## В.В. Коренной, В.В. Веренев

## АНАЛИЗ КРИТЕРИЕВ ДИНАМИЧНОСТИ ГЛАВНЫХ ЛИНИЙ КЛЕТЕЙ ПРОКАТНЫХ СТАНОВ

Приведены всевозможные критерии динамичности крутильной механической системы, их взаимосвязь и целесообразность. Показаны пути оптимизации динамических свойств на стадии проектирования и эксплуатации. Представлен вариант анализа действующей прокатной клети и предложен комплексный подход к выбору рациональных параметров линии привода.

Состояние вопроса. Для оценки динамичности крутильной системы линии главного привода используют несколько критериев. При этом разные авторы акцентируют внимание на одном – двух критериях, выбранных исходя из тех или иных предпочтений, применительно к конкретной решаемой задачи. Эти критерии в целом позволяют дать качественную оценку динамичности системы. Например, для рядной трехмассовой системы в работах [1,2] используется коэффициент *C*1, в [3,4,5,6] собственные частоты и отношение п двух низших собственных частот, в [7] параметр  $\pi$ , в [8,9] коэффициенты связи  $\gamma$  и связанности  $\sigma$ . Данные показатели получают теоретическим путем и для одной и той же системы с помощью ряда преобразований можно аналитически перейти от одного параметра к другому.

Наряду с указанными следует отметить один из наиболее информативных параметров – коэффициент динамичности *К*. Кроме расчетного пути в отличие от предыдущих критериев его определяют также на основании измерений момента сил упругости на действующем стане. Сюда следует отнести также собственные частоты линии главного привода, по крайней мере поддающуюся измерению низшую частоту β<sub>1</sub>.

При наличии такого многообразия критериев отсутствуют данные анализа их взаимосвязи, нет рекомендаций, в каких случаях предпочтительнее применить тот или иной критерий, какие критерии ближе характеризуют физическую картину переходного процесса, наконец, по какому из них наиболее целесообразно вести оптимизацию системы на этапе проектирования нового или реконструкции действующего стана.

Постановка задачи. Линию главного привода прокатной клети, в состав которой входит редуктор, как правило, представляют в виде рядной трехмассовой эквивалентной расчетной схемы. Моменты инерции Q1, Q2 и Q3 относятся соответственно к электродвигателю, редуктору и валковой системе. Приведенная к валкам жесткость C12 соответствует суммарной жесткости элементов между двигателем и редуктором (моторный участок), C23 – между редуктором и валковой системой клети (шпиндельный участок). Задача состоит в следующем: исследовать во

взаимосвязи поведение указанных выше критериев при вариации жесткостей *C*12 и *C*23 участков линии привода, обосновать и предложить рациональную область коритериев для применения в практике проектирования. В качестве фактических номинальных примем следующие значения параметров для черновой клети №4 широкополосного стана 1700 горячей прокатки: *Q*1=112,7·10<sup>4</sup> кг·м<sup>2</sup>, *Q*2=16,19·10<sup>4</sup> кг·м<sup>2</sup>, *Q*3=0,547·10<sup>4</sup> кг·м<sup>2</sup>, *C*12=293,3·10<sup>4</sup> кН·м/рад, *C*23=10,37·10<sup>4</sup> кН·м/рад.

**Исходные зависимости.** Указанные выше критерии зависят от упругомассовых параметров:

$$C1 = \frac{a_1}{a_0^2},$$
 (1)

собственные частоты

$$\beta_{1,2} = \sqrt{0.5 \cdot (a_0 \mp \sqrt{a_0^2 - 4 \cdot a_1})}, \qquad (2)$$

отношение частот

$$n = \beta_2 / \beta_1 \,, \tag{3}$$

коэффициенты связи и связанности

$$\gamma = \sqrt{\frac{Q1 \quad Q3}{(Q1+Q3) \quad (Q2+Q3)}},$$
(4)

$$\sigma = 2 \quad \gamma \quad \frac{\beta_{12} \quad \beta_{23}}{\left|\beta_{12}^2 \quad \beta_{23}^2\right|},\tag{5}$$

Здесь

$$a_{1} = C12 \cdot C23 \cdot \frac{(Q1 + Q2 + Q3)}{Q1 \cdot Q2 \cdot Q3},$$
  
$$a_{0} = \beta_{12}^{2} + \beta_{23}^{2} = C12 \cdot \frac{Q1 + Q2}{Q1 \cdot Q2} + C23 \cdot \frac{Q2 + Q3}{Q2 \cdot Q3}$$

 $\beta_{12}$ ,  $\beta_{23}$  – парциальные частоты. В [10] приведено условие

$$\frac{1}{Q2} \leqslant \frac{1}{Q1} + \frac{1}{Q3} \tag{6}$$

при выполнении которого переходный процесс оптимален по затуханию. Однако оно лишь частично характеризует систему и, как показал анализ, для редукторных линий привода прокатных станов всегда выполняется.

В [5] предложено следующее выражение для коэффициента динамичности

$$K = \mu_{12} \cdot (1 + \frac{\sqrt{n^4 + 1}}{n^2 - 1}), \tag{7}$$

Полученное в [7] выражение для критерия  $\pi$  представляет собой обратную величину критерия C1, поэтому в дальнейшем не рассматривается.

Приведенные формулы целесообразно анализировать, если их рассматривать как явные или неявные функции отношения жесткостей m = C12/C23, поскольку жесткостями управлять (изменять) на этапе проектирования (реконструкции) можно в более широких пределах, чем моментами инерции. Их легко получить путем простых преобразований:

$$C1(m) = \frac{m}{(S+R\cdot m)^2},$$
 (1a)  
$$\sqrt{(1-2)(C1+\sqrt{1-4},C1)}$$

$$n(C1) = \sqrt{0.5 \cdot \frac{(1 - 2 \cdot C1 + \sqrt{1 - 4 \cdot C1})}{C1}},$$
 (3a)

$$C1(n) = \frac{n^2}{\left(n^2 + 1\right)^2},$$
(36)

$$K(C1) = \mu_{12} \cdot (1 + \sqrt{\frac{1 - 2 \cdot C1}{1 - 4 \cdot C1}}), \qquad (6a)$$

$$\sigma(m) = 2 \cdot \gamma \cdot \frac{\sqrt{m \cdot (1 + \lambda_1) \cdot (1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2})}}{\left| m \cdot (1 + \lambda_2) - (1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_1}) \right|},$$
 (5a)

где  $\lambda_1 = Q2/Q1$ ,  $\lambda_2 = Q3/Q1$ .

Анализ результатов расчетов. Характерный графический вид зависимостей представлен на рисунке. Особенностью функций n(m), C1(m) и K(m) является то, что они не зависят от того, какая жесткость изменяется, C12 или C23. Однако главным является наличие явно выраженного экстремума. Это означает, что при заданных постоянных моментах инерции трехмассовой системы имеется такое неблагоприятное сочетание жесткостей mэ, при котором коэффициент динамичности на моторном участке достигает максимального значения  $K_{\text{мах}}$ , что впервые



Рисунок – Характерные зависимости параметров *n*, *C*1 и *K*(а), парциальных  $\beta$ 12,  $\beta$ 23 и собственных частот  $\beta$ 1,  $\beta$ 2 (б, в), относительных амплитуд A первой (A21, A31) и второй (A22, A23) форм колебаний при A11=1, A12=1 (г) и коэффициентов связи  $\gamma$  и связанности  $\sigma$  (д) от отношения m приведенных жесткостей моторного *C*12 и шпиндельного *C*23 участков.

285

было отмечено в работе [4]. В то время как отношение частот принимает минимальное значение  $n=n_{\min}$ , а  $C1=C1_{\max}$ , предельная величина которого  $C1_{\text{пред}}=0,25$ .

В точке экстремума парциальные частоты равны  $\beta_{12}=\beta_{23}$ , собственные частоты максимально удалены от парциальных, однако наиболее приближены друг к другу, коэффициент связанности  $\sigma=\infty$ , при малом коэффициенте связи  $\gamma\approx0$ . В этом случае в обоих упругих связях возникают биения момента сил упругости, амплитуда колебаний существенно увеличивается. Обе парциальные системы оказывают друг на друга максимальное влияние. Физический смысл сильной связанности состоит в полной перекачке энергии из одной системы в другую и наоборот [9]. Поскольку в реальной системе имеется затухание, то процесс взаимной перекачки энергии между шпиндельным и моторным участком длится короткое время, в самом начале переходного режима, обусловленного захватом полосы валками.

Рассмотрим варианты предельных переходов, путем существенного изменения жесткостей.

При уменьшении или увеличении жесткости моторного участка *C*12 относительно точки  $m_3$  динамика системы уменьшается – спуск идет по левой или правой ветви кривой *K*(*m*); отношение частот увеличивается (рисунок. а). В первом случае частоты  $\beta_1 \rightarrow \beta_{12}, \beta_2 \rightarrow \beta_{23}$  (рис. б, левые ветви), коэффициент связанности  $\sigma \rightarrow 0$  (рисунок, д). Система распадается на две практически не зависимые и не связанные системы. Во втором случае направление изменения частот становится противоположным:  $\beta_1 \rightarrow \beta_{23}, \beta_2 \rightarrow \beta_{12}$  (рисунок. б, правые ветви).

Подобное преобразование системы и частот происходит при изменении жесткости шпиндельного участка *C*23 (рисунок.в).

Анализ графиков относительных амплитуд A колебаний по первой форме для масс Q2 (A21) и Q3 (A31) при A11=1 показывает, что в точке тэ и ее окрестностях наибольшие колебания момента имеют место на моторном участке (рисунок. г).

При уменьшении жесткости C12 разность амплитуд масс Q1 и Q2 стремится к постоянной величине, следовательно, и динамика моторного участка стабилизируется. В то же время разность амплитуд масс Q2 и Q3 стремится к нулю. Это означает, что и динамические нагрузки на шпиндельном участке существенно уменьшаются.

При увеличении жесткости моторного участка происходит обратный процесс: разность амплитуд A11 и A21 стремится к нулю, следовательно, уменьшается динамика моторного участка. По увеличению относительной амплитуды A31 по сравнению с моторным участком устанавливаем, что динамика шпиндельного участка повышается. Однако тот факт, что *n*→0 говорит о том, что это усиление незначительное ввиду отсутствия биений.

В этом случае система также распадается на две не связанные системы, поскольку  $\sigma \rightarrow 0$ .

Подобные преобразования с механической точки зрения следует интерпретировать как переход трехмассовой системы в двухмассовую за счет объединения одной или другой крайней массы с средней. При увеличении жесткости моторного участка C12 частота  $\beta_2$  резко увеличивается, а  $\beta_1$  стремится к постоянной величине. Это соответствует процессу постепенного преобразования трехмассовой системы в двухмассовую: при достаточно большой жесткости C12 массы Q1 и Q2 фактически объединяются в одну Q=Q1+Q2. Собственная частота такой

системы равна 
$$\beta_1 = \sqrt{C23 \cdot \frac{Q+Q3}{Q \cdot Q3}}$$
.

При существенном уменьшении жесткости *C*12 трехмассовая система также преобразовывается в двухмассовую: частота  $\beta_1$  резко уменьшается, т.е. масса *Q*1 с присоединенной большой податливостью *e*12=1/*C*12 не оказывает влияние на динамику всей системы. Роль собственной частоты переходит к  $\beta_2$ , стремящейся к постоянной величине  $\beta_{23} = \sqrt{C23 \cdot \frac{Q2 + Q3}{Q2 \cdot Q3}}$ .

Аналогичные трансформации с трехмассовой системой происходят при изменении жесткости шпиндельного участка (рис. в, кривые 3,4). Здесь при увеличении *C*23 происходит объединение масс *Q*2+*Q*3=*Q*, собственная частота системы стремится к постоянной величине, равной

$$\beta_2 = \sqrt{C12 \cdot \frac{(Q1 + (Q2 + Q3))}{Q1 \cdot (Q2 + Q3)}} = \sqrt{C12 \cdot \frac{1 + \frac{Q1}{(Q2 + Q3)}}{Q1}}$$
(рис.в, кривая 3).

При уменьшении С23 происходит как бы объединение масс Q1 и Q2.

При существенном уменьшении C23 концевая масса Q3 с присоединенной большой податливостью  $e^{23=1/C23}$  преобразуется в парциальную систему с автономными колебаниями на частоте  $\beta_1 = \sqrt{\frac{C23}{O3}}$ , поскольку к этой массе прикладывается момент сил

технологического сопротивления. Частота второй парциальной системы составляет  $\beta_{23} = \sqrt{C12 \quad \frac{Q1+Q2}{Q1 \quad Q2}}$ . Обе системы становятся практически

автономными.

Приведенные на практическом примере результаты показывают, что анализируя динамические свойства линии привода с помощью одного критерия без учета взаимосвязи с другими не удается получить полное представление о динамических свойствах системы. Это относится особенно к тем случаям, когда необходимо выбрать количественную величину критерия, по которой следует выбирать рациональные параметры линии главного привода прокатной клети.

В связи с этим на этапе проектирования, когда из конструктивных соображений (расположения оборудования в цеховом пролете, прочностные расчеты, параметры главного привода и др.) определены основные размеры элементов линии и упруго-массовые параметры расчетной схемы, целесообразно построение совместных графиков изменения критериев (рисунок). Это позволяет по фактической величине отношения приведенных жесткостей  $m_{\phi}$  установить насколько близко (далеко) система расположена относительно точки  $m_3$ . По зависимости n(m) легко определить направление изменения жесткостей для улучшения динамических свойств системы.

Следует отметить, что расчетная зависимость n(m) не имеет методической ошибки, в то же время как K(m) такую ошибку содержит, причем эта ошибка переменная вдоль m. В связи с этим для определения K предлагается использовать зависимость K(n), полученную на основании промышленных исследований девятнадцати клетей с редукторным приводом шести широкополосных станов, приведенную в [5]:

$$K_{p-\Im} = a + b \cdot \frac{\sqrt{n^4 + 1}}{n^2 - 1}.$$
 (8)

Задаваясь требуемым значением  $K_3$ , которым следует ограничить уровень динамической нагрузки на моторном валу, определяют величину критерия n и по зависимости n(m) устанавливают два значения m1 и m2, слева и справа от которых лежит область рациональных отношений жесткостей. При таком подходе конструктор может определить, какие изменения необходимо внести в жесткость линии, насколько они осуществимы и какая их стоимость.

Из рассмотренных критериев наиболее близким к физической сути переходного процесса является отношение собственных частот п. Чем ближе первая  $\beta_1$  и вторая  $\beta_2$  частота, т.е. чем меньше *n*, тем сильнее биение момента сил упругости и тем больше амплитуда колебаний момента и коэффициент динамичности. Этот факт как бы скрыт в критериях C1,  $\pi$ ,  $\sigma$  и  $\gamma$ , что не делает их наглядными.

В [5, 6] для линии привода с редукторным приводом рекомендуется на первом этапе добиться снижения динамики до заданного уровня  $K_3=2.0$ , что вполне приемлемо при фактических значениях  $K_{\Phi}=3.5-5$ . Определим численные значения критериев для заданного ограничения динамики. По зависимости (7) для заданного  $K_3=2.0$  определяем  $n_3=2.16$  и  $m_1=6$ ,  $m_2=120$ . По (36) определяем  $C_1=0.145$  и по (5а)  $\sigma_3=0.53$ .

В [1,2] рекомендуются в качестве рациональных пределы  $0.05 \le C1 \le 0.15$ , из которых не ясно какую конкретную величину C1 следует

выбрать и что скрыто за этим выбором, т.е. во что выливаются конструктивные изменения. В то же время, полученное значение находится рядом с рекомендуемым. Без зависимости C1(m) дальнейшие действия для конструктора становятся затруднительными, поскольку не очевидны следующие целенаправленные действия.

Приводимые в работах [8,9] общие рекомендации относительно величин  $\gamma$  и  $\sigma$  (при  $\gamma \rightarrow 1$  и  $\sigma \rightarrow 0$  парциальные системы не связаны) также не обладают конкретикой.

Аналогичное совместное применение и анализ критериев можно выполнить в случаях изменения моментов инерции и при совместном изменении всех упруго–массовых параметров. Это позволит обоснованно выбрать рациональные параметры линии главного привода.

## Выводы.

1. Приведенные для рядной трехмассовой системы критерии взаимосвязаны, поскольку одни из них выражаются через другие.

2. Применение одного-двух критериев не позволяет дать полную оценку динамических свойств линии главного привода прокатной клети.

3. Чтобы получить полное представление о динамических свойствах системы и дать им количественную оценку рекомендуется выполнять совместный анализ указанных критериев при вариации упруго-массовых параметров. При этом в основу анализа необходимо положить расчетные зависимости K(m), n(m) и зависимость K(n), полученную на основе данных промышленных исследований. Такой поход дает в руки проектантам оборудования наглядную информацию о целесообразных действиях при выборе рациональных параметров линии привода.

- 1. Голубенцев А.И. Интегральные методы в динамике. К.: Техніка, 1967.–350 с.
- 2. Адамия Р.Ш. Оптимизация динамических нагрузок прокатных станов М.: Металлургия, 1978.–232 с.
- 3. J. Wright Mill drive system to minimize torque amplification.// Iron and Steel Engineer, July, 1976. pp.56–60.
- Лошкарев В.И. Определение параметров трехмассовой системы, обеспечивающих заданные коэффициенты динамичности. // Теория механизмов и машин, Харьков. – Вып.10. – 1971. – С.33–37.
- Снижение ударных нагрузок на широкополосных станах горячей прокатки./ В.В. Веренев, О.Н. Кукушкин, В.И. Пономарев, И.А. Бобух // Черная металлургия. Бюл. ин–та «Черметинформация» –М.. –1989. –№11. –С. 25–35.
- Коцарь С.Л., Ройзен М.Я. Выбор параметров приводных линий прокатного стана // НИИинформтяжмаш. Металлургическое оборудование. Оборудование для прокатного производства.1–75–9. –М. –1975.–С.16–19.
- Киркач Н.Ф., Гапонов В.С., Калинин П.Н. Оценка максимальных значений упругих моментов в механических передачах при переходных режимах работы // ТММ, Респ. Сб. –Вып.31.–Харьков. –1981. –С.53–57.

- 9. Основы теории колебаний./ В.В. Мигулин, В.И. Медведев, Е.Р. Мустель, В.Н. Парыгин. –М.: «Наука». 391с.
- 10. Голубенцев А.Н., Дроговоз А.Н. Процессы, оптимальные по затуханию, в динамике машин с упругими звенями. //Сб. «Теория механизмов и машин». – Вып. 7. – 1969. – С.24–31.

Статья рекомендована к печати чл.-корр.НАН Украины В.И.Большаковым