УДК 621.3

Г.М.Власенко

РОЗРОБЛЕННЯ АЛГОРИТМУ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ПРИ ОБҐРУНТУВАННІ ЛЮДИНОЮ, ЩО ПРИЙМАЄ РІШЕННЯ ПРОПОЗИЦІЙ ЩОДО ВИКОНАННЯ ЗАВДАНЬ СКЛАДНИМИ ТЕХНІЧНИМИ СИСТЕМАМИ

В статті розглядається аспект підтримки прийняття рішень при обґрунтуванні людиною, що приймає рішення пропозицій щодо виконання завдань складними технічними системами.

Підтримка прийняття рішень, людина, що приймає рішення, складні технічні системи

Вступ.

За останні 40 років досить інтенсивно стала розвиватися одна з областей застосування математичних методів і засобів обчислювальної техніки, що є дуже важливої з погляду людської діяльності. Це область прийняття рішень. Прийняття рішень – особливий вид людської діяльності, з яким неминуче стикається будь-яка людина і цю розумову дію можна визначити як вибір одного з декількох можливих варіантів рішень. Цей вид діяльності у ситуації, коли правильність обраного рішення спричиняє серйозні наслідки, вимагає від людини істотних розумових зусиль і збільшує стресове навантаження. Будь-які методи, що допомагають людині у цій діяльності та дозволяють їй оцінити можливі наслідки декількох альтернатив, є дуже корисними, іноді необхідними.

Постановка задачі.

Математичні методи, що надають допомогу людині у питаннях прийняття рішень, розвивалися досить давно, до них можна віднести розділи математики, що розглядають питання оптимальних процесів керування, динамічного програмування, дослідження операцій і ін. Але у прийнятті рішень виділяють свої, відмінні від інших напрямів особливості [1].

У завданнях прийняття рішень не існує єдиного об'єктивного критерію, завдання стає багатокритеріальним. У цій, на перший погляд, незначній зміні, полягає принципова відмінність. У завданнях з декількома критеріями завжди існує невизначеність, пов'язана з необхідністю співставлення рішень за різними критеріями. Людина, що приймає рішення (ЛПР) починає грати у цьому випадку істотно відмінну від замовника роль. (ЛПР) є єдиним джерелом інформації, що дозволяє порівнювати варіанти рішень по перевазі і виділяти найкращий. Ця інформація ґрунтується на досвіді, інтуїції (ЛПР), на баченні нею світу завдань. У зв'язку з цим модель починає залежати від

(ЛПР), відбивати суб'єктивне сприйняття ним завдання.

Однак таку ситуацію не варто розглядати як анархію (ЛПР). По-перше, (ЛПР) спирається на прагнення до вибору кращого (раціонального, доцільного) рішення, по-друге, при оцінці значень часткових критеріїв, при співставленні результатів, до яких приведуть різні альтернативні рішення, використовується об'єктивна модель системи. У [2] виділено п’ять основних характеристик завдання прийняття рішень.

Відомо, що природна і широко розповсюджена евристика, яка допомагає (ЛПР) справлятися зі складними для неї завданнями, полягає у виведені більшості критеріїв в обмеження. При цьому (ЛПР) визначає відразу (і без зв'язку з іншими критеріями) рівень якості по окремо узятому критерію, що приблизно задовольняє його. Звісно, що усе завдання різко спрощується і при залишеній невеликій кількості критеріїв без особливих зусиль досягається результат. Ясно, що критерії й обмеження являють для (ЛПР) різні компоненти його політики.

У поведінці людей при ускладненні завдань починає виявлятися непослідовність, прагнення до різкого спрощення, суперечливість (не транзитивність: *A* "краще" *B*; *B* "краще" *C* і в той же час *C* "краще" *A*). Багатокритеріальні завдання виявляються тим особливим, вкрай важким класом завдань, де звичні евристики часто приводять до протиріч, нераціональності.

У той же час людина має унікальні здібності формування цілісного узагальненого уявлення. Вона використовує його альтернативи як одну структурну одиницю інформації. Воно, як правило, багатше відповідного набору ознак, у зв'язку з чим рішення, прийняті на основі цілісного уявлення, часто не збігаються з рішеннями того ж завдання, розглянутого як багатокритеріальне. Досить згадати про те, що людина практично ніколи не виділяє (явно) компоненти, оцінюючи добре знайомий йому об'єкт. При наявності стійко сформованого цілісного узагальненого уявлення і при впевненості у компетентності (ЛПР), доцільно використовувати узагальнені оцінки-згортки від (ЛПР) замість розгорнутої системи "об'єктивних" критеріїв.

Неузгодженість між дійсним і бажаним станами системи розуміється як спонукальний мотив для прийняття (вироблення) рішення з метою приведення системи у бажаний стан. У деяких роботах розрізняють два класи проблем вироблення рішення [3]:

– пошук рішення (solving), – завдання, пов'язані з досягненням мети, яка (ЛПР) не здається відразу доступною;

– прийняття рішення (decision-making), – процес, пов'язаний з визначенням конкретної альтернативи із сукупності.

Звісно, зазначені проблеми вирішуються з урахуванням наявності інформації про стан середовища і системи, при наявності критеріїв, вагомих правил і т. ін. Незважаючи на розходження згаданих класів проблем, їх пов'язує прагнення до одержання рішення на основі формалізації і використання взаємодіючої системи "(ЛПР) –ЕОМ".

При обґрунтуванні (ЛПР) пропозицій щодо виконання завдань складними технічними системами доцільно виділити можливі способи вирішення завдання з прийняття рішень:

прийняття рішення машиною;

прийняття рішення людиною;

прийняття рішень людиною за допомогою машинної рекомендації;

прийняття рішень при діалозі людини і машини.

У даний час перед розроблювачами сучасних складних технічних систем поставлено завдання автоматизації процесу ППР. Розглянемо питання, що стосуються можливості побудови систем, реалізованих на ЕОМ з метою автоматизації ряду завдань прийняття рішень, традиційно виконуваних ЛПР.

Багато завдань прийняття рішень вимагають побудови моделей, які описують або досить добре апроксимують вибір, що спостерігається експериментально. Побудова моделей, що описують дії досвідченого оператора, відіграє важливу роль при розробленні та проектуванні систем підтримки прийняття рішень, прийняття рішень у системах ситуаційного керування [4]. Завдання побудови такої моделі особливо актуальна у таких типових ситуаціях:

– автоматизація рутинних процесів, коли вироблення рішень необхідне у часто повторюваних завданнях, можливо і не складних ("завдання регулювальника руху");

– підтримка рішень недосвідченого оператора, чи досвідченого, але того, що потребує ознайомлення з великими обсягами інформаційного матеріалу довідкового характеру ("завдання постановки медичного діагнозу");

– прийняття рішень в умовах дефіциту часу, коли (ЛПР) повинна досить докладно опрацювати якусь (представницьку) множину сценаріїв ("шахіст у цейтноті").

Завдання обґрунтування (ЛПР) пропозицій щодо виконання завдань складними технічними системами представлена двома останніми ситуаціями.

Розроблення алгоритму підтримки прийняття рішень.

Процес одержання рішень на основі складеного нечіткого структурного графу (НСГ) зводиться до рішення лінійної системи рівнянь (1) відносно *n* невідомих q_j, $j = \overline{1,n}$

$$\sum_{i=1}^{m} u_{ij} \cdot \left\{ \frac{V_i - q_j, \qquad \text{при } \; \mathrm{u_{ij}} \rangle 0}{V_i + q_j - r + 1, \; \text{ при } \; \mathrm{u_{ij}} \langle 0} \right\} = 0, \; j = \overline{1,n}. \qquad (1)$$

З математичної точки зору особливих проблем в одержанні рішень подібних систем немає. Однак вони можуть виникнути при зростанні розмірності системи, поганої обумовленості та ін. Аналіз структури головної матриці системи і деяких специфічних особливостей завдання дозволяє застосувати деякі еквівалентні перетворення, що, у свою чергу, дозволяє представити систему (1) у зручному для реалізації на ЕОМ матричному вигляді і в окремих випадках провести розбивку системи на кілька складових лінійних систем меншої розмірності.

Зв'язки НСГ являють собою матрицю суміжності U. Кожен ненульовий елемент матриці $u_{ij} \in U$ позначає зв'язок вершин v_i-v_j, де i-й рядок відповідає вершині v_i з позитивною інцидентністю до ребра (ребро виходить з вершини, не плутати з позитивним значенням ребра), а j-й стовпець вершині v_j. з негативною інцидентністю (ребро входить у вершину).

$$U=\begin{array}{cccccc|c} v_1 & v_2 & & v_j & & v_m & \\ \hline u_{11} & u_{12} & & & & & v_1 \\ & & & & & & v_2 \\ & & & & & & \\ & & & u_{ij} & & & v_i \\ & & & & & & \\ & & & & & u_{mm} & v_m \end{array}$$

У теорії графів НСГ у представленому вигляді може бути віднесений до зважених (вершинам і ребрам приписані ваги) орієнтованих графів, названих сигнальними графами. Відзначимо особливості НСГ і його матриці суміжності.

Діагональні елементи матриці обов'язково нульові: $\forall_i$, $u_{ij}=0$, оскільки петля у НСГ за змістом відбиває вплив вершини самої на себе.

Кратні (односпрямовані рівнобіжні) ребра відсутні, хоча ребра з однаковими граничними вершинами, але протилежної спрямованості можуть бути. У силу прийнятої нумерації вершин $v=\{v_1, \ldots, v_m\}=\{q_1, \ldots, q_n, p_{n+1}, \ldots, p_m\}$, матрицю U легко розбити на блоки

$$U=\begin{array}{c|c|c|} & q_1\ldots q_n & p_{n+1}\ldots p_m \\ \hline q_1 \ldots q_n & U_q & 0 \\ \hline p_{n+1} \ldots p_m & U_p & 0 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{c} n\left\{ \vphantom{\begin{array}{c} a \\ a \end{array}} \right. \\ m\text{-}n\left\{ \vphantom{\begin{array}{c} a \\ a \end{array}} \right. \end{array} \overset{m}{\boxed{\quad U \quad}} \left.\vphantom{\begin{array}{c} a \\ a \\ a \\ a \end{array}}\right\} m$$

Нулі у правих блоках з'ясовні тим, що вихідні вершини не можуть бути негативно інцидентними – у них не входять ребра.

Для представлення рішення системи рівнянь (2), щодо шуканої множини $Q=\{q\}^n$ аналітично у векторно-матричній формі, почнемо кілька формальних перетворень.

Розчленуємо транспоновану $n \times n$ матрицю U_q^T на дві складові матриці:

$$U_q^T = S + E , \tag{2}$$

де $S = \left[\begin{cases} s_{ij} = u_{ij}, & \text{при} \quad u_{ij} > 0, \\ s_{ij} = 0, & \text{при} \quad u_{ij} < 0 \end{cases} \forall u_{ij} \in U_q^T \right]$ – матриця позитивних елементів U_q^T;

$E = \left[\begin{cases} s_{ij} = u_{ij}, & \text{при} \quad u_{ij} < 0, \\ s_{ij} = 0, & \text{при} \quad u_{ij} > 0, \end{cases} \forall u_{ij} \in U_q^T \right]$ – матриця негативних елементів U_q^T.

Аналогічно поступимо з матрицею U_p, її розмірність $(m\text{-}n) \times n$. Відповідно будемо мати дві $n \times (m\text{-}n)$ матриці: D (позитивні елементи $(\forall d_{ij} > 0)$ і $F\left(\forall f_{ij} < 0\right)$):

$$U_p^T = D + F. \tag{3}$$

Відповідно до A_2 у матричній формі рівняння (1) прийме вигляд

$$S \cdot Q + D \cdot P - diag\left(Sq^0 + Dp^0\right) \cdot Q = 0;$$

$$S \cdot Q + F \cdot P + diag\left(Eq^0 + Fp^0\right) \cdot Q - \left(Eq^0 + Fp^0\right)\left(r + 1\right) = 0 ,$$

де $Q = [q_1, \ldots, q_n]^T$ – вектор невідомих значень (вихідних вершин);

$P = [p_{n+1}, \ldots, p_m]^T$ – вектор значень початкових вершин;

p^0, q^0 – вектори одиничних елементів n і $(m\text{-}n)$ розмірності відповідно;

$diag(\ )$ – діагональна квадратна матриця, по головній діагоналі якої розташовані елементи вектора аргументу.

Підсумовуючи рівняння, одержимо:

$$\begin{aligned} &\left(S + E\right)Q + \left(D + F\right)P - \left[diag \ \left(S \cdot q^0 + Dp^0\right) - diag \ \left(Eq^0 + Fp^0\right)\right] \ Q - \\ &-\left(r + 1\right)\left(Eq^0 + Fp^0\right) = 0 \end{aligned} \tag{4}$$

З урахуванням (2, 3) згрупуємо члени

$$\left[U_q^T + diag\left(Eq^0 + Fp^0\right) - diag\left(S \cdot q^0 + Dp^0\right)\right] \ Q = U_q^T \cdot P + \left(r + 1\right)\left(Eq^0 + Fp^0\right).$$

Таким чином, маємо стандартну лінійну систему виду $Ax = B$, рішення якої $x = Q = A^{-1}B$ може бути знайдено кожним з відомих методів (Гауса, Крамера й ін.). Матриці $A = \left[U_q^T + diag\left(Eq^0 + Fp^0\right) \text{-} diag\left(Sq^0 + Dp^0\right)\right]$ і $B = \left[U_q^T P + \left(r + 1\right) \ \left(Eq^0 + Fp^0\right)\right]$ цілком визначені і відомі при відомому векторі P і матриці U.

Запропонований апарат побудови НСГ не обмежує кількість вершин –

розмірність матриці суміжності U. Розмірність системи лінійних рівнянь (4) визначається розмірністю шуканого вектора Q. Загальновідомі і труднощі виникаючі при рішенні систем великої розмірності.

Специфіка побудови й аксіоматика НСГ дозволяє визначати ситуації, коли можливе зниження розмірності системи. Теоретично на наявність зв'язків між вихідними вершинами $q \in Q$ не накладаються ніякі обмеження. Раніше було зроблено, що в НСГ немає петель, але це не обмеження, а рекомендація. Наявність петель не впливає на рішення (1), воно просто не має змісту, тому що при підсумовуванні $u_{ii}(q_i\text{-}q_i) \in 0$. Таким чином, підграф НСГ, що складається з множини вихідних вершин Q, може мати довільну матрицю суміжності U_q.

Загальний принцип зниження розмірності ґрунтується на такому твердженні. Якщо в Q-підграфі НСГ можна виділити підмножину вершин $Q_1 \in Q$ так, що жодне ребро не буде негативно інцидентно стосовно Q_1 (із вершин Q/Q_1, що залишилися, немає ребер, що входять у Q_1), та підмножина Q_1 може бути визначена автономно і замінено еквівалентними вихідними вершинами.

Якщо $\exists Q_1 \mid \forall_{i,j,}\ \mathrm{u_{i\,j}} = 0,\ q_j \in Q_1,\ q_i \in \left(Q/Q_1\right)$, то $\mathrm{Q_1} = \left\{q_j\right\} \Rightarrow \left\{P_j^*\right\}$ еквівалентні вихідні вершини.

Відзначимо, що у приведеному міркуванні зовсім не беруться в розгляд P-вершин НСГ. Оскільки значення вихідних вершин p_i не міняється, то їх без зміни результатів рішення і розмірності n можна тиражувати і включати у будь-яку підмножину, куди включається суміжна q-вершина. На рис. 1 графи а і б еквівалентні.

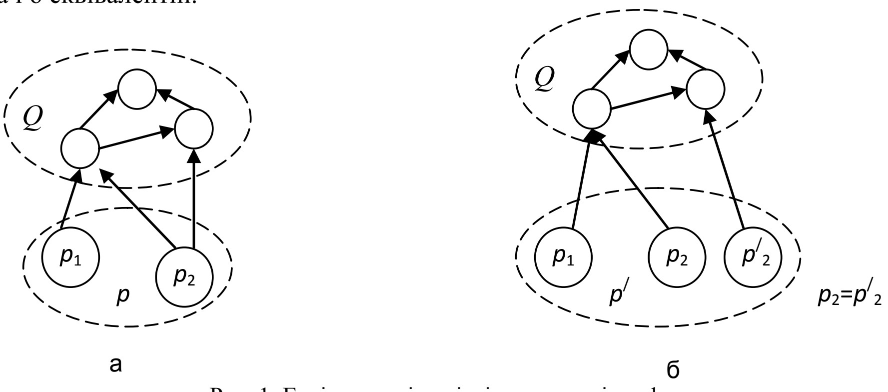

Рис. 1. Еквівалентні нечіткі структурні графи

Наприклад, НСГ, що включає Q-підграф із 7 вершин (рис. 2), можна розбити на два. Тривершинний підграф Q_1 розв'язується самостійно і заміняється двома (по числу вихідних ребер) еквівалентними вершинами p_1^* і p_2^* з відомими значеннями. 4 вершини, що залишилися, також розв'язуються як самостійні завдання.

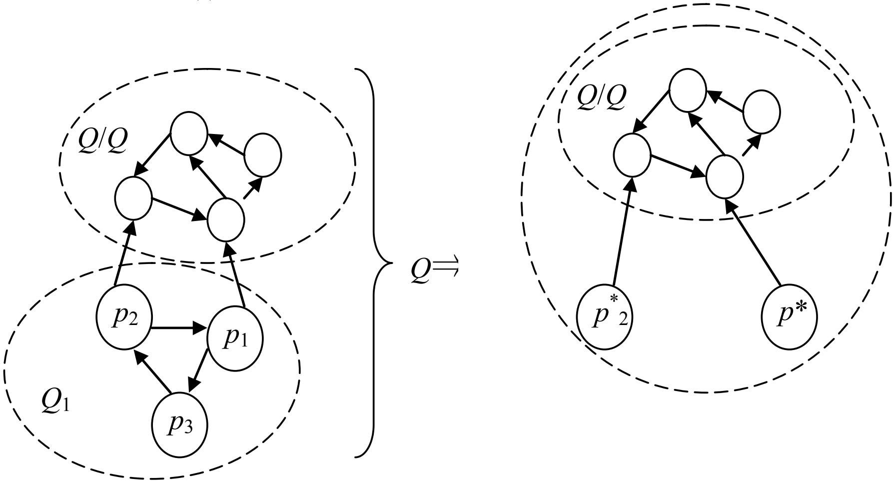

Рис. 2. Нечіткий структурний граф, що включає Q-підграф із 7 вершин

Виділення підграфа Q_1 може здійснюватись різноманітними способами, це завдання у загальному випадку неоднозначне (має багато рішень). Так, граф у вигляді дерева з однобічним напрямком ребер або від кореня до вершини, або від вершини до кореня є в розумінні згаданої розбивки граничним. У ньому як автономну підмножину можна виділити будь-яку кількість вершин від 1 до n. На рис. 3 пунктиром виділені можливі автономні підграфи.

Побудуємо формальну процедуру зниження розмірності системи. Її можна розбити на два етапи.

Перший етап – виявлення одиночних q-вершин, що не мають ребер вхідних з інших вершин множини Q. Кожна з таких вершин може бути визначена (вирішена) самостійно (автономно). До таких вершин будуть віднесені всі q-вершини, яким відповідають нульові стовпці у блоці U_q матриці U.

Ці вершини можуть бути віднесені до хибно вихідних і замінені еквівалентними вихідними $q_j = p_j^*$, якщо $\exists j{:}\forall i,\ u_{ij} = 0$.

Після такої заміни, процедуру першого етапу варто повторити. У графах-деревах перший етап цілком вичерпує рішення системи у цілому.

Другий етап – виявлення автономних груп $Q_1 \in Q$. Як уже було відзначено, підмножина Q_1 не повинна мати вхідного у нього ребра ні від однієї з тих, що залишилися у Q/Q_1 вершин. Нижчеподана процедура кожної з вершин q_j, $j = \overline{1,n}$ приписує Q_1–підмножину.

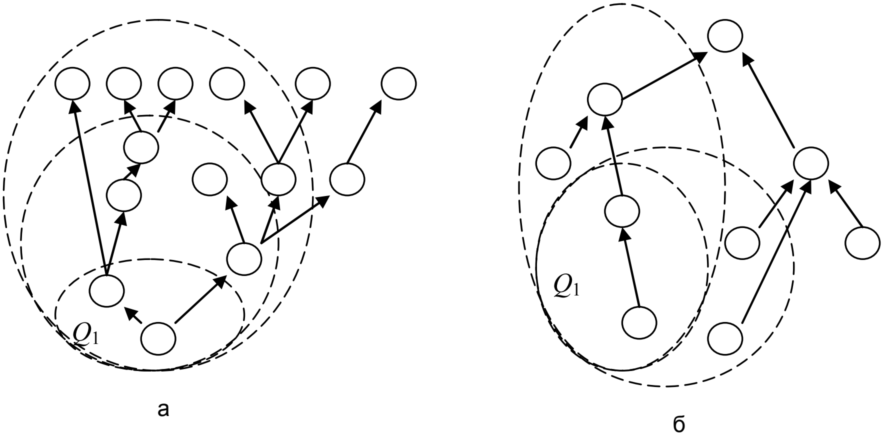

Рис. 3. Можливі автономні підграфи

Крок 1. j=1.

Крок 2. Включити в $\{$список$\}_j$ номер j.

Крок 3. У j-му стовпці матриці U_q вибрати номери рядків з ненульовими елементами і включити їх у $\{$список$\}_j$.

Крок 4. Порахувати кількість елементів $K1_j$ у $\{$списку$\}_j$.

Крок 5. Для $\forall i, \ i \in \{$списку$\}_j$ виконати:

5А. У i-му стовпці U_q вибрати номери рядків з ненульовими елементами і включити їх у $\{$список$\}_j$: якщо номер k ($U_{ki} \neq 0$) вже внесений у $\{$список$\}_j$ – продовжити дії, якщо ні – включити k у $\{$список$\}_j$;

5Б. Порахувати кількість елементів $K2_j$ у $\{$опиcку$\}_j$.

Крок 6. Якщо $K2_j$ дорівнює $K1_j$, то при j=j+1 перейти до кроку 7, інакше $K1_j$=$K2_j$ і виконати п.5.

Крок 7. Якщо j>n – кінець, інакше виконати п.2.

У результаті виконання процедури буде сформовано n списків. Приведена процедура включає у $\{$список$\}_j$ мінімально можливу кількість вершин, на межі тільки одну q_j.

Далі варто вибрати любий зі списків з мінімальною кількістю елементів. Автономно визначити значення включених у список вершин. Замінити їх псевдовихідними вершинами і для знову утвореного НСГ (частина q-вершин становиться p-вершинами), якщо він не вироджений, повторити вищевикладену процедуру. Закінчення процесу буде визначено включенням у мінімальний список усіх n вершин. Тоді після їх рішення і виключення НСГ вироджується – множина Q порожня.

Висновки з дослідження.

Створення автоматизованої інтелектуалізованої системи підтримки прийняття рішення на основі моделі, що імітує процес прийняття рішень людиною, неминуче зіштовхується з необхідністю формального представлення нечітких понять, параметрів і механізмів їх взаємного впливу. При використанні існуючого операторного різноманіття теорії нечітких множин варто ретельно співвідносити вигляд оператора з характером завдання (що у переважній більшості практичних додатків зараз не робиться).

Модель процесу синтезу рішень може бути створена на основі нечіткого структурного графу, що формується при опитуванні компетентного експерта. Така модель застосовувана для підтримки прийняття рішень менш кваліфікованої ЛПР чи в умовах гострого дефіциту часу.

У відносно складних задачах, якщо потужність множини вихідних вершин нечіткого структурного графу Q перевищує 6–10, варто використовувати методику виділення автономних підграфів для зниження розмірності системи розв’язуваних лінійних рівнянь.

1 *Ларичев О.М.* Принятие решений как научное направление: методологические проблемы. Системные исследования (Ежегодник). –М.: Наука, –1982.

2 *Емельянов С.В.*, *Ларичев О.И.* Многокритериальные методы принятия решений. –М.: Знание, –1985. –32 с.

3 *Шапиро Д.И.* Принятие решений в системах организационного управления. –М.: Энергоатомиздат, –1983. –184 с.

4 *Поспелов Д.А.* Ситуационное управление: теория и практика. –М.: Наука, –1986.

Поступила 22.02.2010р.

УДК 517.958:536.72

О.Ю.Чернуха, В.Є.Гончарук, Центр математичного моделювання
Інституту прикладних проблем механіки і математики ім.Я.С.Підстригача
НАН України; Національний університет «Львівська політехніка»

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МІГРАЦІЇ ЗАБРУДНЕННЯ У ГРУНТІ З ОБМЕЖЕНОГО ДЖЕРЕЛА

Вступ. При розв’язанні ряду прикладних задач технічної екології, пов’язаних зокрема з оцінкою захищеності грунтових вод від поверхневих забруднень, необхідно використовувати певні розрахункові дані про розподіл домішкової речовини у верхніх приповерхневих шарах грунту. Такі розподіли визначаються умовами на вільній поверхні шару і особливостями кінетики процесу переносу домішки, які обумовлені впливом структури середовища. До них у першу чергу відносять ті особливості, що зв’язані з можливістю міграції частинок різними шляхами [1, 2].

У даній роботі знайдено розв’язок задачі вертикальної гетеродифузії

