

К.Ю.Ключников, С.В.Ершов, А.П.Лохматов

## АНАЛИЗ ОСНОВНЫХ ПОЛОЖЕНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА ПЛОЩЕНИЯ КРУГЛОЙ ЗАГОТОВКИ

Выполнен анализ основных положений и фундаментальных характеристик, принятых различными авторами, математической модели напряженно-деформированного состояния металла в процессе уплощения круглой заготовки в плоскую ленту. Показано, что для такого процесса целесообразно использование математических моделей, основанных на методе конечных элементов.

### Современное состояние вопроса.

Процесс уплощения круглой заготовки в плоскую ленту по классификации И.М. Павлова [1] следует отнести ко второй типовой схеме прокатки, для которой характерно переменное значение высоты заготовки ( $H$ ) по ширине очага деформации, что в свою очередь, приводит к неравномерности деформации и непостоянству угла поверхности контакта металла с валком ( $\alpha$ ) – рис. 1.1.

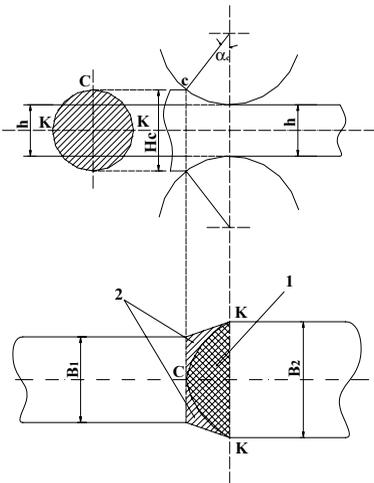


Рис.1. Схема прокатки прямоугольной полосы из заготовки круглого сечения (схема II): 1 – поверхность контакта, 2 – внеконтактная область деформации.

Вследствие непостоянства угла поверхности контакта по ширине полосы граница поверхности контакта со стороны входа не является прямолинейной. При этом части полосы, еще не вошедшие в соприкосновение с валками, но неразрывно связанные с соседними уже обжимаемыми частями, участвуют в общей вытяжке полосы и продвигаются вперед с общими для всей полосы горизонтальными скоростями. Эти части полосы называются внеконтактными зонами деформации, в

которых благодаря выравнивающему действию «жестких концов» полосы и наличию внутриметаллических связей происходит вынужденная высотная и поперечная утяжка без соприкосновения металла с валками. Это обстоятельство в конечном счете, приводит к различному напряженно-деформированному состоянию в разных частях полосы не только в очаге деформации, а и за его пределами, т.е. возникновению напряжений первого рода, когда отдельные ее части имеют напряжения одного знака, в про-

тивоположность другим частям, несущим напряжения обратного знака. В нашем случае кромки плюшевой ленты подвергаются растягивающим напряжениям, а середина сжимающим (рис. 2) [2].

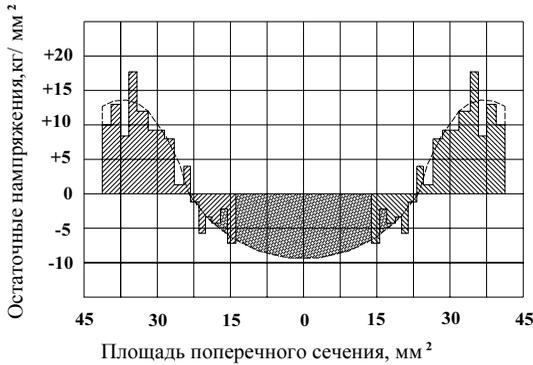


Рис.2. Эпюра распределения остаточных напряжений по поперечному сечению плюшевой ленты 6,20 x 15,16 мм (сталь марки ШХ 10)

В пределах данного объема тела, находящегося вне зоны воздействия внешних сил, напряжения уравновешиваются за счет внутренних упругих деформаций. В то же время, при воздействии внешних сил они могут существенно изменить общую, суммарную картину напряженно-деформированного состояния тела.

Так, при волочении в роликовых волоках, когда энергия в очаг деформации передается тяговым усилием, приложенным к переднему концу полосы, к напряжениям первого рода добавляются растягивающие напряжения от тягового усилия. При этом величина сжимающих напряжений в средних частях полосы снижается, а растягивающих по кромкам полосы увеличивается с соответствующим изменением величины самих областей.

Концентрация растягивающих напряжений на незначительных участках у кромки полосы может привести к переходу от их упруго-деформированного состояния к пластическому течению и даже разрушению.

Авторы большинства публикаций, в которых рассматриваются деформационные и энергосиловые параметры процесса прокатки, прокатки-волочения (волочения в роликовых волоках) [2–9], дают только качественную оценку влияния остаточных напряжений на общее напряженно-деформированное состояние полосы. Результаты конкретных исследований влияния параметров процесса волочения в роликовых волоках на величину напряжений и характер их распределения по сечению полосы в рассмотренных публикациях отсутствуют. В работах [3,4] на основании экспериментальных данных для предотвращения разрушения кромок даются лишь рекомендации по ограничению отношения ширины полосы к ее толщине при реализации процесса волочения в роликовых волоках в пределах 1,5 [3] – 2,0 [4].

**Постановка задачи.** Для обоснованного выбора параметров процесса волочения в роликовых волоках необходимо знать их влияние на величину

ну и характер распределения напряжений по сечению полосы. Такую задачу намечено решить методом математического моделирования. Для проверки работоспособности модели предлагается использовать результаты экспериментальных исследований изменения величины и характера распределения по сечению полосы напряжений для условий плоского круглой заготовки в приводных валках, представленные в работе [2]. Модель должна учитывать особенности деформации круглой заготовки в гладких валках (рис. 1) при условии, что:

- решаемая задача – задача объемного деформирования;
- деформируемая среда – жестко – пластическая;
- до деформации материал изотропен и однороден.

Как показано в работах [2–4] получение плоской ленты методом волочения в роликовых волокнах может осуществляться как в двухвалковых, так и в четырехвалковых калибрах.

#### **Математическая модель.**

Применительно к анализу напряженно–деформированного состояния металла при реализации различных технологических схем его обработки давлением наибольшее распространение получили инженерные математические модели. Эти модели представляют собой определенную совокупность аналитических зависимостей и характеризуются минимальной трудоемкостью, а также максимальным быстродействием их численной реализации. Однако принятие целого ряда допущений, основными из которых являются использование различного рода аппроксимаций геометрических форм, усреднение механических свойств, упрощение аналитических описаний распределения сил внешнего трения и т.д., снижает степень достоверности и ограничивает объем предоставляемых результатов.

В последнее время в теории ОМД получили развитие численные методы, обеспечивающие максимально близкое приближение физических объектов моделирования к их математическим отображениям за счет использования более строгих подходов, основанных на вариационных принципах и методе конечных элементов [11].

Все современные методы решения краевых задач ОМД можно достаточно условно разделить на следующие три большие группы:

- 1 Методы, основанные на некоторых физических законах сохранения.
- 2 Методы, в основе которых лежат вариационные принципы.
- 3 Методы, опирающиеся на иные принципы.

К первой группе относятся подходы, построенные на законе сохранения количества движения (равновесия), законе сохранения вещества (условия несжимаемости) и др. Этот подход сводится к формированию и решению систем дифференциальных или интегральных уравнений.

Вторая группа методов основывается на некоторых вариационных принципах механики и теплофизики. При этом решение задачи получается из условия стационарности функционала, соответствующего выбранному вариационному принципу. При решении краевых задач ОМД наибо-

лее часто применяются формулировки на основе функционала Лагранжа или функционала Маркова (Германна). В качестве инструмента дискретизации чаще всего применяется метод конечных элементов.

К третьей группе можно отнести методы, основывающиеся не на физических, а на некоторых математических принципах.

Основным фактором, влияющим на достоверность (точность) результатов, является практическая реализация – аналитическая или численная.

Моделированию процесса плющения полосы в приводных вальках посвящено достаточное количество работ. Наибольший интерес представляют исследования напряженно–деформированного состояния полосы при плющении, представленные в работах Донбасской государственной машиностроительной академии (ДГМА – г. Краматорск) и Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова (МГТУ – г.Магнитогорск). В работах [12,13] рассматривается дифференцированный подход к исследованию напряженно–деформированного состояния металла при плющении в двух зонах очага деформации, характеризующихся геометрическим отношением ширины контактной поверхности очага деформации к его высоте,  $b_{кx}/h_x \leq 1$  и  $b_{кx}/h_x > 1$ .

#### **Реализация математической модели**

Математическое моделирование напряженно–деформированного состояния металла для сечений где  $b_{кx}/h_x > 1$  осуществлено на основе рекуррентного решения дифференциального уравнения равновесия выделенного элементарного объема металла в очаге деформации, разбиваемого на конечное множество элементарных объемов.

Помимо указанных выше были приняты еще некоторые допущения:

- механические свойства деформируемого металла изменяются только по длине зоны пластического формоизменения, в то время как по ширине каждого отдельного поперечного сечения они остаются постоянными и соответствуют их среднеинтегральным оценкам;

- металл в процессе плющения течет преимущественно в поперечном направлении (допущение опирается на выводы М.И. Злотникова, а также на результаты целого ряда экспериментальных исследований);

- в качестве закона трения принято аналитическое описание закона Г. Амонтона.

Все решения выполняются для плоских элементов (используются одномерные математические модели напряженно–деформированного состояния).

В работах [14,15] моделирование напряженно–деформированного состояния металла при плющении ленты основано на методе конечных элементов. По мнению авторов, этот метод позволяет подойти к решению технических проблем в условиях, близких к практическим, и без ограничений и помех, связанных с производственными неполадками. Область очага деформации разбивается на конечные элементы и внутри каждого элемента задаются некоторые функции формы, позволяющие определить

перемещения внутри элемента по перемещениям в узлах. Координатные функции имеют локальный характер и зависят от способа дискретизации рассматриваемой области, что в свою очередь позволяет с помощью малых элементов аппроксимировать поля перемещений или скоростей перемещений для сложных форм очага деформации, выбирая простые координатные функции.

Разработанная авторами работ [14,15] математическая конечно-элементная модель позволяет проводить трехмерное моделирование процесса плочения ленты с применением различных законов поведения металла (например, упругопластического и жесткопластического) в изотермических условиях и с тепловой связью, а также реалистически описывать поведения металла с учетом нелинейного изменения показателей его свойств.

При разработке математической модели были приняты следующие условия и допущения:

- решаемая задача – задача объемного деформирования;
- деформируемая среда – жестко-пластическая.
- материал ленты до деформирования – изотропен и однороден;
- в качестве закона трения использовано условие трения Э. Зибеля.

С возрастанием нагрузок, помимо упругих деформаций, в теле возникают области пластической деформации; для неупрочняющегося материала это будут области текучести, границы которых заранее неизвестны. В связи с математическими трудностями, возникающими при решении подобных задач, приобретают важное значение дальнейшие возможные упрощения в постановке задачи.

Часто используемое допущение несжимаемости материала ( $E = 0$ ) приводит к заметному упрощению уравнений и во многих вопросах является вполне приемлемым приближением. Однако основная трудность, заключающаяся в необходимости решения смешанной упруго-пластической задачи, не устраняется.

Для пластических сред различают два основных типа моделей:

1) идеальных упруго-пластических (рис. 3, а) или жестко-пластических (рис. 3, б) сред, в которых не учитывается упрочнение и эффект Баушингера;

2) пластических сред, в которых учитывается упрочнение (рис. 3, в, г), т.е. изменение предела текучести.

Из моделей пластических сред в последнее время получила значительное развитие схема жестко-пластической среды; в этой схеме полностью пренебрегают упругими деформациями.

Иными словами, для модуля упругости принимается бесконечное значение ( $E \rightarrow 0$ ), что соответствует переходу от кривой деформации с упругим участком (рис. 3, а) к кривой деформации с одной лишь площадкой текучести (рис. 3, б). Пунктирные линии со стрелкой обозначают разгрузку. Для простоты рассматривают одноосное напряженное состояние (рас-

тяжение стержня); соответствующее напряжение обозначим через  $\sigma_{11}$ , относительное удлинение – через  $\epsilon_{11}$ , скорость относительного удлинения – через  $\xi_{11}$ .

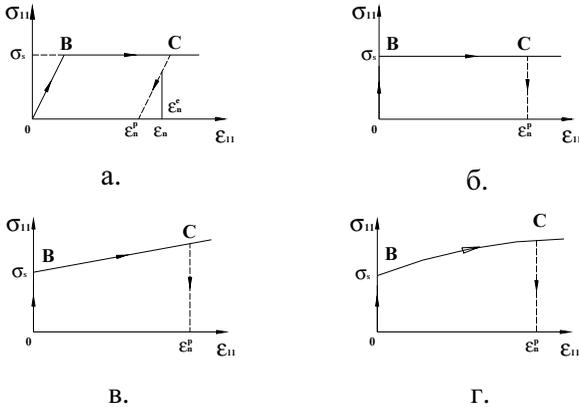


Рис.3. Диаграммы растяжения для идеальных упруго–пластических (а), жестко–пластических (б) и упрочняющихся (в, г) сплошных сред

В жестко–пластической среде течение развивается лишь при напряжениях, удовлетворяющих условию текучести  $\sigma_{11} = \sigma_s$ , где  $\sigma_s$  – предел текучести при растяжении. Схема жестко–пластической среды пригодна в тех случаях, когда пластические деформации значительно превосходят упругие. Если же пластическая область заключена внутри упругой области или же пластическое течение затруднено вследствие особенностей геометрической формы тела или специального характера граничных условий, то схема жесткопластической среды может привести к значительным погрешностям. Отметим, что решение, построенное для схемы жестко–пластической среды, может не совпадать с решением такой же упруго–пластической задачи при  $E \rightarrow \infty$ .

Подобно схеме жестко–пластической среды (характеризуемой площадью текучести) иногда вводят схему жестко–упрочняющейся среды для случая линейного (рис. 3, в) и нелинейного (рис. 3, г) упрочнения. Жестко–упрочняющаяся среда (как и идеально–пластическая) является уже сложной средой. Из выше сказанного следует, что для моделирования процессов прокатки, прокатки–волочения (волочения в роликовых волокнах) круглой заготовки на гладких валках наиболее подходит жестко–пластическая среда.

В рассмотренных работах задачи по определению энергосиловых параметров и параметров формоизменения решаются для случая плющения круглой заготовки в приводных гладких валках. По опубликованным материалам не представляется возможным сделать вывод о возможности использования такой модели для случая волочения в роликовых волокнах. Однако однозначно можно утверждать, что для моделирования процесса

волочения в роликовых волокнах наиболее целесообразно использование математических моделей, основанных на методе конечных элементов.

При решении задач ОМД с помощью метода конечных элементов наибольшее распространение получили два алгоритма, различающиеся по способу удовлетворения условию несжимаемости металла [16]. В одном случае решение определяется из условия минимума функционала Лагранжа в сочетании с методом штрафных функций, в другом – из условия стационарности функционала Маркова на полях скоростей течения и среднего гидростатического напряжения. В решениях, двумерных задач оба метода используются довольно часто и дают, как правило, сходные результаты.

Известны работы, в которых эти подходы сравнивались на примере задачи осесимметричной осадки. Существенных различий в расчетных координатных сетках на сечении образцов не наблюдалось. Однако при расчетах трехмерных процессов отмечаются значительные различия в расчетах по обоим методам. Это обуславливается тем, что при решении трехмерных задач к оптимальности алгоритма предъявляются более жесткие требования, чем при решении двумерных задач. Это связано со значительно большим числом переменных в трехмерных задачах, а также с необходимостью пошагового решения даже физически стационарных задач с целью определения положения свободных поверхностей и учета деформационного упрочнения. Поскольку подход на основе минимизации функционала Лагранжа в сочетании с методом штрафных функций приводит к меньшему числу переменных, этому алгоритму, на первый взгляд, необходимо отдать предпочтение.

В соответствии с подходом, основанным на методе штрафных функций, решение определяется из условия минимума на полях скоростей течения следующего функционала:

$$I = \frac{1}{2} \int_V \mu H^2 dV + t \int_V \xi^2 dV - \int_S \sigma_\tau v_\tau dS,$$

где  $\mu$  – условная вязкость металла, определяемая по формуле  $\mu = T(H, \Lambda, \theta)/H$ ;

$T(H, \Lambda, \theta)$  – зависимость интенсивности касательных напряжений  $T$  от интенсивности скоростей сдвиговой деформации  $H$ , деформации сдвига  $\Lambda$  и температуры  $\theta$  (реологическая кривая материала);

$V$  – объем деформируемого тела;

$H$  – интенсивность скоростей деформаций сдвига;

$\xi$  – скорость относительного изменения объема;

$\sigma_\tau$  и  $v_\tau$  – полное напряжение трения и скорость скольжения металла по инструменту;

$t$  – штрафной коэффициент на невыполнение условия несжимаемости.

Среднее гидростатическое напряжение  $\sigma$  рассчитывается по асимптотической формуле:  $\sigma = \lim_{t \rightarrow \infty} t \xi$ .

Альтернативным алгоритмом получения решения является использование условия стационарности функционала Маркова на полях скоростей течения металла и среднего гидростатического напряжения, который выглядит следующим образом:

$$I_1 = \frac{1}{2} \int_v \mu H^2 dV + \int_v \sigma_0 \xi dV.$$

Для учета мощностей сил трения к функционалу Маркова необходимо добавить интеграл по поверхности контакта металла с инструментом:

$$I_2 = - \int_S \sigma_\tau v_\tau dS,$$

где  $\sigma_\tau$  и  $v_\tau$  – полное напряжение трения и скорость скольжения металла по инструменту;

$S$  – площадь поверхности контакта металла с инструментом. Интеграл, выражающий мощность сил трения, преобразуется к виду

$$\int_S \sigma_\tau v_\tau dS = \int_S f_{p-1} (\Delta V_1^2 + \Delta V_2^2) dS,$$

где  $f_{p-1}$  – величина, равная отношению полного напряжения трения к полной скорости скольжения на предыдущей итерации;

$\Delta V_1$  и  $\Delta V_2$  – скорости скольжения металла по инструменту в направлении осей 1 и 2 ( $x$  и  $y$ ), касательным к поверхности контакта в данной точке (ось 3 ( $z$ ) направлена по нормали к поверхности).

Для выполнения условия непроницаемости инструмента применяется метод штрафных функций, в соответствии с которым к функционалу Маркова добавляется следующий интеграл:

$$I_3 = t \int_S (U \alpha_x + V \alpha_y + W \alpha_z - \omega_n)^2 dS,$$

где  $U$ ,  $V$ ,  $W$  – скорости течения металла в данной точке контактной поверхности в направлении осей  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ;

$\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ ,  $\alpha_z$  – направляющие косинусы, характеризующие направление нормали в данной точке поверхности контакта по отношению к осям  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ;

$\omega_n$  – проекция скорости движения инструмента на нормаль к поверхности контакта в данной точке.

Результирующее вариационное уравнение для линейно-вязкой несжимаемой среды выглядит следующим образом:

$$I = I_1 + I_2 + I_3, \text{ или}$$

$$I = \frac{1}{2} \int_v \mu H^2 dV + \int_v \sigma_0 \xi dV - \int_S \sigma_\tau v_\tau dS + t \int_S (U \alpha_x + V \alpha_y + W \alpha_z - \omega_n)^2 dS.$$

Минимизация величины данного функционала приводит к решению задачи по определению напряженно–деформированного состояния металла.

### **Результаты исследования.**

Исследования показывают, что при решении задачи Пуазейля методом конечных элементов (для которой существует аналитическое решение) лучшее совпадение с аналитическим решением дает решение, полученное с помощью вариационного принципа Маркова. Худшие результаты показало применение функционала на основе метода штрафных функций. Решения, полученные методом штрафных функций, зависят от выбранной величины штрафного множителя. При малых величинах  $t$  плохо выполняется условие несжимаемости, а при значительных  $t$  выполняется условие несжимаемости, но эпюры скоростей начинают резко отличаться от эпюр, полученных аналитическим путем.

Таким образом, по результатам данного теста лучшее качество решения обеспечивает подход на основе вариационного функционала Маркова, однако время решения в 2 раза превышает время решения по методу штрафных функций.

Дальнейшее тестирование было проведено путем сравнения решения задач трехмерной осадки и прокатки. При сравнении координатных сеток, рассчитанных обоими методами с координатными сетками, полученными экспериментально для тех же условий деформирования было установлено, что решение, полученное при помощи функционала Маркова точнее описывает течение пластической деформируемой среды. Отмечается, что аналогичная двухмерная задача с помощью метода штрафных функций решается достаточно точно. Степень относительного изменения объема образца в данной задаче для метода штрафных функций составила 1,14%, а для модели на основе вариационного принципа Маркова – 0,61%. Похожие выводы были сделаны и при тестировании алгоритмов на процессах прокатки круглой заготовки на гладкой бочке.

Дальнейшее тестирование алгоритма на основе функционала Маркова на более сложных случаях обработки металлов давлением, таких как экструзия, показало, что при решении задачи невыполнение условия несжимаемости в целом для всей обрабатываемой среды незначительно. Однако существуют точки внутри сплошной среды, для которых условие несжимаемости не выполняется вообще. Ясно, что невыполнении физических граничных условий приводит к нарушению основных концепций, заложенных в вариационное уравнение, а именно – среда предполагается несжимаемая, линейно–вязкая. В этих случаях возможны значительные отклонения решения от реального процесса, что для технолога является неприемлемым.

Решение данной проблемы возможно с использованием для решения хорошо известного вариационного уравнения Лагранжа для несжимаемой линейно–вязкой среды

$$I = \frac{1}{2} \int_v \mu H^2 dV - \int_s \sigma_\tau v_\tau dS,$$

а выполнение условия несжимаемости обеспечить применением метода конечных элементов, пробные функции которых получены совместным использованием лагранжевой и эрмитовой интерполяции. В данном случае сама внутренняя структура конечных элементов обеспечивает выполнение условия несжимаемости и выполнение одного из важнейших ограничений. Кроме этого отпадает необходимость, как в подходе на основе функционала Маркова определения среднего гидростатического напряжения в каждом узле сетки. Это снижает размерность задачи и уменьшает время вычислений.

На базе изложенных представлений автором работы [17] разработана объемная математическая модель напряженно-деформированного состояния металла в очаге деформации при естественном процессе горячей прокатки узкой полосы на гладкой бочке (сортовая прокатка). Принципиальная схема такого процесса представлена на рисунке 4,а.

Указанную модель планируется адаптировать к условиям задачи, решаемой в рамках выполняемой в настоящее время фундаментальной работы «Исследование влияния технологических параметров процесса прокатки-волочения на изменение напряженно-деформированного состояния металла при производстве профилей ленточного типа широкого размерного сортамента».

Для перехода к моделированию состояния металла в очаге деформации при волочении в роликовых волоках необходимо осуществить последовательный переход к схеме 5,б – дополнить модель учетом влияния внешних воздействий на концы прокатываемой полосы, а затем приравняв нулю момент прокатки ( $M_B = 0$ ) и величину заднего подпора ( $\sigma_0 = 0$ ), перейти к схеме 5,в – волочению в роликовых волоках.

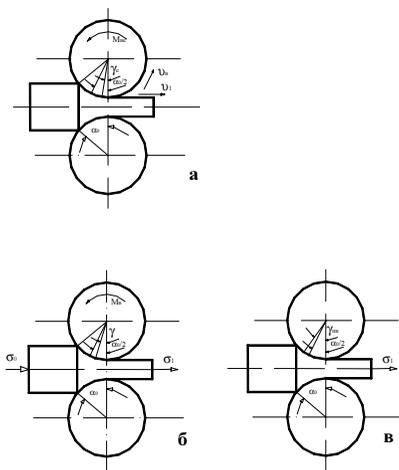


Рис.4. Принципиальные схемы прокатки (а,б) и прокатки-волочения (волочения в роликовой волоке) (в). а – естественный процесс прокатки:  $\sigma_1 = \sigma_0 = 0$ ,  $0 < \gamma = \gamma_c < \alpha_0/2$ ; б – прокатка с активной продольной силой:  $\sigma_1 - \sigma_0 > 0$ ;  $\gamma_c < \gamma < \alpha_0/2$ ;  $0 < M_B < M_{вс}$ ; в – волочение в роликовой волоке:  $\sigma_0 = 0$ ,  $\sigma_1 - \sigma_0 > 0$ ;  $\gamma_{пв} \leq \alpha_0$ ;  $M_B < 0$ .

Дополнительно потребуется изменить описание законов поведения деформируемой среды и контактного трения на границе среды и инструмента.

Следует отметить, что в условиях реального процесса прокатки–волочения (волочения в роликовых волоках) рабочие валки (ролики) вращаются за счет сил трения на контактной поверхности металла и валков. В этом случае  $M_B < 0$  (за счет сил трения в опорах рабочих валков) и  $\gamma_{\text{пв}} < \alpha_0$ . Однако для упрощения модели эти обстоятельства можно не учитывать.

### **Выводы.**

Проанализированы различные методы определения напряженно-деформированного состояния металла при реализации процесса плоского проката круглой заготовки в плоскую ленту. Показано, что для моделирования процесса плоского проката круглой заготовки в плоскую ленту наиболее целесообразно использование математических моделей, основанных на методе конечных элементов.

1. *Павлов И.М.* Теория прокатки (общие основы обработки металлов давлением): Учебник. – М.: Металлургиздат, 1950. – 610с.
2. *Злотников М.И.* Производство плоской ленты. – М.: Металлургиздат, 1951. – 114с.
3. *Гулько В.И., Войцеховский В.А., Григорьев А.К.* Производство профилей и проволоки в роликовых волоках. – Ижевск: «Удмуртия», 1989. –132с.
4. *Владимиров Ю.В., Нижник П.П., Пуртов Ю.А.* Производство плоской ленты. – М.: Металлургия, 1985. –120с.
5. *Северденко В. П., Астахов И.Г.* Распределение удельного давления по контактной поверхности при прокатке прутков круглого сечения в гладких валках // Обработка металлов давлением (сборник статей). – Вып. третий. – М.: Металлургиздат, 1954. – С. 63–73.
6. *Поляков М.Г., Никифоров Б.А., Гунн Г.С.* Деформация металла в многовалковых калибрах. – М.: Металлургия, 1979. – 240 с.
7. *Калибрование фасонных профилей.* / В.Н. Аргунов, М.З. Ерманок, А. И. Петров, М.В. Харитонович. – Металлургия, 1989. – 208с.
8. *Дукмасов В.Г., Выдрин А.В., Баричко Б.В.* Математическая модель формоизменения в очаге деформации при плоском прокате проволоки в роликовой волоке // Метизное производство в 21 веке: Теория и практика: межвузовский сборник научных трудов. Магнитогорский гос. техн. ун–т. – Магнитогорск: изд-во МГТУ, 2001. – С. 51–59.
9. *Кривошеков В. Л.* Формоизменение и силовые параметры при прокатке плоских лент // Сталь. – 2001. – № 5. – С. 47 – 50
10. *Выдрин В. П., Федосиенко А. С., Крайнев В.И.* Процесс непрерывной прокатки. – М.: Металлургия, 1970. – 456с.
11. *Гринкевич В.А., Данченко В.Н.* Краткий обзор современных методов решения краевых задач обработки металлов давлением и основные тенденции их развития // Сучасні проблеми металургії. Наукові вісті. Том 5. Пластична деформація металів. – Дніпропетровськ: «Системні технології», 2002. – С.113–115.

12. *Потапкин В.Ф., Шаркова С.Н., Чепель В.В.* Одномерное математическое моделирование напряженно-деформированного состояния металла при реализации процесса плющения // Совершенствование процессов и оборудования обработки давлением в металлургии и машиностроении: Сб. науч. тр. – Краматорск, 1998. С. 17–21
13. *Потапкин В.Ф., Шаркова С.Н.* Одномерное математическое моделирование напряженно-деформированного состояния металла при реализации процесса плющения // Наука, производство, предпринимательство – развитию металлургии: Сб. науч. тр. – Донецк, 1998. С. 141–145
14. *Песин А.М., Салганик В.М., Куранов К.Ю. и др.* Плющение ленты: теория, технология, новые решения. – Магнитогорск: МГТУ, 2002. – 144с.
15. *Песин А.М., Салганик В.М., Куранов К.Ю.* Плющение стальной ленты. – Магнитогорск: МГТУ, 2004. – 157с.
16. *Теоретические основы обработки металлов давлением / Б.М. Илюкович, А.П. Огурцов, Н.Е. Нехаев, С.В. Ершов /* Монография в 2 томах. – Днепропетровск: РВА «Дніпро – ВАЛ», 2002. – Т.2. – 485с.
17. *Ершов С.В.* Разработка метода получения конечных элементов со специальными свойствами // Металлы. – 2002. – № 2. – С.54–57.

*Статья рекомендована к печати канд.техн.наук И.Ю.Приходько*