{4}$$

де θ_0 - вектор середніх значень параметрів перешкод і збурень; $\Delta k_i(\theta)$, $\Delta\theta_j$ - приріст *i*-го показника та *j*-ої незалежної змінних.

На основі викладеного підходу можлива конкретизація поняття функціональної стійкості. Під функціональною стійкістю розуміється здатність системи забезпечити мінімізацію відносного часу перебування в стані «відмови» при допустимих варіаціях параметрів перешкод (збурень і похибок).

Теорія побудови функціонально стійких ІКК у даний час знаходиться на стадії розвитку, при цьому можливе використання як аналітичних (принцип максимума Понтрягіна, динамічне програмування, аналітичне конструювання регуляторів), так і алгоритмічних (вирішення зворотних задач динаміки, рекурентно-збігаючіся алгоритми) методів синтезу, тощо.

СИНТЕЗ МОДЕЛІ ІКК ПРИ ВІДСУТНОСТІ ВІДМОВ

Для побудови моделі ІКК при відсутності відмов (порушень функціонування) скористаємося ідеями теорії фільтрації в просторі станів.

Рівняння стану ІКК представимо у вигляді:

$$X(k+1) = \Phi(k+1,k)X(k) + G(k+1,k)W(k)\,, \tag{5}$$

рівняння спостережень:

$$Y(k) = H(k)X(k) + V(k)\,. \tag{6}$$

Початковий стан $X(0)$ являє собою гаусівський вектор із середнім значенням $M\left[X(0)\right]$ і кореляційною матрицею $P(0)$. Припустимо, що шуми збурень $W(k)$ і вимірів $V(k)$ є некорельованими, тобто $M\left\{W(k)V^T(j)\right\} = 0$ для всіх *i*, *j*.

Необхідно за сукупністю послідовних вимірів $\left\{y_1, y_2, ..., y_k\right\} = Y_1^k$ знайти оптимальну оцінку вектора стану $X(k)$, що задовольняє критерію мінімуму середньоквадратичного значення похибки. Позначимо цю оцінку через $\hat{X}(k/k)$, а похибку оцінки – через:

$$\tilde{X}(k/k) = X(k) - \hat{X}(k/k)\,, \tag{7}$$

Використовуючи результати теорії оцінювання, вважаємо, що оцінка вектора стану, яка задовольняє цьому критерію, є умовним середнім $\hat{X}(t/t) = M\left\{X(t)/Y_1^k\right\}$. Отже, для її знаходження необхідно обчислити апостеріорну щільність розподілу ймовірностей $f\left[X(k)/Y_1^k\right]$ за формулою Байєса:

$$f\left[X(k)/Y_1^k\right] = f\left[X(k)/Y_1^k, Y(k)\right] = \\ = \frac{f\left[X(k)/Y_1^{k-1}\right]\cdot f\left[Y(k)/X(k), Y_1^{k-1}\right]}{f\left[Y(k)/Y_1^{k-1}\right]}, \tag{8}$$

де кожна із щільностей є гаусівською.

Причому $f\left[Y(k)/X(k),Y_1^{k-1}\right]=f\left[Y(k)/X(k)\right]$, тому що $V(k)$ – білий гаусівський шум а, отже, при фіксованому значенні $X(k)$ вектор $Y(k)$ не залежить від послідовності попередніх вимірів.

Для знаходження параметрів умовної щільності $f\left[X(k)/Y_1^{k-1}\right]$, що входить у чисельник виразу (8), введемо позначення :

$$M\left[X(k)/Y_1^{k-1}\right]\hat{=}\hat{X}(k/k-1); \tag{9}$$

$$\begin{aligned}&M\left\{\left[X(k)-\hat{X}(k/k-1)\right]\left[X(k)-\hat{X}(k/k-1)^T/Y_1^{k-1}\right]\right\}=\\&=M\left[\tilde{X}(k/k-1)\tilde{X}^T(k/k-1)/Y_1^{k-1}\right]=P(k/k-1).\end{aligned} \tag{10}$$

За фізичним змістом величина $\hat{X}(k/k-1)$ являє собою оцінку екстраполяції (передбачення) на один крок, а $P(k/k-1)$ – кореляційну матрицю похибок екстраполяції.

Знайдемо тепер параметри гаусівської щільності, що стоїть в знаменнику виразу (8)

$$\begin{aligned}&M\left\{Y(k)/Y_1^{k-1}\right\}=M\left\{H(k)X(k)+V(k)/V_1^{k-1}\right\}=\\&=H(k)\hat{X}(k/k-1);\end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}&M\left\{\left[Y(k)-H(k)\hat{X}(k/k-1)\right]\left[Y(k)-H(k)\hat{X}(k/k-1)\right]^T\right\}=\\&=M\left\{\tilde{Z}(k/k-1)\tilde{Z}^T(k/k-1)\right\}\hat{=}\\&=P_{\tilde{Z}}(k)=H(k)P(k/k-1)H^T(k)+R(k),\end{aligned} \tag{12}$$

де $\tilde{Z}\left(k/k-1\right)=Y\left(k\right)-H\left(k\right)\hat{X}\left(k/k-1\right)$ – відновлюючий процес.

Підставляючи отримані вирази математичних очікувань і кореляційних матриць у формулу для апостеріорної щільності ймовірностей $f\left[X\left(k\right)/Y_1^k\right]$, можна переконатися, що ця щільність є гаусівською з вектором середніх $\hat{X}\left(k/k\right)$:

$$\begin{aligned}&\hat{X}(k/k)=\Phi(k,k-1)\hat{X}(k-1/k-1)+\\&+K(k)\left[Y(k)-H(k)\Phi(k,k-1)\hat{X}(k-1/k-1)\right]=\\&\hat{X}(k/k-1)+K(k)\hat{Z}(k/k-1),\end{aligned} \tag{13}$$

де $K(k)$ – матричний коефіцієнт підсилення оптимального фільтра:

$$\begin{aligned}&K(k)=P(k/k)H^T(k)R^{-1}(k)=P(k/k-1)H^T(k)\times\\&\times\left[H(k)P(k/k-1)H^T(k)+R(k)\right]^{-1}.\end{aligned} \tag{14}$$

Кореляційна матриця похибок фільтрації:

$$P(k/k) = P(k/k-1) - P(k/k-1)H^T(k) \times \\ \times \left[H(k)P(k/k-1)H^T(k) + R(k)\right]^{-1} H(k)P(k/k-1). \tag{15}$$

Кореляційна матриця похибок екстраполяції:

$$P(k/k-1) = \Phi(k/k-1)P(k-1/k-1)\Phi^T(k/k-1) + \\ +G(k/k-1)Q(k-1)G^T(k/k-1). \tag{16}$$

Початкові умови:

$$\hat{X}(0,0) = M\left[X(0)\right]; P(0,0) = P(0) \tag{17}$$

Структурна схема цього фільтра показана на рис.

Робота фільтра починається зі встановлення початкових значень $M\left[X(0)\right]$, $P(0)$ і введення величин елементів кореляційних матриць шумів збурень $Q(k)$, і вимірів $R(k)$. Оцінки вектора стану обчислюються рекурентно у міру надходження нових вимірів. При цьому, як випливає з (16), для обчислення поточного значення оцінки $\hat{X}(k/k)$ немає необхідності запам'ятовувати всі попередні виміри $\{y(1), y(2), y(3), ..., y(k-1)\}$, оскільки вся інформація про них міститься в оцінці $\hat{X}(k-1/k-1)$, отриманій на попередньому кроці. Таким чином, фільтр являє собою динамічну систему зі змінним матричним коефіцієнтом підсилення, величина якого залежить від точності поточних оцінок і рівня шумів вимірів.

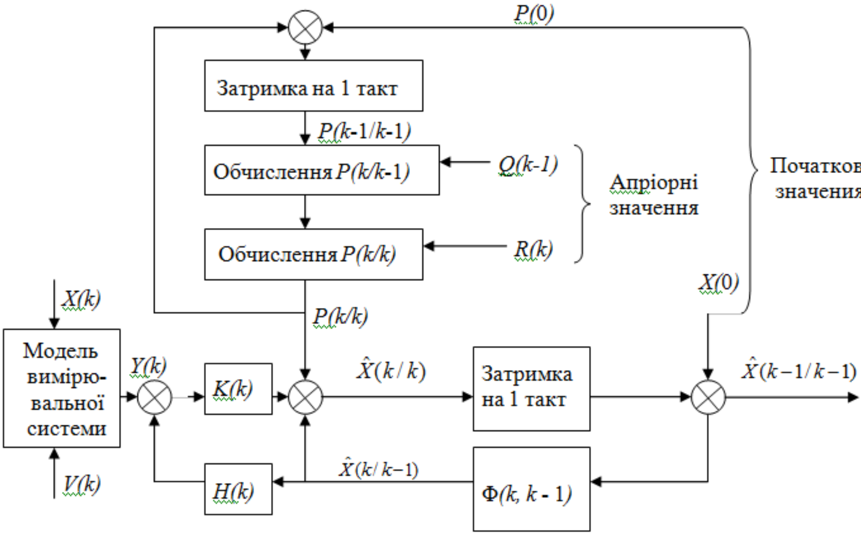

Рис.2 – Структурна схема оптимального фільтра

Часова діаграма, що пояснює механізм утворення оцінки у фільтрі, наведена на рис. 3. Поточна оцінка є сумою оцінки екстраполяції $\hat{X}(k/k-1)$ й коригувальної поправки $K(k)\tilde{Z}(k/k-1)$. Причому оцінка екстраполяції формується з оцінки фільтрації на попередньому кроці шляхом множення її на матрицю переходу системи. Величина виправлення визначається тією вагою, що надається новим вимірам на поточному кроці оцінювання. Ця вага залежить від рівня шумів вимірів і поточної точності оцінювання, зменшуючись у міру уточнення оцінок. Так, якщо вихідна модель системи не містить шумів збурень $W(k)$ або ці шуми досить малі, то оптимальний коефіцієнт підсилення фільтра $K(k)\to 0$ при $K\to\infty$, що фізично означає розмикання системи. У результаті цього фільтр втрачає чутливість до нових даних і в якості поточної оцінки він починає постійно видавати оцінку екстраполяції. В даний час ця особливість стає найбільш істотним недоліком, що призводить до розходження оцінок вектора стану стосовно його істинного значення на вході фільтра.

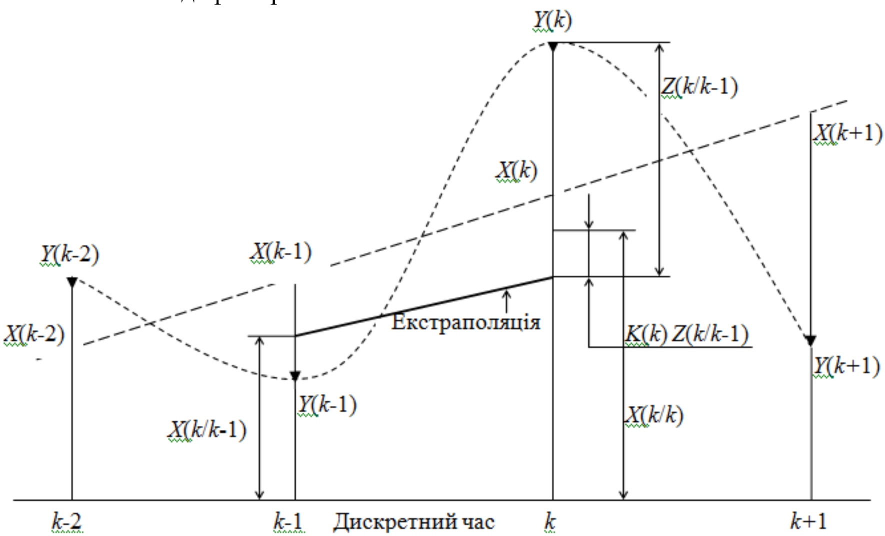

Рис.3 – Часова діаграма утворення оцінки у фільтрі

Аналіз запропонованої структури фільтра дозволяє зробити наступні висновки:

- фільтр являє собою рекурентний алгоритм оцінки стану динамічної системи при повністю відомій її моделі й може бути реалізований у бортовому комп’ютері.
- кореляційна матриця похибок фільтрації $P(k/k)$ не залежить від спостережень $Y(k)$ і може бути обчислена заздалегідь, тому заздалегідь

можна обчислити й матричний коефіцієнт підсилення фільтра.

- оскільки параметри фільтра змінюються в часі, то такий фільтр мінімізує середньоквадратичне значення похибки оцінювання не тільки в сталому режимі, але й протягом перехідних процесів.

Однією з основних характеристик алгоритму є час обчислень, витрачений на один крок фільтрації. Цей час визначається як швидкодією комп’ютера, так і загальною кількістю операцій, необхідною при формуванні алгоритму. Більш точна оцінка цього часу потребує знання системи команд того комп’ютера, на якому реалізується даний фільтр. Однак при порівнянні різних способів організації обчислювального процесу першим і досить точним наближенням для часу обчислень може служити необхідна кількість операцій множення (ділення). Ці операції виконуються повільніше, аніж операції додавання приблизно в 8-10 разів при реалізації апаратних методів і в 100-150 разів повільніше при використанні програмних (наприклад, у мікропроцесорних системах). Тому основний час витрачається на виконання саме цих операцій. Необхідний об’єм оперативної пам’яті (ОЗУ) визначається розмірністю відповідних векторів і матриць. Ці дані наведені в табл. 1.

Таблиця 1

Змінна	Розмірність	Необхідна кількість осередків ЗУ
$\hat{X}(k/k)$	$n\times 1$	n
$\Phi(k,k-1)$	$n\times n$	n^2
$K(k)$	$n\times s$	ns
$Y(k)$	$s\times 1$	s
$H(k)$	$s\times n$	sn
$P(k/k)$	$n\times n$	n^2
$R(k)$	$s\times s$	s^2
$P(k/k-1)$	$n\times n$	n^2
$G(k)$	$n\times r$	nr
	$r\times r$	r^2
$\hat{X}(k/k-1)$	$n\times 1$	n

Приймаючи до уваги основні правила матричної алгебри, можна розрахувати кількість операцій, необхідну для обчислення оптимальної оцінки фільтрації за один крок. Результати цих розрахунків наведені в табл. При цьому передбачається, що обернення матриць виконується за стандартним алгоритмом Гауса, що потребує для своєї реалізації s^3 операцій множення й додавання, де s - розмірність оберненої матриці. Аналіз результатів, наведених у табл. 2 дозволяє зробити висновок, що загальна кількість операцій множення за один крок фільтрації дорівнює

$$M(n,s,r) = 3n^2 + 2n^2 s + 2sn^2 + n^2 r + nr^2 + 2ns + s^3 + n^2. \qquad (18)$$

Загальна кількість операцій додавання за один крок фільтрації дорівнює

$$A(n,s,r) = 3n^3 + 2n^2 s + 2ns^2 + n^2 r + nr^2 + s^3 - 2n^2 - nr\ . \qquad (19)$$

Як видно з наведених співвідношень, обсяг обчислень пропорційний кубу розмірності динамічної системи. Це твердження має вирішальне значення для практичного використання алгоритмів фільтрації й призводить до необхідності розробки близьких до оптимальних методів оцінювання з метою зменшення обчислювальних потреб.

Таблиця 2

Обчислювана величина	Функціональна залежність	Поточний крок обчислень	Кількість операцій множення	Загальна кількість операцій множення	Кількість операцій додавання	Загальна кількість операцій додавання
$\hat{X}(k/k-1)$	$\Phi(k,k-1)X(k-1/k-1)$	$\Phi\hat{X}$	n^2	n^2	$n^2 - n$	$n^2 - n$
$P(k/k-1)$	$\Phi(k,k-1)P(k-1/k-1)$; $\Phi^T(k,k-1)G(k,k-1)$ $\cdot\ Q(k-1)G(k,/k-1)$	$P\Phi$ $\Phi(P\Phi)$ QG^T $G(QG^T)$ $\Phi P\Phi + GQG^T$	n^3 n^3 nr^2 n^2r 0	$2n^3 + nr^2 +$ $+\ n^2r$	$n^3 - n^2$ $n^3 - n^2$ $nr^2 - nr$ $n^2r - n^2$ n^2	$2n^3 -$ $2n^2 + +$ $nr^2 + n^2r$ $- nr$
$K(k)$	$P(k/k-1)H^T(k)\ \cdot$ $\cdot[H(k)P(k/k-1)\cdot H^T(k) +$ $R(k)]^{-1}$	PH^T $H(PH^T)$ $HPH^T + R$ $[HPH^T + R]^{-1}$ $K(k)$	n^2s ns^2 0 s^3 ns^2	$n^2s + 2ns^2$ $+ + s^3$	$n^2s - ns$ $ns^2 - s^2$ s^2 s^3 $ns^2 - ns$	$n^2s + 2ns^2$ $- 2ns + s^3$
$P(k/k)$	$[I - K(k)H(k)]\ \cdot$ $\cdot\ P(k/k-1)$	KH $I - KH$ $[I - KH]P$	n^2s 0 n^3	$n^3 + n^2s$	$n^2s - n^2$ n^2 $n^3 - n^2$	$n^3 + n^2s -$ n^2
$X(k/k)$	$X(k/k-1) + K(k)\ \cdot$ $\cdot\ [Y(k) - H(k)\ \cdot$ $\cdot\ X(k/k-1)]$	HX $Y - HX$ $K[Y - HX]$ $X(k/k)$	ns 0 ns 0	$2ns$	$ns - s$ s $ns - n$ n	$2ns$
Загальна кількість операцій				$M(n, s, r)$		$A(n, s, r)$

Один з можливих таких підходів полягає в наступному. Елементи матричного коефіцієнта підсилення розраховуються заздалегідь і не залежать від вимірів. У цьому випадку в реальному масштабі часу мають обчислюватися тільки поточні оцінки (перший і останній рядки табл.2). Тоді загальна кількість операцій множення й додавання істотно зменшується:

$$M'(n,s,r) = n^2 + 2ns\ ; \qquad (20)$$

$$A'(n,s,r) = n^2 + 2ns - r\ . \qquad (21)$$

Проте з урахуванням можливих збоїв комп’ютера в процесі виконання програми фільтрації, перевагу слід віддати обчисленню елементів матричного коефіцієнта підсилення в реальному масштабі часу. Тому наступним етапом досліджень є розробка моделей позаштатних ситуацій в бортових інформаційно-керуючих комплексах.

СИНТЕЗ МОДЕЛЕЙ НЕШТАТНИХ (АВАРІЙНИХ) СИТУАЦІЙ У ІКК

Для синтезу відмовостійких алгоритмів фільтрації, управління в ІКК, а також для аналізу їхньої точності при виникненні відмов (появи нештатних, аварійних ситуацій), слід задатися математичною моделлю, що адекватно описує ці відмови.

Під відмовою (позаштатною ситуацією) розумітимемо стрибкоподібні зміни параметрів або структури динамічної системи, що відбуваються у випадкові моменти часу.

Тому для опису ІКК, у яких необхідно враховувати можливість появи відмов, уведемо випадковий невідомий вектор появи параметрів $\gamma(k)$, який характеризує на даний момент структуру й параметри ІКК. Поява позаштатної ситуації призводить до стрибкоподібної зміни цього вектора. Рівняння стану й спостереження ІКК опиняються в цьому випадку залежними від змінюваного у випадкові моменти часу вектора $\gamma(k)$ й у загальному вигляді можуть бути записані в такий спосіб:

$$X(k+1) = F\Big[X(k)\gamma(k)U(k)W(k)\Big]; \tag{22}$$

$$Y(k) = h\big[X(k)\gamma(k)V(k)\big], \gamma(k) = \Omega, \tag{23}$$

де F й h - відомі функції; Ω - простір можливих значень $\gamma(k)$.

Проте, не конкретизуючи статистичні характеристики випадкового вектора параметрів $\gamma(k)$, важко отримати які-небудь теоретичні результати. Тому доцільно провести класифікацію цих характеристик і на її основі визначити більш конкретно математичні моделі, що використовуються надалі для синтезу відмовостійких алгоритмів фільтрації й аналізу точності ІКК, схильних до відмов.

Насамперед, слід задати структуру простору можливих значень вектора $\gamma(k)$. Якщо цей простір неперервний, то вектор $\gamma(k)$ може приймати нескінченну множину значень у заданій області, якщо дискретний – то кількість значень скінченне. В останньому випадку всі значення вектора $\gamma(k)$ можна пронумерувати довільним чином $-\gamma_i(k)$, $i = \overline{1, N}$, і розглядати індекс i як номер структури, в якій у даний момент перебуває ІКК.

СИНТЕЗ МОДЕЛЕЙ ІНФОРМАЦІЙНОЇ ЧАСТИНИ ІКК ПРИ НЕШТАТНИХ (АВАРІЙНИХ) СИТУАЦІЯХ

Рівняння спостережень надається у вигляді :

$$Y(k) = H(k)X(k) + \gamma(k)V(k), \tag{24}$$

де $\gamma(k)$ – діагональна матриця, елементи якої $\gamma_i(k) \geq 0$ – скалярні величини, що визначають поточну точність вимірів. Причому $\gamma_i(k) = 1$ – для режиму нормальної роботи; $\gamma_i(k) >> 1$ – режим аномальних вимірів (позаштатна ситуація).

Кореляційна матриця шумів вимірів у кожний момент часу набуває значення $\gamma(k) \cdot \gamma^T(k) \cdot R(k)$.

При дослідженні позаштатних ситуацій, пов'язаних з відмовами інформаційної частини ІКК елементи випадкової матриці $\gamma(k)$ можуть задаватися трьома способами:

1. $\gamma_i(k)$ – неперервна випадкова величина, задана на інтервалі значень $[0, \gamma_{im}]$. При цьому кореляційна матриця шумів вимірів $\gamma(k)\gamma^T(k)R(k)$ набуває нескінченної множини значень.

2. $\gamma_i(k)$ – дискретна випадкова величина, що набуває значення $\gamma_i(k) = \gamma_{ij}(k)$, $j = \overline{1, N}$. У цьому випадку шуми вимірів належать скінченному числу гаусівських розподілів, кожне з яких має кореляційну матрицю $\gamma_j(k) \cdot \gamma^T(k) \cdot R(k)$, $j = \overline{1, N}$. У даному випадку можна вважати, що при кожному конкретному значенні $\gamma_{ij}(k)$ ІКК має ij-ту структуру, рівняння спостережень для якої можна записати:

$$Y_{ij}(k) = K(k)X(k) + \gamma_{ij}(k)V(k), \tag{25}$$

де ij – індекс структури. Перехід від структури до структури (зміна індексу) відбувається у випадкові моменти часу в межах інтервалу спостережень.

3. $\gamma_i(k)$ – дискретна випадкова величина, що набуває тільки двох значень – $\gamma_{i1}(k) = 1$ – при нормальному режимі роботи i-го каналу вимірювальної системи; $\gamma_{i2}(k) = \sigma >> 1$ – при відмові i-го каналу вимірювальної системи.

Значення $\gamma_i(k)$ на окремих кроках утворять марківський ланцюг (послідовність).

Зокрема можуть бути розглянуті наступні випадки:

- початкові ймовірності станів марківского ланцюга задані, перехідна матриця $P_{ij} = I$, тобто матриця $\gamma(k)$ невідома, але постійна в процесі спостереження. Ця модель охоплює широке коло практичних задач, коли не відомі точно або динаміка об'єкта дослідження, або окремі параметри ІКК. При дослідженні позаштатних ситуацій дана модель описує випадки, коли відмова відбулася до початку процесу спостереження;

- значення $\gamma_i\left(k\right)$ утворять випадкову незалежну на кожному кроці послідовність із заданими ймовірностями окремих станів;
- значення $\gamma_i\left(k\right)$ утворять однорідний марківський ланцюг з відомими початковими ймовірностями й заданою матрицею переходу P_{ij}. За допомогою цієї моделі можна описати досить широкий клас порушень як у динаміці об'єкта, так і в каналі виміру;
- оскільки на практиці можуть зустрічатися випадки, коли немає повних апріорних даних про досліджуваний процес, то великого значення набуває розгляд таких моделей марківських ланцюгів, у яких початкові ймовірності станів й елементи матриці переходу P_{ij} невідомі. При синтезі елементів спостереження і керування ці моделі варто привести до адаптивних схем.

МОДЕЛІ ПОЗАШТАТНИХ СИТУАЦІЙ, ПОВ'ЯЗАНИХ З ВІДМОВАМИ ІНФОРМАЦІЙНОЇ ЧАСТИНИ ТА ВИПАДКОВИМИ ЗМІНАМИ СТРУКТУРИ Й ПАРАМЕТРІВ ІКК

Розглянемо тепер клас моделей позаштатних ситуацій у ІКК, що характеризується однократною зміною структури або параметрів, коли статистичні характеристики моментів виникнення позаштатних ситуацій невідомі. В загальному випадку для цих моделей рівняння стану й спостереження можна записати у вигляді:

$$X\left(k+1\right)=\left[\Phi\left(k+1,k\right)+\Delta\Phi 1(k,m_1)\right]X\left(k\right)+W\left(k\right)+\Delta W1\left(k,m_2\right); \qquad (26)$$

$$Y\left(k\right)=\left[H\left(k\right)+\Delta H1\left(k,m_3\right)\right]X\left(k\right)+V\left(k\right)+\Delta V1\left(k,m_4\right), \qquad (27)$$

де $\Delta\Phi$, ΔW, ΔH, ΔV – збільшення відповідних матриць і векторів, що виникають за рахунок відмов; $1\left(k,m_i\right)$ – одинична східчаста функція; $m_i(m=\overline{1,4})$ – невідомий момент виникнення відмови.

Рівняння (26), (27) можуть описувати такі позаштатні ситуації, як раптові відмови у ІКК (у вимірювальній та керуючій частинах).

Для дослідження моделей даного виду ефективними виявляються ідеї методу узагальненого відношення правдоподібності, що дозволяє зробити оцінку моменту виникнення відмови, вказати місце його появи, оцінити його вплив на безпеку й ефективність об'єкта дослідження й прийняти «рішення» на виведення об'єкта управління з позаштатної ситуації.

МОДЕЛІ НЕШТАТНИХ (АВАРІЙНИХ) СИТУАЦІЙ, ВИКЛИКАНИХ ЗБОЯМИ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ ІКК

Якщо припустити, що в процесі реалізації алгоритмів оцінювання й управління обчислювальна система ІКК функціонує без збоїв, то похибки оцінювання визначатимуться лише характеристиками самих алгоритмів. Проте на практиці при роботі ІКК у реальному масштабі часу доводиться враховувати можливість виникнення збоїв у бортовому комп'ютері. Поява збоїв може призвести до істотного збільшення похибок оцінювання.

Надалі ґрунтуємося на припущенні про те, що позаштатні ситуації в роботі ІКК пов'язані в основному зі збоями в оперативній пам'яті (похибки при передачі даних можуть бути віднесені до збоїв в осередках запам'ятовуючих пристроїв (ЗП)).

Проаналізуємо вплив збоїв на точність алгоритмів фільтрації для тих випадків, коли за рахунок збоїв спотворюється вміст осередків запам'ятовуючого пристрою, що зберігають матричний коефіцієнт підсилення, а також поточні й екстрапольовані оцінки. В результаті такого аналізу можна визначити найбільш чутливі до збоїв параметри алгоритмів ІКК, виробити рекомендації з організації обчислювального процесу, що має підвищену стійкість до збоїв, обґрунтовано підійти до задання кількісних характеристик надійності зберігання даних.

Вважаємо, що чисельні значення α_i, які приймає вміст осередків ЗП, схильних до збоїв, лежать у межах розрядної сітки комп'ютера, відомі їхні середні значення $M[\alpha_i]$ і дисперсії $D[\alpha_i]$, а також установлений функціональний зв'язок між значеннями $M[\alpha_i]$, $D[\alpha_i]$ і ймовірністю збою q в одному чи декількох розрядах.

Як початкові використаємо рівняння:

$$\hat{X}(k/k) = \Phi(k,k-1)\hat{X}(k-1/k-1) + K_0(k)\tilde{Z}(k/k-1); \tag{28}$$

$$\tilde{Z}(k/k-1) = Y(k) - H(k)\Phi(k,k-1)\hat{X}(k-1/k-1), \tag{29}$$

де $K_0(k)$ – матричний коефіцієнт підсилення фільтра;

$\tilde{Z}(k/k-1)$ – «оновлюваний» процес, що має нульовий вектор середніх значень і кореляційну матрицю

$$P_{\tilde{Z}}(k) = H(k)P(k/k-1)H^T(k) + R(k). \tag{30}$$

Припустимо тепер, що при обчисленні оцінок за формулою (28) збоям піддаються тільки елементи оптимального коефіцієнта підсилення $K_0(k)$. Тоді в момент збою матричний коефіцієнт підсилення можна представити у вигляді:

$$K(k) = K_0(k) + V(k), \tag{31}$$

де $V(k)$ – випадкові прирости коефіцієнта підсилення за рахунок збою.

Кореляційна матриця похибки фільтрації при збої визначається співвідношенням:

$$P_V(k/k)=M\Big\{\Big[X(k)-\big(\hat{X}(k/k-1)+K(k)\tilde{Z}(k/k)\big)\Big]\times$$
$$\times\Big[X(k)-\big(\hat{X}(k/k-1)+K(k)\tilde{Z}(k/k-1)\big)\Big]^T\Big\}=M\big\{\tilde{X}(k/k)\tilde{X}^T(k/k)\big\}\;. \qquad (32)$$

Тоді похибка фільтрації

$$\tilde{X}(k/k)=X(k)-\big[\hat{X}(k/k-1)+K(k)\tilde{Z}(k/k-1)\big]=$$
$$=\big[I-K(k)H(k)\big]\tilde{X}(k/k-1)-R(k)V(k), \qquad (33)$$

де I – одинична матриця; $\tilde{X}(k/k-1)$ – похибка екстраполяції. Підставляючи отриманий вираз в (32) і беручи до уваги, що $M\big[\tilde{X}(k/k-1)V^T(k)\big]=0$ через незалежність процесів $\tilde{X}(k/k-1)$ і $V(k)$, отримуємо:

$$P_V(k/k)=\big[I-K(k)H(k)\big]P(k/k-1)\big[I-K(k)H(k)\big]^T+$$
$$+K(k)R(k)K^T(k)\;. \qquad (34)$$

Цей вираз може бути представлений у вигляді:

$$P_V(k/k)=P_0(k/k)+V(k)P_{\tilde{Z}}(k)V^T(k), \qquad (35)$$

де $P_0(k/k)$ – кореляційна матриця похибок фільтрації при справній роботі ІКК; $P_{\tilde{Z}}(k)$ – кореляційна матриця «оновлюваного» процесу, що розраховується за формулою (30).

При високій інтенсивності збоїв, тобто в умовах, коли перехідні процеси від попереднього збою не встигають закінчитися до моменту виникнення наступного, точність фільтрації доцільно оцінювати значенням повної усередненої кореляційної матриці похибок $P_c(k/k)$. Ця матриця обчислюється шляхом додаткового подвійного усереднення $\overline{P(k/k)}$ – спочатку за часом у межах n тактів між сусідніми збоями, а потім за всіма можливими інтервалами між збоями.

Тоді

$$P_c(k/k)=P_0(k/k)+\sum_{n=1}^{\infty}P_n\left\{\frac{1}{n+1}\sum_{j=1}^{n}\Big[\overline{P(j/j)}-P_0(j/j)\Big]\right\}, \qquad (36)$$

де P_n – імовірність відповідної кількості тактів між сусідніми збоями.

Дослідження показують, що середній час між збоями значно більший за час перехідного процесу в ІКК і за міру точності фільтрації в умовах збоїв доцільно прийняти величину $\overline{P(k/k)}$.

Фізично зрозуміло, що використання при збоях заздалегідь розрахованих коефіцієнтів $K(k)$ має призводити до зростання середніх значень похибок оцінювання в порівнянні з випадком, коли ці коефіцієнти обчислюються в реальному масштабі часу. Проте точні якісні співвідношення можна отримати лише в результаті математичного моделювання конкретних задач. У процесі моделювання для різних моделей збоїв є можливим розрахувати залежність середнього значення кореляційної матриці похибок фільтрації $\overline{P(k/k)}$ від імовірності збою q одного або декількох розрядів осередків ЗП чи від інтенсивності збою.

Наявність такої залежності дозволяє знайти за допустимою величиною втрат у точності фільтрації $L_{доп}$ максимально припустиму ймовірність збоїв в осередках ЗП $q_{доп}$ і тим самим визначити необхідний ступінь їхнього резервування або необхідну ефективність використовуваного надмірного кодування.

1. *Машков О.А., Кравченко Ю.В., Савченко В.А.* Синтез високоточної радіонавігаційної системи на основі метода аналізу ієрархій показників якості / Збірник наукових праць НАН України, ІПМЕ – „Моделювання та інформаційні технології”, 2003, Вип.. 22, с. 41- 48.
2. *Машков О.А. Чумакевич В.О., Шуренок В.А.* Шляхи створення та дослідження функціонально-стійкої моделі вимірювально-обчислювального комплексу/Збірник наукових праць НАН України, ІПМЕ – „Моделювання та інформаційні технології”, 2003, Вип.. 24, с. 40- 47.
3. *Машков О.А., Барабаш О.В.*Топологічні критерії та показники функціональної стійкості складних ієрархічних систем /Збірник наукових праць НАН України, ІПМЕ – „Моделювання та інформаційні технології”, 2003, Вип.. 25, с. 29-35.
4. *Машков О.А., Кононов О.А.* Возможности обеспечения функциональной устойчивости эргатических систем управления в рамках существующего методического аппарата / Збірник наукових праць: Інститут проблем моделювання в енергетиці, Вип. 32, Київ, 2006, с.151-157.
5. *Азарсков В.М., Дурняк Б.В., Кондратенко С.П., Машков О.А.* Анализ возможных вариантов построения функционально устойчивого комплекса управления дистанционно пилотируемыми летательными аппаратами с применением псевдоспутниковых технологий / Збірник наукових праць: Інститут проблем моделювання в енергетиці, НАН України, вип. 42, 2007, с. 28-40.
6. *Азарсков В.М., Дурняк Б.В., Кондратенко С.П., Машков О.А.* Проблемы построения моделей функционально устойчивого комплекса управления дистанционно пилотируемыми летательными аппаратами с применением псевдоспутниковых технологий / Моделювання та ынформацыйны технології / Інститут проблем моделювання в енергетиці, НАН України, вип. 43, 2007, с. 118-127.
7. *Машков О.А., Усаченко Л.М.* Теоретические основы построения функционально-устойчивой автоматизированной системы обслуживания воздушного движения (терминология и модели) / Моделювання та інформаційні технології / Інститут проблем моделювання в енергетиці, НАН України, вип. 47, 2008, с. 3-17.
8. *Дурняк Б.В., Машков О.А., Усаченко Л.М., Сабат В.І.* Методологія забезпечення функціональної стійкості ієрархічних організаційних систем управління / Збірник наукових праць: Інститут проблем моделювання в енергетиці, НАН України, вип. 48, 2008, с. 3-21.

Поступила 1.09.2010р.