Збірник наукових праць НАН України, ІПМЕ – „Моделювання та інформаційні технології”, 2003, Вип.. 22, с. 41- 48.
4. *Машков О.А., Чумакевич В.О., Шуренок В.А.* Шляхи створення та дослідження функціонально-стійкої моделі вимірювально-обчислювального комплексу/Збірник наукових праць НАН України, ІПМЕ – „Моделювання та інформаційні технології”, 2003, Вип.. 24, с. 40- 47.
5. *Машков О.А. Барабаш О.В.* Топологічні критерії та показники функціональної стійкості складних ієрархічних систем /Збірник наукових праць НАН України, ІПМЕ – „Моделювання та інформаційні технології”, 2003, Вип.. 25, с. 29-35.
6. *Машков О.А., Барабаш О.В.* Оцінка функціональної стійкості розподілених інформаційно-керуючих систем / Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології, НАН України ,Вип1, 2005, с. 159
7. *Машков В.А., Машков О.А.* Обеспечение функциональной устойчивости сложных иерархических систем / Тези доповідей I Української конференції з автоматичного управління. – К.: АН України, 1994, ч.I, с. 205.
8. *Пічугін М. Ф., Шуренок В.А., Самчишин О.В.,* Концептуальні основи забезпечення функціональної стійкості системи радіомоніторингу / Проблеми створення, випробування, застосування та експлуатації складних інформаційних систем. Технічні науки: Зб. наук. пр. / Житомир. ЖВІ НАУ, 2008. – Вип 1. С.81-95.
9. *Смирнов Ю. А.* Радиотехническая разведка. М.: Военное издательство, 2001. – 456 с.
10. *Калихман И.Л., Войтенко М.А.* Динамическое программирование в примерах и задачах. М.: Наука, 1979. – 125 с.
11. *Герасимов Б.М., Дивизинюк М.М., Субач И.Ю.* Системы поддержки принятия решений: проектирование, применение, оценка эффективности. Севастополь.: 2004. – 320с.
12. *Герасимов Б.М., Тарасов В.А., Токарев И.В.* Человеко-машинные системыпринятия решений с элементами искусственного интеллекта. Киев.: Наукова думка, 1993. – 183 с.165.

Поступила 1.03.2010р.

УДК 539.374

Я.Й.Бурак, Б.І.Гайвась, Центр математичного моделювання
Інституту прикладних проблем механіки і математики ім.Я.С.Підстригача
НАН України

ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ КОНВЕКТИВНО-ТЕПЛОВОГО ОСУШЕННЯ ПОРИСТИХ ТІЛ В СУШИЛЬНИХ УСТАНОВКАХ

In this work the mathematical model is propesed for convektive-thermal drying capillarily porous bodies with taking into account transpiration zone deepening under any thermal time-regime of a drying agent characterized by values of temperature, moisture and fanning speed. The boundary value problem is formulated with allowance for movement of the phase transformation boundary. A methodology is proposed for determination of phase transformation temperature as well as saturation pressure allowing for equations of both state and energy balance. The Caushy problem is formulated for determining a movement law of the phase transition boundary.

Ключові слова: режим осушення, процеси тепломасоперенесення, конвекція, дифузія, капілярно-пористе тіло.

Вступ. Основною метою математичного моделювання процесу нестаціонарного конвективно-теплового осушення є встановлення оптимальних параметрів сушильного агента в сушильній установці [1-3]. При цьому використання змінних в часі теплових режимів осушення дозволяє суттєво заощадити теплову енергію, яка йде на процес та підвищити параметри якості матеріалу [4]. Сушильний агент є не тільки теплоносієм, але і вологопоглиначем. З підвищенням температури інтенсифікується процес фазового перетворення зв'язаної речовини. При цьому визначальним може бути інтенсивний молярний перенос в тілі за наявності градієнту тиску, який в свою чергу є залежним від відносної вологості сушильного агента. В процесі охолодження сушильного агента зростає його відносна вологість, яка зумовлює вологообробку поверхні матеріалу, і в зв'язку з цим вирівнювання вологовмісту та зменшення рівня внутрішніх напружень.Важливим є питання встановлення тривалості вологообробки для різних матеріалів. Необхідно відзначити, що швидкість газової суміші сушильного агента, в свою чергу впливає на коефіцієнти тепло та масообміну. В залежності від чутливості матеріалу до температурних змін сушильного агента встановлюється відповідний режим сушки.

Осушення пористих тіл проводиться при температурних режимах, які враховують структурно-механічні, технологічні і біологічні властивості матеріалу. Для розрахунку оптимального режиму процесу та врахування технологічних змін при осушенні, необхідно враховувати закономірності переносу вологи з метою управління ним [1, 2]. Для опису взаємного розподілу фаз в пористому середовищі використовуються структурні моделі пористих середовищ, зокрема, з нерегулярною і випадковою структурою. В цьому зв'язку необхідно використовувати стохастичні структурні моделі [5, 6]. Поровий простір трактується як статистичний ансамбль взаємозв'язаних структурних елементів (пор), розподіл яких відповідає ймовірнісному опису. Найбільш прийнятною статистичною моделлю повинна бути проста, яка адекватно описує структуру. Для встановлення ефективних коефіцієнтів переносу для кожної з фаз, їх зв'язків, як функцій макрозмінних, умов протікання процесу в окремій порі, геометричних характеристик пористої структури визначальним фактором є вибір відповідної методики усереднення. Необхідні характеристики для опису кінетики процесу в окремій порі отримуються на основі математичних моделей, результати досліджень яких підтверджуються експериментальними дослідженнями в капілярах [7-10].

Побудова капілярних моделей грунтується на співставленні відомих в літературі даних про розміри провідних елементів матеріалу, отриманих шляхом мікроскопічних досліджень будови тіла, з відповідними даними, отриманими з використанням кінетики капілярної провідності [5].

Метою даної роботи є висвітлення механізмів переносу вологи в пористих тілах в процесі сушки, які встановлені на базі експериментальних досліджень вчених в області сушки, та побудова на основі цього простої математичної моделі нелінійного нестаціонарного процесу тепломасоперенесення, який покладений в основу моделі сушки плоских листових матеріалів з врахуванням поглиблення межі фазового переходу, обгрунтування якої дають експериментальні методи дослідження капілярно-пористих матеріалів [7-9], аналітико-числовий розв'язок якої дав би можливість в довільний момент дослідити вплив зміни характеристик сушильного агента та оптимізувати режим осушення, який полягає або в зміні часів відповідного температурного режиму, або вологості, або швидкості циркуляції агента сушки. Хоча, дослідження впливу різних факторів на інтенсивність тепломасообміну в процесі сушіння проводилось П.С.Серговським, Г.С.Шубіним, О.Крішером, П.В.Білеєм, Я.І.Соколовським, М.Ю.Лур'є та багатьма іншими вченими, великий інтерес представляють можливості прискорення процесу без погіршення якості матеріалу [4]. Необхідно розробити методику, яка б аналітико-числовими методами дозволила контролювати як за зміною вологості матеріалу (без взяття проб зразків з камер) з врахуванням механізмів переносу вологи та специфіки висушуваного матеріалу, швидко визначити розподіл вологи по січенню та забезпечити відсутність тріщинотворення матеріалу. При побудові математичної моделі процесу осушення пористих тіл врахувати фазові переходи в глибині матеріалу в залежності від режимів осушення.

Температура $T_c = \widetilde{u}(t)$, вологість φ і швидкість руху сушильного агента υ, вологовміст, розмір, структура, кінематичні характеристики вологи самого матеріалу впливають як на час t сушіння так і на якість матеріалу. Відомо, що в процесі видалення вологи з осушуваного матеріалу, матеріал терпить усадку, викликану нерівномірним розподілом вологовмісту. Так глини терплять усадку від початку сушки, деревина - починаючи від вологовмісту, меншого границі насичення кліткових стінок (границі гігроскопічності $\approx 30\%$). При сушці керамічних виробів, коли закінчується час усадки матеріалу, підвищенням температури можна створити такі умови, при яких інтенсивність випаровування не падає, а зростає без шкоди для якості матеріалу. В деревині, режим сушіння може бути жорсткішим, поки волога в тілі не досягне границі насиченості. З усадкою зв'язані внутрішні напруження, ріст яких може привести до процесів тріщинотворення.

По товщині матеріалу утворюються осушена і волога зони. Рівноважний розподіл вологи в просторі пор при випаровуванні визначається капілярним тиском. В нерівноважних умовах саме градієнти цього тиску є рушійними силами масопереносу по газовій (осушеній) та рідкій фазах.

На межі фазового переходу рідина переходить з капілярного стану в канатний, а тоді в плівково-менісковий, або стиковий стан [11]. Густина капілярної рідини відповідає критичному капілярному тиску. Якщо відома диференціальна крива розподілу об'ємної густини пор за радіусами $f_v(\rho)$, то кількість інтернованої вологи дорівнює [2]

$$\gamma_L^k = \gamma_L \int_{\rho_{\min}}^{\rho_{\max}} f_v(\rho) d\rho \,. \tag{1}$$

Рідина в капілярах $\Delta\gamma_{Li} = \gamma_L f_v(\rho) d\rho_i$ знаходиться під надлишковим або від'ємним тиском $P_i = P_{Li} - P_{gi} = 2\sigma\cos\theta / \rho_i$. При зміні тиску змінюється температура кипіння рідини у відповідності з рівнянням стану речовини. Критичний радіус визначається з рівняння $u(\vec{r}) = \int_{\rho_{\min}}^{\rho_f} \varphi(\rho) d\rho$, де $\varphi(\rho)$ - диференціальна функція розподілу пор за радіусами, яка отримується з порометричних даних.

Постановка задачі. Розглянемо неізотермічне симетричне конвективне осушення пористої пластини товщини $2L$. В приповерхневих зонах йде перехід вологи з рідкого стану в газоподібний та виникнення конвективно-дифузійного потоку пари назовні. Ширина осушених і вологої зон змінна в часі [12-14]. При сушці існує критичне значення вологовмісту, після якого спостерігається різке падіння випаровування. Величина критичного вологовмісту залежить від температури, швидкості сушильного агента і товщини матеріалу [11]. В даній роботі задачу тепломасопереносу розв'язуємо як задачу зі змінною границею фазового переходу L_m з невідомими температурою та тиском фазового переходу T_m, P_n, які визначимо в подальшому з рівнянь стану та балансу енергії.

Так як тиск пари на зовнішніх поверхнях тіла на початку сушіння залишається насиченим, швидкість сушіння є сталою. Вона залежить від зовнішнього тиску сушильного агента і тиску газової фази над вільною поверхнею конденсованої рідини $\upsilon = \frac{CS}{P_0}(P_n - P)$ [1, 2]. Тут P_n - тиск насиченої пари, P - тиск пари рідини над вільною поверхнею, P_0 - зовнішній барометричний тиск, S - площа вільної поверхні рідини, C - константа.

Тепломасоперенос в капілярно-пористих тілах. Визначення коефіцієнтів масопереносу в осушеній зоні. В реальних матеріалах, пори яких представляють складну систему різнорідних елементів, встановлюється капілярна рівновага і заповнення окремої пори тою чи іншою фазою залежить від характеристик пори і від того, з якими порами вона зв'язана. Властивості взаємного розподілу фаз визначаються як функцією розподілу структури характеристик окремих елементів, так і параметрів, які відображають взаємозв'язок цих елементів. Вплив пористої структури враховується введенням в рівняння Стефана-Максвелла ефективних коефіцієнтів бінарної взаємодії [5]. Ефективні коефіцієнти переносу визначаються випадковою геометрією простору пор, характером мікронеоднорідностей, або емпіричними залежностями, які зв'язують їх з параметрами пористої структури. При квазігомогенному наближенні в якості макроскопічних рівнянь переносу застосовують рівняння, структура яких співпадає з структурою рівнянь, справедливих в окремій елементарній порі, в більшості випадків в прямому циліндричному капілярі.

Найпростішою моделлю простору пор полідисперсного по-ристого тіла служить система циліндричних капілярів з ідеальним зв'язком. В такій моделі, якщо заповнені пори радіуса ρ_f змочуючою рідиною, то обов'язково заповнені і пори меншого радіуса. З цього випливає, що кожному значенню насиченості $f = \kappa_m = \dfrac{L_m}{L}$ відповідає критичний радіус $\rho_f(\kappa_m)$ заповнених пор, де L_m - рухома координата фазового переходу. Стінки інших пор з радіусом $\rho > \rho_f$ покриті рівноважними полімолекулярними плівками. Рівняння плівкового потоку в пористому середовищі можна подати у вигляді $j_{pl} = -\dfrac{\lfloor K_{pl}(\chi)\rfloor}{\eta_L V_L}\nabla P_L$, де $\lfloor K_{pl}(\chi)\rfloor = \Pi \int\limits_{\rho_f}^{\rho_{\max}} \dfrac{h^3(\rho,\chi)}{\rho}\varphi(\rho)d\rho$ - ефективний коефіцієнт проникливості плівок, який залежить від відносного тиску пари χ, $\rho_f(\chi)$ - граничний радіус заповнених пор при відносному тиску пари χ (в газовій зоні $\rho_f(\chi) = \rho_{\min}$), Π - пористість.

Рівноважна товщина плівки h визначається співвідношенням $\dfrac{A}{6\pi h^3} = \dfrac{RT}{V_L}\ln\dfrac{P}{P_s}$. Для води $A = 7\cdot 10^{-21}$ Дж, V_L - мольний об'єм, h - рівноважна товщина плівки, η - в'язкість, R - газова стала, T - абсолютна температура. Відносний тиск насиченої пари χ над викривленою поверхнею меніска визначається з рівняння Кельвіна: $\chi = \dfrac{P}{P_s} = \exp\left\{-\dfrac{2\sigma_{Lg}\cos\theta V_L}{RT\rho}\right\}$, де P_s - тиск насиченої пари над вільною поверхнею, σ_{Lg} - поверхневий натяг. В рамках моделі ''добре перемішаних пор'' операції усереднення за газовою фазою є операції інтегрування по ρ з ваговою функцією $\varphi(\rho)$ в границях $\lfloor \rho_f(r); \rho_{\max}\rfloor$, наприклад [6]

$$K_{pl}(r) = \frac{2A\rho_f(r)}{\mu\sigma_{Lg}} \int\limits_{\rho_f(r)}^{\rho_{\max}} \frac{\varphi(\rho)d\rho}{2\rho - \rho_f(r)}. \qquad (2)$$

Експериментальні дослідження показують а теоретичні підтверджують, що полімолекулярні плівки слід приймати до уваги, лише коли $\chi > 0{,}96$. В капілярах з радіусом $\rho < 10$ нм, які при $\chi > 0{,}96$ заповнені капілярним конденсатом, плівкове течіння не спостерігається. В широких порах з молекулярним режимом дифузії ($\rho > 500 - 1000$ нм) переважає потік пари, в той час як у вузьких капілярах з радіусом $10 < \rho < 50$ нм, $\chi > 0{,}96$ – плівковий потік треба враховувати. В перехідних порах ($50 < \rho < 500$ нм) вклади обох механізмів в масоперенос співставимі [3]. В порах з молекулярним режимом плівковий потік можна не враховувати. В роботі [2] стверджується, що плівковий перенос рідини внаслідок градієнта розклинюючого тиску і явища термоосмосу при температурах вологої зони 60-70^{0}С також можна не враховувати. Ці припущення виправдані при інтенсивному сушінні, коли прогрів вологої зони відбувається досить швидко, і процеси внутрішнього випаровування та перерозподілу плівкової вологи мають набагато менший вплив, ніж процеси видалення вологи внаслідок фазових переходів.

Тиск в газовій зоні складається з парціальних тисків пари і повітря. У випадку газової пори (пори, вільної від капілярного конденсату), перенос здійснюється як шляхом конвекції і дифузії пари пароповітряної суміші, так і шляхом плівкового течіння під дією градієнта розклинюючого тиску.
Усереднений потік в газовій зоні має вигляд

$$\langle J(r)\rangle = \langle j_v\rangle + \langle j_{pL}\rangle + \langle j_D\rangle = -\gamma_v \frac{K_g(r)}{\mu_g}\nabla P_g(r) + \gamma_L \frac{K_{pL}(r)}{\mu_L}\nabla P_{kap}(r) + D_{1va}\nabla\gamma_v\,, \qquad (3)$$

де K_g, $K_{pL}(r)$ - ефективні коефіцієнти проникливості по газовій зоні і фільтрації плівок, D_{1va}, γ_g - ефективний коефіцієнт дифузії та густина газу, а також

$$P_{kap}(r) = \frac{2\sigma_{Lg}\cos\theta}{\rho_f}\,, \qquad (4)$$

тут ρ_f - критичний радіус. Для пор інших профілів вирази для капілярного тиску наведені в [5]. При наявності в газовій фазі градієнта парціального тиску спостерігається течіння пари в капілярі. Характер руху газу в прямому циліндричному капілярі визначається параметром $Kn = \dfrac{\lambda}{2\rho}$ (число Кнудсена, яке представляє відношення числа зіткнень молекул з стінками до числа міжмолекулярних зіткнень), де λ - середня довжина вільного пробігу молекул, яка залежить від складу газу і загального тиску суміші, ρ - радіус. В залежності від числа Kn розрізняють три характерні області течіння газу: кнудсенівську $(Kn \to \infty)$, перехідну $(Kn = 1)$ і молекулярну $(Kn \to 0)$.

Використання моделі ’’пилевидного газу’’ дає можливість виявити структуру коефіцієнтів бінарної взаємодії в системі рівнянь Стефана-Максвелла. В рамках цієї моделі виведені інтерполяційні формули для ефективних коефіцієнтів дифузії в перехідній області між кнудсенівською і молекулярною дифузіями. Їх також застосовують, якщо лінійні розміри пор тіла настільки малі, що співвимірні з довжиною вільного пробігу молекул. Узагальнені газокінетичні бінарні коефіцієнти дифузії, отримані в першому наближенні методу Чепмена-Енскога, мають вигляд

$$D_{ij} = \left(\frac{3}{8} \pi RT / 2m_{ij} \right)^{\frac{1}{2}} \left(c\pi\sigma_{ij}{}^2 \Omega_{ij} \right)^{-1},$$

де $\sigma_{ij}{}^2$ - ефективний перетин зіткнень для пари (i, j), $m_{ij} = \frac{M_i M_j}{(M_i + M_j)}$ - приведена молекулярна маса, M_i - молекулярна маса i -ої компоненти суміші, Ω_{ij} - інтеграл зіткнень, R, T - універсальна газова стала та температура суміші, $c = \sum c_i$, c_i - число молей i -ої компоненти в одиниці об'єму. Для опису молекулярного течіння бінарної газової суміші в пористому середовищі з мікро- та макропорами застосовують залежність $j_i = D_{1ij} \frac{d\gamma_i}{dy}$. В цьому випадку ефективний коефіцієнт дифузії можна взятиу вигляді

$$D_{1va} = D_{1av} = \left(1 / D_{va}^{\infty} + 1 / D_{va}\right)^{-1} = \left\{1 / D^{\infty} + 1 / D\right\}^{-1}, \tag{5}$$

де D, D^{∞} - коефіцієнт молекулярної та кнудсенівської дифузії. При малих числах Кнудсена маємо в'язкий режим течіння, при якому взаємодія газу зі стінками капіляра приводить до проковзування зі швидкістю υ_{si}. При цьому середня швидкість течіння газу є $\overline{\upsilon_i} = -\frac{\rho^2}{8\eta_i}\left(1 + 8\xi Kn_i\right)\frac{dP}{dy}$, де другий доданок виражає вплив проковзування, ξ - безрозмірний підгоночний коефіцієнт проковзування, який змінюється в інтервалі 0,67-1,43 [5].

Сумарний конвективний потік газової суміші в інтервалі від чисто в'язкого течіння до перехідного режиму при $\xi_i = \frac{2}{3}$ визначається з рівняння Вебера $j_i = -\left\{ \left(\frac{\rho^2}{8\eta} \right) P + D_i^{\infty} \frac{\pi / 4 + Kn}{1 + Kn} \right\} \frac{d\gamma}{dy}$. Ця інтерполяційна формула дає точні результати у випадку кнудсенівського, чисто в'язкого, а також перехідного течінь. Швидкість проковзування впіввимірна з середньою швидкістю навіть у капілярах, радіус яких перевищує довжину вільного пробігу в десятки разів. Лише коли $(Kn \to 0)$, ефект проковзування можна знехтувати. Масові потоки J_i зв’язані з мольними співвідношенням $J_i = M_i j_i$,.

На межі фазового переходу густина вологи дорівнює критичній, що відповідає максимальним від’ємним тискам капілярної вологи, яка знаходиться у зв’язаному стані, внаслідок чого до границі області відбувається міграція вологи. На цій межі відбувається стрибок енергії на величину кількості тепла, яку необхідно підвести до границі, щоб перетворити рідину в пару. Слід відзначити, що температура фазового переходу в пористому тілі залежить ще і від кривини поверхні розділу. Аналіз напружень при врахуванні дисперсії розмірів пор та в моделі еквівалентної пори [13-14] дозволяє припустити, що випаровування рідини здійснюється у вузькій зоні, яка розділяє області, які зайняті рідиною і газом [12].

Внутрішнє випаровування в пористому тілі враховуємо тільки за рахунок фазових переходів. При зміні тиску змінюється температура кипіння рідини у відповідності з рівнянням стану речовини. Якщо капіляри достатньо малі, змочувана в капілярах рідина, знаходиться при від’ємних тисках в метастабільному стані [11]. Для визначення температури фазового переходу та тиску насичення при нестаціонарній тепловій сушці на границі розділу фаз необхідно задати дві умови.

Першою є залежність температури фазового переходу від тиску, яку знайдемо з рівняння Ван-дер-ваальса: $\frac{P_n}{P_k} = \frac{8T_m V_k}{3T_k V} - \frac{3V_k^2}{V^2}$, де P_k, T_k, V_k - тиск , температура і питомий об’єм в критичному стані. Варіант рівняння Ван-дер Ваальса зводиться до

$$T_m = T_{mk} + \beta_k P_n , \tag{6}$$

де $T_{mk} = \frac{9T_k V_k}{8V}$, $\beta_k = \frac{3T_k V}{8V_k}$. Подібна залежність наведена в роботах [11, 15] у вигляді

$$T_m = 83 + 16 \cdot 10^{-5} P_n . \tag{7}$$

Другою умовою на межі розділу фаз є рівняння балансу енергії

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=L_m} = \varepsilon\, r_k \frac{K_g}{\mu_g} \frac{\partial P}{\partial y}\Big|_{y=L_m} , \tag{8}$$

де r_k -питома теплота пароутворення, ε - коефіцієнт фазового переходу. Якщо $\varepsilon = 1$, дана рівність (8) виражає умову, що тепловий потік повністю витрачається на фазові переходи.

2.2 Тепломасоперенос в осушеній зоні

Перенесення газоподібної речовини може відбуватися різними шляхами: молекулярним у вигляді дифузії і ефузії, фільтраційним рухом парогазової суміші всередині пор тіла під дією перепаду загального тиску. За неізотермічних умов слід враховувати допоміжні види масоперенесення, які виникають при наявності температурного градієнта всередині тіла, а саме, теплове ковзання та плівкове течіння. При інтенсивному осушенні прогрівання вологої зони відбувається досить швидко, і процеси внутрішнього випаровування та перерозподілу плівкової води мають набагато менший вплив, ніж процеси видалення вологи внаслідок фазових переходів.

Рівняння енергії в осушеній зоні $[L_m;\ L]$ має вигляд

$$\left[\Pi\frac{(L-L_m)}{L}(c_v\gamma_v+c_a\gamma_a)+(1-\Pi)c_s\gamma_s\right]\frac{\partial T}{\partial t}(y,t)=\lambda_c\frac{\partial^2 T(y,t)}{\partial y^2}+F \quad , \tag{9}$$

де λ_c - теплопровідність сухої зони, c_v ; c_a ; c_s - теплоємності пари, повітря та пористого скелету, γ_v , γ_a , γ_s - їхні густини, F - джерело,.

Граничні умови на поверхні $y = L$ виражають теплообмін між поверхнями пластини і сушильним агентом за законом Ньютона

$$\lambda_c\frac{\partial T}{\partial y}+\tilde{\alpha}_2[T-u(t)]=0\,, \tag{10}$$

де $\tilde{\alpha}_2$ - коефіцієнт теплообміну, $u(t)$ - температура сушильного агента, яка є змінною в часі, і в частковому випадку може бути подана у вигляді розкладу в ряд Фур'є $u(\tau)=\alpha_0+\sum_{n=1}^{p}\left(\alpha_n\cos\nu_n^2\tau+\beta_n\sin\nu_n^2\tau\right)$, а на межі фазового переходу $y = L_m$ маємо

$$T = T_m\,, \tag{11}$$

де T_m - температура фазового переходу, яка є невідомою і в подальшому підлягає визначенню.

Задачу розв'яжемо при початковій умові :

$$T(y,0)=f(y)\,. \tag{12}$$

Вважаємо, що перенос вологи здійснюється шляхом конвекції і дифузії пари пароповітряної суміші.

Рівняння масоперенесення пароповітряної суміші в порах осушеної зони отримаємо у вигляді рівнянь Стефана-Максвелла [4]. Оскільки фільтраційний механізм переносу у даному випадку є превалюючим, знехтуємо плівковим механізмом масопереносу. Тоді

$$\gamma_v\frac{K}{\mu_g}\frac{\partial^2 P}{\partial y^2}+\frac{\partial}{\partial y}\left[D_{1va}\left(\frac{\partial\gamma_v}{\partial y}\right)\right]=0,\qquad \gamma_a\frac{K}{\mu_g}\frac{\partial^2 P}{\partial y^2}+\left[D_{1av}\left(\frac{\partial\gamma_v}{\partial y}\right)\right]=0\,, \tag{13}$$

де $D_{1va}=D_{1av}$ враховує як дифузійний, так і ефузійний механізми переносу.

На поверхнях пористої пластини мають місце умови конвективного масообміну. В зв'язку із симетрією задачі приведемо їх для однієї з половин.

На поверхнях $y = L$ та $y = L_m$ газової зони маємо:

$$\gamma_v \frac{K}{\mu_g}\frac{\partial P}{\partial y} + D_{1va}\left(\frac{\partial \gamma_v}{\partial y}\right) = -j_1, \qquad j_1 = \widetilde{\beta}\left(\gamma_v - \gamma_0\right); \quad \gamma_a = \gamma_{a0} \text{ на поаерхні } y = L \text{ ,(14)}$$

$$\gamma_v = \gamma_n \qquad \text{на поверхні } y = L_m . \text{ (15)}$$

Тут $\widetilde{\beta}$ - коефіцієнт масообміну, γ_n - густина насиченої пари за даної температури фазового переходу, яка підлягає визначенню, γ_v, γ_0 - густина пари в порах та в сушильному агенті.

Нехтуючи потоком повітря в порах і враховуючи, що $\xi = \dfrac{\gamma_a}{\gamma_{a0}} \approx 1$, розв'язуємо задачу (6 - 8, 9 – 14) і знаходимо температуру фазового переходу, густину пари, густину насиченої пари на межі розділу фаз в залежності від температури та потік пари на зовнішній поверхні в залежності від координати поверхні фазового переходу. Визначивши відносну вологість пористого шару як відношення маси рідини в момент часу t до маси в початковий момент часу $t = 0$, отримаємо $f = \dfrac{L_m}{L} = \kappa_m$. Швидкість зміни маси рідини в тілі визначиться потоком $j(1, \kappa_m)$ пари з шару, який отримується в результаті розв'язку задачі тепломасопереносу

$$\frac{d\kappa_m}{dt} = -\frac{j(1, \kappa_m)}{\Pi \gamma_L L} . \tag{16}$$

Приймемо, що в початковий момент часу випаровування починається від поверхні тіла, тобто $\kappa_m\big|_{t=0} = 1$. В результаті розв'язку задачі (16) отримаємо співвідношення між координатою поверхні фазового переходу в тілі і часом сушіння. При цьому враховані всі кінетичні і геометричні параметри пористого тіла і сушильного агента.

Зміна градієнта вологи при швидкісному високотемпературному режимі гідротермічної обробки вимагає строгого контролю жорсткості, збереження ефективності та безпечності режиму сушіння. Основною перепоною для швидкісного сушіння є розтріскування матеріалу тіла, причиною якого є розвиток як поверхневого напруженого стану, який перевищує гранично допустимий, так і внутрішніх напружень, особливо в місцях стрибкоподібного переходу розтягу в стиск. Цей напружений стан створюється недопустимою усадкою, яка виникає в результаті нерівномірного розподілу вологовмісту і температури всередині матеріалу. Розвиток усадки пов'язаний з появою внутрішніх напружень. Якщо розтягуючі напруження на поверхні або всередині матеріалу перевищать границю міцності шарів, то виникають зовнішні або внутрішні тріщини, що вказує на небезпечність сушки.

Вплив зв'язаності процесів переносу тепла і вологи на напружений стан пластини. Усадка за рахунок зміни тепла і вологи в твердому тілі, приводить до виникнення внутрішніх напружень без прикладання зовнішніх навантажень. Використаємо припущення макрооднорідності відносно координат x, z. Це дає змогу застосувати встановлені для макрооднорідного тіла залежності між напруженнями і деформаціями. Актуальний вологовміст в рідинній зоні $u_L = \dfrac{\Pi\gamma_L \kappa_m}{(1-\Pi)\gamma_s}$, в осушеній $u_v = \dfrac{\Pi\gamma_v(1-\kappa_m)}{(1-\Pi)\gamma_s}$ де κ_m -рухома безрозмірна координата фазового переходу. Вплив зв'язаності процесів переносу тепла і вологи на напружений стан пружної пластини визначимо як в роботах [12]- [14].

Висновки. Дана модель дозволяє досліджувати процеси сушки плоских пористих тіл з врахуванням змінної границі фазових переходів з змінними в часі режимами сушильного агента. Це дозволяє досліджувати зміну напряму потоку вологи на протилежний при зміні температурних режимів сушильного агента, тобто зміну процесу випаровування на процес конденсації; досліджувати градієнти температури та хвильовий рух вологовмісту всередині тіла та на поверхні в процесі зміни режимів сушильног агента. Так як в одномірному випадку вдається отримувати аналітичні розв'язки задачі з явними залежностями від параметрів сушильного агента, то це дає змогу використовувати їх в задачах оптимізації режимів сушки. Дану методику можна поширити на дослідження сушки анізотропних тіл [16-17].

1. *Воронов В.Г., Михайлецкий З.Н.* Автоматическое управление процессами сушки. – Киев: Техника, 1982. - 109 с.

2. *Воронов В.Г., Сафонов В.А.* Автоматизация тепловых процессов в производстве строительных материалов. -Киев: Техника, 1975, - 143 с.

3. *Уголев Б.Н.* Древесиноведение с основами лесного товароведения. Лесная промышленность, 1986.- 368 с.

4. *Білей П.В.* Сушка деревини. Справочник. - Київ: Тристан, 2004.- С. 111-114.

5. *Хейфец Л.И., Неймарк А.В*. Многофазные процессы в пористых средах.- М: Химия, 1982. - 320 с.

6. *Неймарк А.В., Хейфец Л.И.* Статистические методы моделирования процессов с фазовыми превращениями в пористых средах. // 6- Всесоюзная конференция по моделированию химических и нефтехимических процессов и реакторов. М.: Химреактор 6, 1977, - С. 43-52.

7. *Оснач Н.А.* Проницаемость и проводимость древесины.-М: Лесная промышленность, 1964. - 181 с.

8. *Харук Е.В.* Проницаемость древесины газами и жидкостями. АН СССР. -Новосибирск: Наука, 1976. - 187 с.

9. *Ананьин П.И., Петри В.Н.* Высокотемпературная сушка древесины.- М: Гослесбумиздат., 1963. - 121 с.

10. *Соболев Ю.С.* Древесина как конструкционный материал.-М: Лесн.пром-сть, 1979. - 248 с.

11. *Гринчик Н.Н.* Тепло – и массоперенос в капилярно-пористых средах при интенсивном парообразовании с учетом движения фронта испарения //Теория и техника сушки влажных материалов, Минск: Наука, 1979.- С. 30-49.
12. *Гайвась Б.І.* Урахування впливу дисперсії розмірів пор на процес осушення пористого шару. //Прикл. проблеми мех. і мат. - 2007. - Вип.5. - т.1, С. 103 - 112.
13. *Гайвась Б.І.* Вплив дисперсії розмірів пор на напружено – деформований стан пористого шару при симетричному та несиметричному осушенні. //Математичні проблеми механіки неоднорідних структур. - 2006, - т.1, - С. 67-69.
14. *Гайвась Б.І.* Вплив дисперсії розмірів пор на напружено – деформований стан при несиметричному осушенні. //Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. -2007. - Вип.5. - С. 19-28.
15. *Вукалович М.П.* Теплофизические свойства воды и водяного пара.- М.: Машиностроение, 1967. - 365 с.
16. *Соколовський Я.І.* Моделювання напружено-деформованого стану деревини в процесі сушіння. // Компютерні технології друкарства. Збірник наук. праць УАД.-Львів: УАД.- 1998. - С. 48-57.
17. *Шубин Г.С.* Физические основы и расчет процесса сушки древесины, - М: Лесная промышленность, 1973, - 248 с.

Поступила 18.01.2010р.

УДК 621.3.018.1

Ю.М. Романишин[1], д.т.н., Ю.Р. Кохалевич[2], С.Р. Пукіш[1]
[1]Національний Університет “Львівська Політехніка”
[2]Львівський державний інститут новітніх технологій та управління ім. В. Чорновола

РЯД ВОЛЬТЕРРА ДЛЯ МОДЕЛІ ХОДЖКІНА-ХАКСЛІ НЕЙРОНА

The features of calculation of Volterra kernels for Hodgkin-Huxley neuron model are considered. The systems of four linear equations for spectra of three first Volterra kernels are obtained. Symbolic Math Toolbox of MATLAB system for obtaining first and second derivatives of Hodgkin-Huxley equations functions, for solving the systems of linear equations and for inverse Fourier transforms is used.

Вступ. Модель Ходжкіна-Хакслі [1] представляє собою систему чотирьох звичайних нелінійних диференціальних рівнянь першого порядку, у зв’язку з чим математичний аналіз біонейронних структур при використанні цих рівнянь є достатньо складною задачею, особливо при великій кількості нейронів, навіть при кількох десятках чи сотнях нейронів. При побудові математичних моделей багатьох систем доцільним є їх представлення у вигляді співвідношень, які виражають вихідний сигнал через вхідний. Одним з таких представлень є ряди Вольтерра, ядра яких можна вважати

