

В.В. Мохор, д-р техн. наук, ППМЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України, м. Київ,
В.В. Цуркан, ІСЗІ НТУУ «КПІ», м. Київ

ВИЗНАЧЕННЯ МНОЖИНЫ ЗАКОНІВ РОЗПОДІЛУ ЙМОВІРНОСТІ РЕАЛІЗАЦІЇ ЗАГРОЗИ БЕЗПЕЦІ ІНФОРМАЦІЇ ВІД ВЕЛИЧИНІ ЗБИТКІВ

The problems of evaluating the probability of information security threats. To overcome them suggested to identify a set of distribution value of losses due to information security threats.

Одним з найбільш розповсюджених підходів щодо тлумачення поняття «ризик безпеки інформації» є його визначення як комбінації ймовірності події та її наслідків [1]. При цьому методи знаходження як значення ймовірності, так і величини збитків характеризуються своєю областю використання, а вибір адекватного методу для оцінювання величини ризику безпеці інформації визначається умовами його застосування, а саме [2]:

- обсягом статистичних даних;
- видом та обсягом доступної додаткової інформації;
- вимогами до точності та достовірності результатів оцінювання.

Проте на практиці статистичні дані, як правило, або відсутні, або їх обсяг недостатній для оцінювання ймовірності реалізації загрози з необхідною точністю та достовірністю [3]. Крім того, слід зазначити, що реалізаціям загрози безпеці інформації, як випадковим подіям, не властива симетрія можливих наслідків, тому ця ситуація не може бути зведена до «схеми випадків». Зазначений факт обумовлений тим, що ступінь об'єктивної можливості реалізації загрози виражається у відносній частоті. Таким чином не виконується умова, сутність котрої полягає в тому, що число експериментів не прямує до нескінченності, а частота не збігається з ймовірністю. Внаслідок цього, оцінювання ймовірності та величини збитків унаслідок реалізації загрози безпеці інформації пов'язане з наступними проблемами:

- відсутній або недостатній обсяг вибірки даних для знаходження ймовірності;
- неможливо отримати оцінку ймовірності та величини збитків з необхідною точністю та достовірністю;
- частота не збігається з ймовірністю реалізації загрози безпеці інформації.

Для подолання зазначених проблем необхідно запропонувати такий підхід, котрий за умови відсутності або недостатності потрібного обсягу вибірки даних дозволив би не тільки знайти значення величини ймовірності та величини збитків унаслідок реалізації загрози, але й обґрунтувати

зроблений вибір.

Нехай втрати внаслідок реалізації загрози безпеці інформації являють собою дискретну випадкову величину Y . При цьому втрати нанесені матеріальному або нематеріальному ресурсові виражуються в натуральному виді, тобто в формі втрат або погіршення властивостей об'єкта, котрому було нанесено шкоду. Слід зазначити, що виражені в гроах втрати називаються збитками для позначення котрих й будемо використовувати дискретну випадкову величину Y .

У цьому випадку залежність ймовірності від величини збитків унаслідок реалізації загрози характеризується двома загальними властивостями – дискретність та неповнота представлення даних. Зазначений факт ускладнює отримання оцінок з необхідною точністю та достовірністю. Для запобігання цьому, пропонується тлумачити втрати не як дискретну, а як неперервну випадкову величину X . Дане припущення дозволяє використовувати весь діапазон зміни величини збитків і, як наслідок, врахувати помилки пов'язані з неповнотою представлення даних. Завдяки цьому кожну дискретну залежність імовірності від величини збитків унаслідок реалізації загрози безпеці інформації будемо апроксимувати неперервною функцією відповідного виду. Для цього функцію розподілу доцільно виразити в інтегральній формі

$$F(x) = P(X < x), \quad x \in X,$$

оскільки вона найменш критична до можливих помилок і пропусків даних у випадку відсутності чи недостатності обсягу вибірки [4].

Однак, враховуючи той факт [5], що функція, котра використовується для апроксимації, повинна монотонно зростати від нуля до свого максимуму та спадати при збільшенні величини збитків унаслідок реалізації загрози безпеці інформації, слід зауважити, що функція розподілу не може використовуватись у зазначеному випадку. Це пояснюється тим, що вона не є спадаючою, тобто

$$F(x_2) > F(x_1), \text{ якщо } x_2 > x_1.$$

У зв'язку з цим, для апроксимації залежності, що розглядається пропонується використовувати функцію щільноти розподілу величини збитків, яку будемо називати законом розподілу [6].

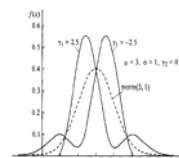
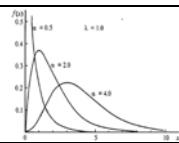
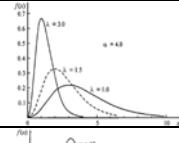
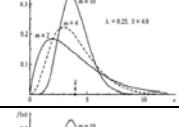
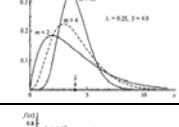
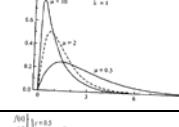
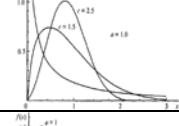
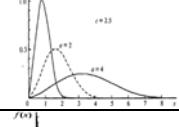
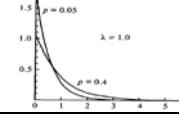
На практиці, оцінювання закону розподілу є задачею статистичного аналізу, котра вважається досить простою, лише при наявності вибірки даних з необмеженим обсягом. Насправді ж вибір і подальше оцінювання закону розподілу здійснюється при відсутності або недостатності обсягу вибірки даних і, як наслідок, відсутня можливість побудови статистичного закону розподілу. У зв'язку з цим, запропоновано використовувати не емпіричний, а теоретичний закон розподілу. До того ж, враховуючи те, що збитки будемо тлумачити як неперервну випадкову величину, визначимо сукупність теоретичних законів розподілу [7], котрі можна буде використовувати для опису залежності «ймовірність – величина збитків унаслідок реалізації загрози безпеці інформації» (див. табл.1).

Таблиця 1

Закони розподілу неперервної випадкової величини

№ п/п	Назва	Парем.-ри	Аналітичний вираз	Графік
1.	Нормальний	μ, σ	$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},$ $-\infty < x < +\infty$	
2.	Лапласа	μ, λ	$f(x) = \frac{1}{2} \lambda e^{-\lambda x-\mu },$ $-\infty < x < +\infty$	
3.	Коші	μ, λ	$f(x) = \frac{\lambda}{\pi[\lambda^2 + (x - \mu)^2]},$ $-\infty < x < +\infty$	
4.	Мінімального значення	μ, λ	$f(x) = \frac{1}{\lambda} \exp\left(\frac{x-\mu}{\lambda} - e^{\frac{(x-\mu)/\lambda}{\lambda}}\right),$ $-\infty < x < +\infty$	
5.	Максимального значення	μ, λ	$f(x) = \frac{1}{\lambda} \exp\left(-\frac{x-\mu}{\lambda} - e^{-\frac{(x-\mu)/\lambda}{\lambda}}\right),$ $-\infty < x < +\infty$	
6.	Подвійний показниковий	μ, λ	$f(x) = \lambda\mu \exp(-\lambda\mu - \mu e^{-\lambda x}),$ $-\infty < x < +\infty$	
7.	Логістичний	μ, λ	$f(x) = \frac{\exp\left(\frac{x-\mu}{\lambda}\right)}{\lambda \left[1 + \exp\left(\frac{x-\mu}{\lambda}\right)\right]^2},$ $-\infty < x < +\infty$	
8.	Чампернауна	μ, a	$f(x) = \frac{a}{\pi c h a(x - \mu)},$ $-\infty < x < +\infty$	
9.	Показниковий	λ	$f(x) = \lambda e^{-\lambda x},$ $x > 0$	

Продовження таблиці 1

№ п/п	Назва	Парам.-ри	Аналітичний вираз	Графік
10.	Шарльє	$\mu, \lambda, \gamma_1, \gamma_2$	$f(x) = \frac{1}{\sigma} \left[\varphi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) - \frac{\gamma_1}{6} \varphi^{(3)}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) + \frac{\gamma_2}{24} \varphi^{(4)}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) \right] = \frac{1}{\sigma} \varphi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) \times \left[1 + \frac{\gamma_1}{6} \left[\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^3 - 3\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) \right] + \frac{\gamma_2}{24} \left[\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^4 - 6\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2 + 3 \right] \right]$ $-\infty < x < +\infty$	
11.	Двохпараметричний гама	λ, a	$f(x) = \frac{\lambda^a}{\Gamma(a)} x^{a-1} e^{-\lambda x}, \quad x > 0$	
12.	Трьохпараметричний гама	λ, a, c	$f(x) = \frac{\lambda^a}{\Gamma(a)} (y-c)^{a-1} e^{-\lambda(y-c)}, \quad y > 0$	
13.	Ерланга m -го порядку	λ, m	$f(x) = \frac{\lambda^m}{(m-1)!} \cdot x^{(m-1)} \cdot e^{-\lambda x}, \quad x \geq 0$	
14.	Нормований розподіл Ерланга m -го порядку	λ, m	$f(z) = \frac{(\lambda m)^m}{(m-1)!} z^{(m-1)} e^{-\lambda m z}, \quad z \geq 0,$	
15.	Узагальнений розподіл Ерланга II порядку	λ, μ	$f(x) = \frac{\lambda \mu}{\lambda - \mu} (e^{-\mu x} - e^{-\lambda x}), \quad x \geq 0,$	
16.	Двохпараметричний розподіл Вейбула-Гніденко	a, c	$f(x) = \frac{c}{a} \left(\frac{x}{a} \right)^{c-1} \exp\left(-\left(\frac{x}{a}\right)^c\right), \quad x > 0$	
17.	Трьохпараметричний розподіл Вейбула-Гніденко	a, c	$f(x) = \frac{c}{a} \left(\frac{y-y_0}{a} \right)^{c-1} \exp\left(-\left(\frac{y-y_0}{a}\right)^c\right), \quad y > y_0$	
18.	Гіперекспоненційний розподіл II роду	λ, p	$f(x) = 2p^2 \lambda e^{-2p\lambda x} + 2(1-p)^2 \lambda e^{-2(1-p)\lambda x}, \quad x \geq 0$	

Продовження таблиці 1

№ п/п	Назва	Парам.-ри	Аналітичний вираз	Графік
19.	Модуля n -мірного вектора	n, a	$f(x) = \frac{1}{2^{\frac{n}{2}-1} a^n \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} x^{n-1} e^{-\frac{x^2}{2a^2}}, \quad x > 0,$	
20.	Релея	a	$f(x) = \frac{x}{a^2} e^{-\frac{x^2}{2a^2}}, \quad x > 0$	
21.	Релея-Райса	a, h	$f(z) = \frac{z}{a^2} e^{-\frac{(z^2+h^2)(2a^2)}{2}} I_0\left(\frac{zh}{a^2}\right), \quad z \geq 0$	
22.	Максвелла	a	$f(x) = \frac{2x^2}{a^3 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2a^2}}, \quad x \geq 0,$	
23.	Накагамі	a, β	$f(x) = \frac{2}{\Gamma(a)} \binom{a}{\beta} x^{2a-1} e^{-\frac{ax^2}{\beta}}, \quad x > 0,$	
24.	Бета-розподіл II роду	u, v	$f(x) = \frac{\Gamma(u+v)}{\Gamma(u)\Gamma(v)} x^{u-1} (1-x)^{v-1}, \quad x > 0,$	
25.	Логнормальний	m, a	$f(x) = \frac{1}{xa \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[\ln(\frac{x}{m})]^2}{2a^2}}, \quad x \geq 0$	
26.	Парето	x_0, a	$f(x) = \frac{a}{x_0} \left(\frac{x_0}{x} \right)^{a+1}, \quad x > x_0$	
27.	Модуля нормальної випадкової величини	m, a	$f(x) = \frac{1}{a\sqrt{2\pi}} \left[\exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2a^2}\right) + \exp\left(\frac{(x+m)^2}{2a^2}\right) \right], \quad x \geq 0,$	
28.	Урізаний зліва нормальний	m, a	$f(x) = \frac{1}{\gamma a \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2a^2}\right), \quad \alpha \leq x$	

Продовження таблиці 1

№ п/п	Назва	Парам.-ри	Аналітичний вираз	Графік
29.	Урізаний справа нормальний	m, a	$f(x) = \frac{1}{\gamma a \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2a^2}\right), \\ x \leq \beta$	
30.	Вальда	c, μ	$f(x) = \sqrt{\frac{c\mu}{2\pi x^3}} \exp\left[\frac{c(x-\mu)^2}{2\mu x}\right], \\ x \geq 0,$	
31.	Рівномірний	α, β	$f(x) = \frac{1}{\beta - \alpha}, \\ \alpha \leq x \leq \beta$	
32.	Класичний бета-розподіл	u, v	$f(x) = \frac{\Gamma(u+v)}{\Gamma(u)\Gamma(v)} x^{u-1} (1-x)^{v-1}, \\ 0 < x < 1$	
33.	Параболічний	$\alpha, (\beta-\alpha)$	$f(x) = \frac{6(x-\alpha)(\beta-x)}{(\beta-\alpha)^3}, \\ \alpha \leq x \leq \beta$	
34.	Арксинуса	μ, λ	$f(x) = \frac{1}{\pi \sqrt{\lambda^2 - (x-\mu)^2}}, \\ \mu - \lambda < x < \mu + \lambda$	
34.	Сімпсона	α, β	$f(x) = \begin{cases} \frac{4(x-\alpha)}{(\beta-\alpha)^2}, & \alpha \leq x \leq \frac{\alpha+\beta}{2} \\ \frac{4(\beta-x)}{(\beta-\alpha)^2}, & \frac{\alpha+\beta}{2} \leq x \leq \beta \end{cases}$	
36.	Двохсторонньо урізаний нормальний	m, a	$f(x) = \frac{1}{\gamma a \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2a^2}\right), \\ \alpha \leq x \leq \beta$	
37.	χ^2 -розподіл Пірсона	n	$f(x) = \frac{1}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}, \\ x > 0$	
39.	t - розподіл Ст'юдента	v	$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)}{\sqrt{v\pi} \Gamma\left(\frac{v}{2}\right)} \left(1 + \frac{x^2}{v}\right)^{-\frac{v+1}{2}}, \\ -\infty < t < \infty$	
40.	F - Фішера-Сnedекора	u, v	$f(x) = \frac{1}{B\left(\frac{u}{2}, \frac{v}{2}\right)} \left(\frac{u}{v}\right)^{\frac{u}{2}} x^{\frac{u}{2}-1} \left(1 + \frac{u}{v}x\right)^{-\frac{(u+v)}{2}}, \\ x > 0$	

Закінчення таблиці 1

№ п/п	Назва	Парам.- ри	Аналітичний вираз	Графік
41.	Z – розподіл Фішера	u, v	$f(z) = \frac{2u^{u/2} v^{v/2}}{B\left(\frac{u}{2}, \frac{v}{2}\right)} e^{-uv/2} \left(v + e^{2z}\right)^{-(u+v)/2},$ $-\infty < z < \infty$	

Представимо сукупність законів розподілу $f(x)$ неперервної випадкової величини збитків X унаслідок реалізації загрози безпеці інформації як множину $F = \{f_j\}$ [8], де j - номер елемента множини F , $j = \overline{1, k}$. Для того, щоб її задати запишемо умови та обмеження, котрі визначатимуть належність закону розподілу $f(x)$ до множини F :

- Функція $f(x)$ – неперервна в кожній точці x_0 інтервалу $(0, \infty)$, тобто виконується наступна рівність

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0).$$

- Функція $f(x)$ – гладка, тобто має неперервну похідну $f'(x)$ в кожній точці x інтервалу $(0, \infty)$.

- Функція $f(x)$ – невід’ємна

$$f(x) > 0.$$

- Значення величини збитків X належать інтервалу $(0, \infty)$ і, як наслідок,

$$\int_0^\infty f(x)dx = 1.$$

- Імовірність нульових збитків практично дорівнює нулю;

- Існує скінчена, менша за одиницю, імовірність найбільш очікуваного значення x_{oc} величини можливих збитків.

- Функція $f(x)$ монотонно зростає від нуля до свого максимуму, після чого монотонно спадає, тобто в усіх точках інтервалу $(0, \infty)$ друга похідна функції $f(x)$ від’ємна

$$f''(x) < 0.$$

- Імовірність значних збитків дорівнює нулю.

- Урахуванням зазначених властивостей, перерахуємо елементи f_j множини F :

{ f_1 – нормальний закон розподілу, f_2 – закон розподілу Лапласа, f_3 – закон

розділу Кої, f_4 – закон розподілу мінімального значення, f_5 – закон розподілу максимального значення, f_6 – подвійний показниковий закон розподілу, f_7 – логістичний закон розподілу, f_8 – закон розподілу Чампернауна, f_9 – двохпараметричний гама розподіл, f_{10} – трьохпараметричний гама розподіл, f_{11} – закон розподілу Ерланга m -го порядку, f_{12} – нормований закон розподілу Ерланга m -го порядку, f_{13} – узагальнений розподіл Ерланга Π роду, f_{14} – двохпараметричний закон розподілу Вейбула-Гніденко, f_{15} – трьохпараметричний закон розподілу Вейбула-Гніденко, f_{16} – закон розподілу модуля n -мірного вектора, f_{17} – закон розподілу Релея, f_{18} – закон розподілу Релея-Райса, f_{19} – закон розподілу Максвелла, f_{20} – закон розподілу Накагами, f_{21} – бета розподіл Π роду, f_{22} – логнормальний закон розподілу, f_{23} – закон розподілу модуля нормальної випадкової величини, f_{24} – урізаний справа нормальній закон розподілу, f_{25} – закон розподілу Вальда, f_{26} – класичний бета розподіл, f_{27} – χ^2 -розподіл Пірсона, f_{28} – χ -розподіл Пірсона, f_{29} – t -розподіл Ст'юдента, f_{30} – F -розподіл Фішера-Сnedекора, f_{31} – Z -розподіл Фішера }.

Звідси, вираз для множини F з урахуванням кількості елементів f_j матиме наступну форму запису

$$F = \{f_j\}, \quad j = \overline{1, 31}.$$

Враховуючи, що кожен елемент f_j множини F описується відповідною кількістю параметрів, котрі в загальному випадку позначаються наступним чином: параметр положення μ , параметр масштабу λ , параметр форми θ , визначимо загальну форму запису правила, що дозволить розбити множину F на підмножини F_i

$$F_i = \{f_{ij} \mid f_x(\mu, \lambda, \theta)\}. \quad (1)$$

При цьому індекс « i » вказує на кількість параметрів, котрими описуються закони розподілу величини збитків X унаслідок реалізації загроз безпеці інформації i -ої підмножини множини F , $i = \overline{1, n}$. Оскільки закон розподілу $f(x)$ величини збитків може бути описаний одним, двома або трьома параметрами ($n = 3$), представимо (1) у наступному вигляді

1. $F_1 := \{f_{1r} \mid f_x(\mu)\}.$
2. $F_2 := \{f_{2s} \mid f_x(\mu, \lambda)\}.$
3. $F_3 := \{f_{3t} \mid f_x(\mu, \lambda, \theta)\}.$

Причому $r + s + t = j$.

З урахуванням визначених правил, задамо підмножини F_i множини F
 $F_1 = \{f_{11} - \text{закон розподілу Релея}, f_{12} - \text{закон розподілу Максвелла}, f_{13} - \chi^2 - \text{розподіл Пірсона}, f_{14} - \chi - \text{розподіл Пірсона}, f_{15} - t - \text{розподіл Ст'юдента}\}, F_1 := \{f_{1r} | f_x(\mu)\}, r = \overline{1,5}$.

$F_2 = \{f_{21} - \text{нормальний закон розподілу}, f_{22} - \text{закон розподілу Лапласа}, f_{23} - \text{закон розподілу Коши}, f_{24} - \text{закон розподілу мінімального значення}, f_{25} - \text{закон розподілу максимального значення}, f_{26} - \text{подвійний показниковий закон розподілу}, f_{27} - \text{логістичний закон розподілу}, f_{28} - \text{закон розподілу Чампернауна}, f_{29} - \text{двохпараметричний гама розподіл}, f_{210} - \text{закон розподілу Ерланга } m - \text{го порядку}, f_{211} - \text{нормований закон розподілу Ерланга } m - \text{го порядку}, f_{212} - \text{узагальнений розподіл Ерланга } II \text{ порядку}, f_{213} - \text{двохпараметричний закон розподілу Вейбула-Гніденко}, f_{214} - \text{закон розподілу модуля } n - \text{мірного вектору}, f_{215} - \text{закон розподілу Релея-Райса}, f_{216} - \text{закон розподілу Накагамі}, f_{217} - \text{бета-розподіл } II \text{ роду}, f_{218} - \text{логнормальний закон розподілу}, f_{219} - \text{закон розподілу модуля нормальної випадкової величини}, f_{220} - \text{урізаний справа нормальний закон розподілу}, f_{221} - \text{закон розподілу Вальда}, f_{222} - \text{класичний бета розподіл}, f_{223} - F\text{-розподіл Фишера-Сnedекора}, f_{224} - Z\text{-розподіл Фишера}\}, F_2 := \{f_{2s} | f_x(\mu, \lambda)\}, s = \overline{1,24}$.

$F_3 = \{f_{31} - \text{трьохпараметричний гама розподіл}, f_{32} - \text{трьохпараметричний закон розподілу Вейбула-Гніденко}\}, F_3 := \{f_{3t} | f_x(\mu, \lambda, \theta)\}, t = \overline{1,2}$.

I, як наслідок,

$$F = \{F_i\} \text{ або } F = \{F_1, F_2, F_3\}.$$

Оскільки кожен елемент підмножин F_i водночас є елементом множини F : $f \in F_i \Rightarrow f \in F \forall f$, то $F_i \subset F$.

При цьому над елементами f підмножин F_i можна виконувати такі операції:

1. Об'єднання підмножин F_i

$$\bigcup_{i=1}^3 F_i = F_1 \cup F_2 \cup F_3 = F.$$

2. Переріз підмножин F_i

$$\bigcap_{i=1}^3 F_i = F_1 \cap F_2 \cap F_3 = \emptyset.$$

3. Різниця між множиною F та об'єднанням підмножин F_i

$$F \setminus (F_2 \cup F_3) = F_1.$$

$$F \setminus (F_1 \cup F_3) = F_2.$$

$$F \setminus (F_1 \cup F_2) = F_3.$$

Таким чином,

1) для опису величини збитків здійснено перехід від дискретних до неперервних випадкових величин, що дало змогу зменшити сукупність законів розподілу, котрі використовуються при оцінюванні величини збитків унаслідок реалізації загроз безпеці інформації за умови відсутності або недостатності початкових даних;

2) визначено вимоги, котрим повинен задовольняти закон розподілу величини збитків унаслідок реалізації загроз в контексті задачі оцінювання ризику безпеки інформації;

3) з урахуванням попередніх двох пунктів, сформовано множину законів розподілу величини збитків унаслідок реалізації загроз безпеці інформації.

Отже, використання визначеної множина законів розподілу дозволяє, по-перше, мінімізувати пошук потрібного теоретичного закону розподілу величини збитків, використовуючи під час дослідження тільки підмножину F_i множини F з потрібною кількістю параметрів; по-друге, обґрунтевати зроблений вибір, користуючись властивостями, котрим повинен задовольняти закон розподілу величини збитків унаслідок реалізації загрози безпеці інформації.

1. ISO/IEC Guide 73:2002. Risk management. Vocabulary. Guidelines for use in standards.
2. Вишняков Я.Д. Общая теория рисков: Учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений. – М.: Издательский центр «Академия», 2007. – 368 с.
3. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. Учеб. пособие для втузов. – 2-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2000. – 480 с.
4. Хохлов Н.В. Управление риском: Учеб. пособие для вузов. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001. – 239 с.
5. Вітлінський В.В., Наконечний С.І., Шарапов О.Д. Економічний ризик і методи його вимірювання: Підручник. – К.: ІЗМН, 1996. 400 с.
6. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие для вузов/В.Е. Гмурман. – 9-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2003. – 479 с.
7. Вадзинский Р.Н. Справочник по вероятностным распределениям. – СПб.: Наука, 2001. – 295 с.
8. Столл Роберт Р. Множества. Логика. Аксиоматические теории. – М.: Просвещение, 1968.— 231 с.

Поступила 29.09.2010р.