УДК 539.3

Напружено-деформований стан пружного півпростору за врахування дисипативних процесів під час формування приповерхневої неоднорідності

Зоя Бойко

Центр математичного моделювання ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України , вул. Дудаєва, 15, Львів, 79005, e-mail: zoya@cmm.lviv.ua

(Представлено членом-кореспондентом НАН України Я. Бураком)

На основі запропонованої раніше математичної моделі механіки пружних систем, в якій формування приповерхневої неоднорідності пов'язане з дисипативними процесами та локальним зміщенням маси, сформульовано та розв'язано задачу про напружено-деформований стан пружного півпростору. Встановлено, що навіть за умови нехтування у рівняннях стану взаємовпливом процесів деформування та локального зміщення маси, компоненти тензора напружень і хімічний потенціал описують приповерхневу неоднорідність у зв'язку з протіканням у тілі дисипативних процесів.

Ключові слова: енергетичний і термодинамічний підходи, дисипативні процеси, локальне зміщення маси, приповерхневі явища.

Вступ. Для побудови математичних моделей механіки пружних систем, які враховують приповерхневі явища, у науковій літературі використовують як енергетичні, так і термодинамічні підходи, започатковані в класичних працях Гріффітса [1] і Гіббса [2]. Для врахування поверхневих ефектів у твердих тілах приповерхневу область часто моделюють тонкою оболонкою, характеристики матеріалу якої відмінні від відповідних характеристик внутрішніх областей тіла [3, 4]. Значна увага надається вивченню напружено-деформованого стану деформівних твердих тіл із урахуванням приповерхневих явищ на основі нелокальних моделей [5-7], у яких тензори напружень і деформацій пов'язані інтегральними співвідношеннями. Приповерхневу неоднорідність враховують також на основі локально-градієнтного підходу в термомеханіці [8, 9], який базується на використанні загальних принципів термодинаміки нерівноважних процесів [10]. За такого підходу приповерхневу неоднорідність описували завдяки урахуванню процесу локального зміщення маси [11]. Слід зазначити, що вперше увагу на процес локального зміщення маси у термомеханічних системах було звернуто в праці [8].

Енергетичний підхід і методику модельного опису кінетики формування приповерхневих явищ у термопружних тілах наведено у роботі [12]. Під час встановлення визначальних співвідношень локального термодинамічного стану за підходом Лагранжа додатково приймали, що фізично-мала підсистема є субстанціональна.

У працях [13-15] побудовано математичні моделі для опису термомеханічних процесів у твердих тілах за врахування локального зміщення маси із використанням підходу Ейлера. У роботах [16, 17] такий підхід розвинуто на неферомагнітні діелектричні тіла, і разом із процесом локального зміщення електричного заряду враховано також локальне зміщення маси. Показано, зокрема, що отримані співвідношення описують приповерхневу неоднорідність механічних та електричних полів, у тому числі пояснюють виникнення наведеного поверхневого зв'язаного електричного заряду, а також електричного імпульсу, спричиненого утворенням поверхні тіла.

У роботі [18] шляхом поєднання енергетичного та термодинамічного підходів запропоновано математичну модель механіки пружних систем, у якій формування приповерхневих явищ описується як з урахуванням дисипативних процесів, так і локального зміщення центрів мас. Метою цього дослідження є застосування співвідношень запропонованої в [18] моделі деформівних пружних тіл для вивчення напружено-деформованого стану пружного півпростору.

1. Вихідні співвідношення моделі

Розглядаємо пружне тіло, яке взаємодіє з зовнішнім середовищем. За відліковий (для $t \le t_0$, t — час) приймаємо однорідний термодинамічний стан тіла, який реалізується в необмеженому середовищі за відсутності зовнішнього силового навантаження. Природний стан характеризуємо абсолютною температурою $T_{(0)}$ і густиною ентропії $S_{(0)}$, хімічним потенціалом $\mu_{(0)}$ і густиною маси $\rho_{(0)}$, тиском $P_{(0)}$ і питомим об'ємом $V_{(0)} = \rho_{(0)}^{-1}$.

Приповерхневу неоднорідність пов'язуємо з урахуванням процесу локального зміщення центрів мас системи та з дисипативними процесами переходу тіла із вихідного природного (однорідного) стану до градієнтного стаціонарного в межах системи «пружне тіло – зовнішнє середовище». У зв'язку з цим рівняння локального термодинамічного стану подаються так [18]

$$\frac{1}{3}\sigma^* = -\frac{P_{(0)}}{\rho_{(0)}} + K_* e - \beta\left(-\vec{\nabla}_0 \cdot \vec{\Pi}_M\right),$$

$$\left(\hat{\sigma}^s\right)^d = 2G\hat{e}^d,$$

$$\mu - \mu_{(0)} = \alpha\left(-\vec{\nabla}_0 \cdot \vec{\Pi}_M\right) - \beta e. \tag{1}$$

Тут $e = \vec{\nabla}_0 \cdot \vec{u}$ — об'ємна деформація фізично малої підсистеми; $\vec{u}$ — вектор переміщення; $\left(\hat{\sigma}^s\right)^d = \hat{\sigma}^s - \sigma\hat{I}/3$ — девіатор симетричної частини $\hat{\sigma}^s$ тензора напружень Піоли-Кірхгофа першого роду $\hat{\sigma}$; $\hat{\sigma} = \hat{\sigma}^s + \hat{\sigma}^a$; $\hat{\sigma}^a$ — антисиметрична частина $\hat{\sigma}$; $\sigma = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}$; $\hat{e}^d = \hat{e} - e\hat{I}/3$ — девіатор тензора деформації $\hat{e}$;

$\vec{\Pi}_M = \int_{t_0}^{t} \vec{J}_M d\tilde{t}$ — вектор локального зміщення центра мас фізично-малої підсистеми відносно її геометричного центра; $\vec{J}_M$ — потік маси, спричинений локальним зміщенням маси; $K_* = K - \frac{2P_{(0)}}{\rho_{(0)}} - \frac{1}{\rho_{(0)}^2} \frac{\partial P}{\partial (1/\rho)}\bigg|_{\left(1/\rho_{(0)}\right)}$; K, G — модулі об'ємного стиску та зсуву; $\alpha = \left(\frac{\partial\left(\mu - \mu_{(0)}\right)}{\partial\left(-\vec{\nabla}_0 \cdot \vec{\Pi}_M\right)} \right)_0$, $\beta = \frac{1}{3}\left(\frac{\partial\sigma^*}{\partial\left(-\vec{\nabla}_0 \cdot \vec{\Pi}_M\right)} \right)_0$; $\vec{\nabla}_0$ — диференціальний оператор Гамільтона у відліковій конфігурації; $\hat{I}$ — одиничний тензор.

Відповідно для визначення компонент симетричної частини $\hat{\sigma}^s$ тензора напружень $\hat{\sigma}$ маємо

$$\hat{\sigma}^s = \left[-\frac{P_{(0)}}{\rho_{(0)}} + K_* e + \beta\left(\vec{\nabla}_0 \cdot \vec{\Pi}_M\right) \right] \hat{I} + 2G\hat{e}^d . \tag{2}$$

Базові вихідні співвідношення для опису дисипативних процесів (без урахування ефектів їх взаємовпливу) є такі [18]

$$\begin{aligned} &\vec{\nabla}_0 \cdot \hat{\sigma} + \vec{f}^+ = \beta_1 \dot{\vec{u}} , \\ &\vec{\sigma}^a = -G'\vec{\varphi} , \\ &\vec{\nabla}_0\left(\mu - \mu_{(0)}\right) = \beta_2\left(-\dot{\vec{\Pi}}_M\right), \end{aligned} \tag{3}$$

де $\vec{f}^+$ — вектор густини об'ємних сил; $\vec{\sigma}^a$ — супутній вектор до антисиметричного тензора напружень $\hat{\sigma}^a$; β_1, β_2, G' — коефіцієнти дисипативних процесів; $\vec{\varphi} = \frac{1}{2}\vec{\nabla}_0 \times \vec{u}$; "$\times$ "— знак векторного добутку.

З урахуванням рівнянь локального термодинамічного стану (1) і рівнянь для дисипативних процесів (3) ключова система рівнянь моделі відносно вектора переміщення $\vec{u}$ та вектора локального зміщення центра мас системи $\vec{\Pi}_M$ має вигляд

$$\begin{aligned} &G\Delta\vec{u} + \left(K_* + \frac{1}{3}G\right)\vec{\nabla}_0\left(\vec{\nabla}_0 \cdot \vec{u}\right) - G'\vec{\nabla}_0 \cdot \left[\hat{\epsilon} \cdot \left(\vec{\nabla}_0 \times \dot{\vec{u}}\right)\right] - \beta_1\dot{\vec{u}} + f^+ = -\beta\vec{\nabla}_0\left(\vec{\nabla}_0 \cdot \vec{\Pi}_M\right), \\ &\alpha\vec{\nabla}_0\left(-\vec{\nabla}_0 \cdot \vec{\Pi}_M\right) + \beta_2\dot{\vec{\Pi}}_M = \beta\vec{\nabla}_0\left(\vec{\nabla}_0 \cdot \vec{u}\right). \end{aligned} \tag{4}$$

Тут Δ — оператор Лапласа, $\hat{\epsilon}$ — антисиметричний тензор третього рангу Леві-Чивіта.

При цьому для визначення $\vec{\sigma}^a$ маємо

$$\hat{\sigma}^a = -G'\hat{\epsilon} \cdot \left(\vec{\nabla}_0 \times \vec{u}\right). \tag{5}$$

За умови нехтування взаємовпливом процесів деформування та локального зміщення маси, рівняння стану (1) набувають вигляду

$$\frac{1}{3}\sigma^* = -\frac{P_{(0)}}{\rho_{(0)}} + K_* e, \quad \left(\hat{\sigma}^s\right)^d = 2G\hat{e}^d, \quad \mu - \mu_{(0)} = \alpha\left(-\vec{\nabla}_0 \cdot \vec{\Pi}_M\right). \tag{6}$$

Ключова система рівнянь (4) тепер розпадається на систему двох незв’язаних рівнянь відносно вектора переміщення $\vec{u}$ та вектора локального зміщення маси $\vec{\Pi}_M$

$$G\Delta\vec{u} + \left(K_* + \frac{1}{3}G\right)\vec{\nabla}_0\left(\vec{\nabla}_0 \cdot \vec{u}\right) - G'\vec{\nabla}_0 \cdot \left[\hat{\epsilon} \cdot \left(\vec{\nabla}_0 \times \vec{u}\right)\right] - \beta_1\vec{u} + \vec{f}^+ = 0, \tag{7}$$

$$\alpha\vec{\nabla}_0\left(-\vec{\nabla}_0 \cdot \vec{\Pi}_M\right) + \beta_2\vec{\Pi}_M = 0. \tag{8}$$

Ключову систему рівнянь моделі (4) і систему двох незв’язаних рівнянь (7), (8) необхідно доповнити відповідними граничними умовами.

2. Постановка та розв’язування крайової задачі для пружного півпростору

Розглянемо пружний півпростір $x \ge 0$, який виділений у момент часу $t = t_0$ з безмежного середовища так, що для $t > t_0$ півпростір контактує з зовнішнім середовищем, дію якого враховуємо шляхом задання на поверхні $x = 0$ тиску p^+ та хімічного потенціалу μ^+. Тоді компоненти тензора напружень $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$, векторів переміщення $\vec{u} = (u, 0, 0)$ та локального зміщення маси $\vec{\Pi}_M = (\Pi_M, 0, 0)$ є функції лише координати x. У результаті ключова система рівнянь (4) набуває вигляду

$$\begin{gathered}\left(K_* + \frac{4}{3}G\right)\frac{d^2u}{dx^2} - \beta_1 u + \beta\frac{d^2\Pi_M}{dx^2} = 0, \\ -\alpha\frac{d^2\Pi_M}{dx^2} + \beta_2\Pi_M - \beta\frac{d^2u}{dx^2} = 0.\end{gathered} \tag{9}$$

На поверхні $x = 0$ маємо такі умови

$$\begin{gathered}\left.-\frac{P_{(0)}}{\rho_{(0)}} + \left(K_* + \frac{4}{3}G\right)\frac{du}{dx} + \beta\frac{d\Pi_M}{dx}\right|_{x=0} = -p^+, \\ \left.\mu_{(0)} - \alpha\frac{d\Pi_M}{dx} - \beta\frac{du}{dx}\right|_{x=0} = \mu^+,\end{gathered} \tag{10}$$

де p^+, μ^+ — задані тиск і хімічний потенціал однорідного зовнішнього середовища.

До цих умов слід додати також умову обмеженості шуканого розв'язку у випадку $x \to +\infty$.

Розв'язок сформульованої задачі шукаємо у вигляді

$$u(x) = u_a e^{-kx}, \ \Pi_M(x) = \Pi_{M_a} e^{-kx}. \tag{11}$$

Якщо співвідношення (11) підставити у систему рівнянь (9), то отримаємо таке біквадратне характеристичне рівняння

$$\left[\Lambda\alpha - \beta^2\right]k^4 - \left[\Lambda\,\beta_2 + \alpha\beta_1\right]k^2 + \beta_1\beta_2 = 0,$$

де $\Lambda = K_* + \dfrac{4}{3}G$.

Корені цього рівняння є такі

$$k_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{\Lambda\,\beta_2\left(1 + A_2\right) + \alpha\beta_1\left(1 - A_2\right)}{2\left[\Lambda\,\alpha - \beta^2\right]}},$$

$$k_{3,4} = \pm\sqrt{\frac{\Lambda\beta_2\left(1 - A_2\right) + \alpha\beta_1\left(1 + A_2\right)}{2\left[\Lambda\,\alpha - \beta^2\right]}}. \tag{12}$$

Тут

$$A_2 = \sqrt{1 + \frac{4\beta_1\beta_2\beta^2}{A_1^{\,2}}}, \qquad A_1 = \Lambda\beta_2 - \alpha\beta_1.$$

За врахування умови обмеженості розв'язку на безмежності ($x \to +\infty$), а також граничних умов на поверхні пружного півпростору (10), розв'язок (11) набуває вигляду

$$u(x) = \frac{k_1}{A_2}\left[-\frac{1 - A_2}{2\beta_1}\left(p^+ - \frac{P_{(0)}}{\rho_{(0)}}\right) + \frac{\beta}{A_1}\left(\mu_{(0)} - \mu^+\right)\right]e^{-k_1 x} +$$

$$+\frac{k_3}{A_2}\left[\frac{1 + A_2}{2\beta_1}\left(p^+ - \frac{P_{(0)}}{\rho_{(0)}}\right) - \frac{\beta}{A_1}\left(\mu_{(0)} - \mu^+\right)\right]e^{-k_3 x},$$

$$\Pi_M(x) = \frac{B_1}{k_1 A_2}\left[-\frac{1 - A_2}{2\beta\beta_1}\left(p^+ - \frac{P_{(0)}}{\rho_{(0)}}\right) + \frac{1}{A_1}\left(\mu_{(0)} - \mu^+\right)\right]e^{-k_1 x} +$$

$$+\frac{B_3}{k_3 A_2}\left[\frac{1 + A_2}{2\beta\beta_1}\left(p^+ - \frac{P_{(0)}}{\rho_{(0)}}\right) - \frac{1}{A_1}\left(\mu_{(0)} - \mu^+\right)\right]e^{-k_3 x}, \tag{13}$$

де $B_j = \beta_1 - k_j^{\,2}\Lambda$, $j = 1;3$.

На основі співвідношень (1), (2), (5), (13) для ненульових компонент тензора напружень $\hat{\sigma}$ та хімічного потенціалу μ одержуємо

$$\sigma_{xx}(x) = -\frac{P_{(0)}}{\rho_{(0)}} + \frac{1}{A_2}\left\{\left[\frac{1}{2}(1-A_2)\left(p^+ - \frac{P_{(0)}}{\rho_{(0)}}\right) - \frac{\beta\beta_1}{A_1}\left(\mu_{(0)} - \mu^+\right)\right]e^{-k_1 x} + \right.$$

$$\left. + \left[-\frac{1}{2}(1+A_2)\left(p^+ - \frac{P_{(0)}}{\rho_{(0)}}\right) + \frac{\beta\beta_1}{A_1}\left(\mu_{(0)} - \mu^+\right)\right]e^{-k_3 x}\right\},$$

$$\sigma_{yy}(x) = \sigma_{zz}(x) = -\frac{P_{(0)}}{\rho_{(0)}} + \frac{D_1}{A_2}\left[\frac{1}{2}(1-A_2)\left(p^+ - \frac{P_{(0)}}{\rho_{(0)}}\right) - \frac{\beta\beta_1}{A_1}\left(\mu_{(0)} - \mu^+\right)\right]e^{-k_1 x} +$$

$$+ \frac{D_3}{A_2}\left[-\frac{1}{2}(1+A_2)\left(p^+ - \frac{P_{(0)}}{\rho_{(0)}}\right) + \frac{\beta\beta_1}{A_1}\left(\mu_{(0)} - \mu^+\right)\right]e^{-k_3 x},$$

$$\mu = \mu_{(0)} + \frac{1}{2A_2}\left\{\left[\frac{A_1\left(1-A_2{}^2\right)}{2\beta\beta_1}\left(p^+ - \frac{P_{(0)}}{\rho_{(0)}}\right) - (1+A_2)\left(\mu_{(0)} - \mu^+\right)\right]e^{-k_1 x} + \right.$$

$$\left. + \left[-\frac{A_1\left(1-A_2{}^2\right)}{2\beta\beta_1}\left(p^+ - \frac{P_{(0)}}{\rho_{(0)}}\right) + (1-A_2)\left(\mu_{(0)} - \mu^+\right)\right]e^{-k_3 x}\right\}.$$

Тут $D_j = 1 - 2Gk_j{}^2/\beta_1$, $j = 1;3$.

Відзначимо, що приповерхнева неоднорідність компонент тензора напружень і хімічного потенціалу характеризується двома характерними віддалями $l_1 = 1/k_1$ і $l_2 = 1/k_3$. Величини l_1 та l_2 залежать не тільки від параметра β взаємозв'язку процесів деформування та локального зміщення маси, але і від параметрів β_1, β_2, G', що характеризують дисипативні процеси, а також модулів пружності та величин $P_{(0)}$ і $\rho_{(0)}$.

Якщо знехтувати взаємовпливом процесів деформування та локального зміщення маси, тобто рівняння стану прийняти у наближенні (6), то розв'язок сформульованої задачі суттєво спрощується і набуває вигляду

$$u(x) = \frac{1}{\sqrt{\beta_1\Lambda}}\left(p^+ - \frac{P_{(0)}}{\rho_{(0)}}\right)e^{-\sqrt{\frac{\beta_1}{\Lambda}}x}, \quad \Pi_M(x) = -\frac{1}{\sqrt{\alpha\beta_2}}\left(\mu_{(0)} - \mu^+\right)e^{-\sqrt{\frac{\beta_2}{\alpha}}x},$$

$$\sigma_{xx}(x) = -\frac{P_{(0)}}{\rho_{(0)}} - \left(p^+ - \frac{P_{(0)}}{\rho_{(0)}}\right)e^{-\sqrt{\frac{\beta_1}{\Lambda}}x},$$

$$\sigma_{yy}(x) = \sigma_{zz}(x) = -\frac{P_{(0)}}{\rho_{(0)}} - \left(1 - \frac{2G}{\Lambda}\right)\left(p^+ - \frac{P_{(0)}}{\rho_{(0)}}\right)e^{-\sqrt{\frac{\beta_1}{\Lambda}}x},$$

$$\mu = \mu_{(0)} - \left(\mu_{(0)} - \mu^{+}\right) e^{-\sqrt{\frac{\beta_2}{\alpha}} x}.$$

Зазначимо, що хоча в рівняннях стану (1) знехтувано взаємовпливом процесів деформування та локального зміщення маси, розподілам напружень та хімічного потенціалу властива приповерхнева неоднорідність, яка зумовлена протіканням дисипативних процесів. При цьому параметри $l_{1*} = \sqrt{\Lambda / \beta_1}$ та $l_{2*} = \sqrt{\alpha / \beta_2}$ є характерні віддалі такої неоднорідності. Параметр l_{1*} визначається співвідношенням між коефіцієнтом β_1 і модулями пружності, а також величинами $P_{(0)}$ та $\rho_{(0)}$, а параметр l_{2*} — співвідношенням між коефіцієнтами β_2 й α.

Висновки. З використанням співвідношень математичної моделі механіки пружних систем, яка враховує як дисипативні процеси, так і процес локального зміщення маси, досліджено напружено-деформований стан пружного півпростору за врахування ефектів приповерхневої неоднорідності. Встановлено, що навіть за умови нехтування взаємовпливом процесів деформування та локального зміщення маси у рівняннях стану, компоненти тензора напружень і хімічний потенціал описують приповерхневу неоднорідність у зв’язку з протіканням у тілі дисипативних процесів.

Література

[1] *Гріффітс, А. А.* Явища розриву і течіння в твердих тілах / *А. А. Гріффітс* // Фіз.-хім. механіка матеріалів. — 1993. — Т. 29, № 3. — С. 13-42.

[2] *Гиббс, Дж. В.* Термодинамика. Статистическая механика / *Дж. В. Гиббс*. — Москва: Наука, 1982. — 584 с.

[3] *Подстригач, Я. С.* Введение в механику поверхностных явлений в деформируемых твердых телах / *Я. С. Подстригач, Ю. З. Повстенко*. — Киев: Наук. думка, 1985. — 200 с.

[4] Поверхностные явления в твердых телах с учетом взаимосвязи физико-механических процессов / *Я. С. Подстригач, П. Р. Шевчук, Т. М. Онуфрик, Ю. З. Повстенко* // Физ.-хим. механика материалов. — 1975. — № 2. — С. 36-43.

[5] *Eringen, A. C.* On Nonlocal Elasticity / *A. C. Eringen, D. G. B. Edelen* / Int. J. Engng. Sci. — 1972. — Vol. 10, No 3. — P. 233-248.

[6] *Eringen, A. C.* Polar and Nonlocal Theories of Continua / *A. C. Eringen*. — Istanbul, Turkey: Boğaziçi University, 1974. — 137 p.

[7] *Eringen, A. C.* Nonlocal Continuum Field Theories / *A. C. Eringen*. — Springer-Verlag, 2002. — 376 p.

[8] *Бурак, Я. Й.* Визначальні співвідношення локально градієнтної термомеханіки / *Я. Й. Бурак* // Доп. АН УРСР. Сер. А. — 1987. — № 12. — С. 19-23.

[9] Фізико-математичне моделювання складних систем / *Я. Бурак, Є. Чапля, Т. Нагірний* та ін.; під ред. *Я. Бурака, Є. Чаплі.* — Львів: СПОЛОМ, 2004. —264 с.

[10] *Де Гроот, С.* Неравновесная термодинамика / *С. Де Гроот, П. Мазур*. — Москва: Мир, 1964. — 456 с.

[11] *Нагірний, Т. С.* Локально-градієнтний підхід у термомеханіці / *Т. С Нагірний, О. Р. Грицина, К. А. Червінка* // Фіз.-мат. моделювання та інформаційні технології. — 2006. — № 3. — С. 59-64.

[12] *Бурак, Я. Й.* Про термодинамічні аспекти приповерхневих явищ у термопружних системах / *Я. Й. Бурак, Є. Я. Чапля* // Фіз.-хім. механіка матеріалів. — 2006. — Т. 42, № 1. — С. 39-44.

[13] Математичне моделювання термомеханічних процесів у пружних тілах із врахуванням локального зміщення маси / *Я. Й. Бурак, Є. Я. Чапля, В. Ф. Кондрат, О. Р. Грицина* // Доп. НАН України. — 2007. — № 6. — С. 45-49.
[14] *Кондрат, В. Ф.* Рівняння термомеханіки деформівного твердого тіла з урахуванням необоротності локального зміщення маси / *В. Ф. Кондрат, О. Р. Грицина* // Мат. методи та фіз.-мех. поля. — 2008. — Т. 51, № 1. — С. 169-177.
[15] *Кондрат, В. Ф.* Утворення та взаємовплив приповерхневих неоднорідностей у пружному шарі за врахування необоротності локального зміщення маси / *В. Ф. Кондрат, Т. С. Нагірний, О. Р. Грицина* // Машинознавство. — 2008. — № 3. — С. 31-36.
[16] *Бурак, Я. Й.* Приповерхневі механоелектромагнетні явища у термопружних поляризованих тілах з врахуванням локального зміщення маси / *Я. Й. Бурак, В. Ф. Кондрат, О. Р. Грицина* // Фіз.-хім. механіка матеріалів. — 2007. — № 4. — С. 5-17.
[17] *Burak, Ya.* An introduction of the local displacements of mass and electric charge phenomena into the model of the mechanics of polarized electromagnetic solids / *Ya. Burak, V. Kondrat, O. Hrytsyna* // J. Mech. Mat. and Struct. — 2008. — Vol. 3, No 6. — P. 1037-1046.
[18] *Бурак, Я. Й.* Математична модель термомеханіки з урахуванням дисипативних процесів при формуванні приповерхневих явищ / *Я. Й. Бурак, Г. І. Мороз, З. В. Бойко* // Доп. НАН України. — 2008. — № 9. — С. 65-71.

The stress-strained state of elastic half-space taking into account dissipative processes when forming near-surface inhomogeneity

Zoya Boiko

On the basis of the proposed mathematical model of elastic systems mechanics, in which formation of the near-surface inhomogeneity is related with dissipative processes and local displacement of mass, the problem about the stress-strained state of an elastic half-space is formulated and solved. It is established that the stress tensor components and the chemical potential describe the near-surface inhomogeneity related with dissipative processes even if interaction of deformation process and local displacement of mass in constitutive equations is ignored.

Напряженно-деформированное состояние упругого полупространства с учетом диссипативных процессов при формировании приповерхностной неоднородности

Зоя Бойко

На основании предложенной ранее модели механики упругих систем, в которой формирование приповерхностной неоднородности связано с диссипативными процессами и локальным смещением массы, сформулирована и решена задача о напряженно-деформированном состоянии упругого полупространства. Установлено, что даже при условии пренебрежения взаимовлиянием процессов деформирования и локального смещения массы в уравнениях состояния, компоненты тензора напряжений и химический потенциал описывают приповерхностную неоднородность в связи с прохождением в теле диссипативных процессов.

Отримано 09.04.09