УДК 66.015

Оптимізація процесу осушення пористого шару

Богдана Гайвась

к. ф-м. н., с. н. с., Центр математичного моделювання ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Дж. Дудаєва, 15, Львів, 79005

Запропоновано математичну модель для опису оптимізації процесу осушення пористого шару. При заданих параметрах навколишнього середовища на основі розв'язку прямої задачі осушення початково насиченого вологою пористого шару сформульовано задачу про мінімізацію часу повного осушення за температурою T_0 і тиском P_0 на поверхні шару. Задача зведена до мінімізації температури на рухомому фронті фазового переходу за певних обмежень. Знайдено оптимальний тиск на поверхні шару та мінімальну температуру на межі фазового переходу, які мінімізують час повного осушення при відомих густинах пари та повітря (або відносній вологості), температурі атмосферного середовища, а також геометричних параметрах тіла та примежового шару.

Ключові слова: оптимізація, осушення, пористий шар.

Вступ. Дослідження осушення пористих тіл пов'язане з побудовою розв'язку задачі про рух газо-рідинної суміші при наявності фазового переходу й одночасного перенесення тепла. Задачі осушення пористих тіл зводяться до розв'язування систем нелінійних диференціальних рівнянь із врахуванням кінетики фазового перетворення та міжфазового теплообміну. Математичні моделі сушки пористих тіл подані, зокрема, в роботах [1-5]. У роботах [4-5] досліджено вплив дисперсії розмірів пор на процес осушення. Показано, що при її врахуванні виникає двофазна зона, в якій співіснують як газові, так і рідинні капіляри. Ширини двофазної зони та зони випаровування визначаються характерними розмірами пор, їх розподілом, капілярними силами, а також співвідношенням між теплом, яке витрачається на нагрів рідини та тіла, та теплом, яке витрачається внаслідок випаровування. При нормальному та показниковому розподілах ширина двофазної зони є незначною. При рівномірному розподілі пор за радіусами ця ширина змінюється в процесі осушення.

Актуальними є проблема опису та дослідження процесу осушення пористих тіл із врахуванням впливу реальних фізичних механізмів масоперенесення, а також питання оптимізації часу сушіння пористих тіл за зовнішніми параметрами. Така задача для сферичної частинки при заданих температурі та тиску на її поверхні вивчається в роботі [6]. У даній роботі в розвиток досліджень [3-5] розглядається задача оптимізації часу повного осушення. За основу прийнято модель циліндричних капілярів однакових радіусів. У зв'язку з цим, зона випаровування вироджується в рухому область нехтовно малої товщини. Враховуючи, що характерний час осушення значно перевищує час теплової релаксації, можна вважати залежність координати фронту випаровування від часу t незначною та нехтувати впливом руху фронту на процеси тепломасоперенесення. Для простоти обмежимося дослідженням стаціонарного режиму сушіння, коли перенесення тепла до фронту та відвід пари з тіла є усталеними процесами.

1. Постановка та розв'язування прямої задачі

Розглянемо віднесений до декартової системи координат (x, y, z) насичений рідиною пористий шар, який займає область $-L_0 < y < L_0$. Шар контактує з газовим середовищем, яке є сумішшю сухого повітря та пари. Температура повітря та шару постійні. Плівковим масоперенесенням нехтуємо. Умови на поверхнях шару однакові, тому процес сушки симетричний відносно серединної поверхні тіла.

У процесі сушки в тілі виникає зона сухих пор і пор, насичених рідиною. Межа контакту цих зон від обох поверхонь поширюється вглиб тіла. У зв'язку з випаровуванням у примежовій до шару області утворюється шар товщини δ, в якому густини пари та повітря змінюються від значень у площині $y = L_0 - 0$ до значень у зовнішньому атмосферному середовищі. Масоперенесення в цій області розглядаємо у наближенні примежового шару, зовні якого вологість повітря є відомою. У процесі сушки всередині волога переходить із рідкого стану у газоподібний. Внаслідок цього виникає потік пари назовні, який спричинює рух газової суміші з деякою швидкістю v.

Розглянемо етап сушіння, коли сформувалися осушена та рідинна зони, а також рухомий фронт випаровування $y = L_m(t)$. Вважаємо, що на фронті випаровування пара є насиченою. Відносну насиченість рідиною означимо як відношення маси рідини в актуальний момент часу до її маси в початковий. Для моделі паралельних циліндричних капілярів пористого тіла відносна насиченість f співпадає з безрозмірною координатою фазового переходу κ_m [5] (межею розділу осушеної та рідинної зон) $f = \dfrac{m(t)}{m_0} = \dfrac{\gamma_L S \Pi L_m}{\gamma_L S \Pi L_0} = \dfrac{L_m}{L_0} = \kappa_m$, де S — площа поверхні шару, Π — пористість.

У зоні осушених пор процес масоперенесення описуємо системою нелінійних диференціальних рівнянь Стефана-Максвела відносно ключових функцій γ_a, γ_v — густин повітря та пари

$$\gamma_a \frac{K_g}{\mu_g} \frac{d}{dy}\left(\frac{\gamma_a}{M_a} + \frac{\gamma_v}{M_v}\right) RT + D\frac{d\gamma_a}{dy} = 0,$$

$$\frac{d}{dy}\left[\gamma_v \frac{K_g}{\mu_g} \frac{d}{dy}\left(\frac{\gamma_a}{M_a} + \frac{\gamma_v}{M_v}\right) RT + D\frac{d\gamma_v}{dy}\right] = 0. \qquad (1)$$

Тут K_g — коефіцієнт проникливості, який залежить від радіуса та форми пор; μ_g — коефіцієнт динамічної в'язкості газу; D — коефіцієнт бінарної дифузії пароповітряної суміші; R — газова стала; T — абсолютна температура; M_a, M_v — молекулярні ваги повітря та пари. Рівняння теплопровідності в осушеній області $L_m \le y \le L_0$ в усталеному режимі має вигляд

$$\frac{d^2T}{dy^2} = 0\,. \tag{2}$$

Примежовий шар. У зовнішній відносно тіла примежовій області $L_0 < y < L_0 + \delta$ процеси масоперенесення описуємо рівняннями Стефана-Максвелла за умови сталості тиску

$$\frac{d\gamma_a}{dy} - \frac{\gamma_a}{D_1}v = 0\,, \qquad \frac{d}{dy}\left(\frac{d\gamma_v}{dy} - \frac{\gamma_v}{D_1}v\right) = 0\,, \tag{3}$$

$$P_{g1} = \left(\frac{\gamma_a}{M_a} + \frac{\gamma_v}{M_v}\right)\Bigg|_{y \ge L_0} RT_0\,. \tag{4}$$

P_{g1} — атмосферний тиск зовні шару ($y \ge L_0 + \delta$), D_1 — коефіцієнт бінарної дифузії у примежовому шарі, δ — товщина примежового шару.

Граничні умови. Приймаємо, що на зовнішній поверхні $y = L_0 + \delta$ примежового шару: $\gamma_a = \gamma_{a1}$, $\gamma_v = \gamma_{v1}$, $\gamma_{a1} = M_a P_{g1} / RT - M_a \gamma_{v1} / M_v$. На поверхні $y = L_0$ справджується умова неперервності нормальної складової густини потоку пари з осушуваного тіла

$$\frac{\gamma_v}{M_v}v - \frac{D_1}{M_v}\frac{\partial \gamma_v}{\partial y} = j\left(L_0, t\right). \tag{5}$$

Окрім цього маємо такі умови

$$\begin{aligned} &T = T_0, && \text{якщо } y = L_0, \\ &T = T_m, \quad \gamma_v = \gamma_n, && \text{якщо } y = L_m, \end{aligned} \tag{6}$$

де γ_n — густина насиченої пари.

Розв'язок задачі теплопровідності (2) при умовах (6) має вигляд

$$T = \frac{T_0\left(\kappa - \kappa_m\right) + T_m\left(1 - \kappa\right)}{1 - \kappa_m}\,. \tag{7}$$

У результаті розв'язування прямої задачі спряження знаходимо розподіл густини пари γ_v та густини повітря γ_a у порах осушеної зони

$$\gamma_v\left(\kappa, \kappa_m\right) = \gamma_n \left\{ -\frac{1+a}{b} + \sqrt{\left(\frac{1+a}{b}\right)^2 + 1 + 2\frac{\left(1+a\right)}{b}\left[\Gamma_0 \tilde{\lambda}\left(\kappa - \kappa_m\right) + 1\right]} \right\}, \tag{8}$$

$$\gamma_a\left(\kappa,\kappa_m\right)=\gamma_{a1}\left\{\frac{1}{1+a}\left[a\left(1+b\tilde{\lambda}\right)+C_0-b\frac{\gamma_0\left(\kappa,\kappa_m\right)}{\gamma_n}\right]\right\}, \tag{9}$$

де $\kappa = y/L_0$ — безрозмірна координата, а

$$a=\frac{DM_a\mu_g}{K_g\gamma_{a1}RT_0}, \quad b=\frac{\gamma_n M_a}{\gamma_{a1}M_v}, \quad C_0=\frac{P_{g1}}{P_{a1}}, \quad \Gamma_0=C_0\frac{L_0}{\delta}\frac{D_1}{D},$$

$$\tilde{\lambda}=\frac{\left[2\left(P_{v1}-P_n\right)\left(P_{a1}K_g+D\mu_g\right)+K_g\left(P_{v1}^2-P_n^2\right)\right]D\delta}{2P_n\left[D\delta\left(P_{g1}K_g+D\mu_g\right)+K_gP_{g1}L_0D_1\right]}.$$

На рухомій межі $\kappa = \kappa_m$ фазового переходу: $P = P_m$, де $P_m=\left(\gamma_n M_v^{-1}+\gamma_a M_a^{-1}\right)\times$ $\times RT_m$, а на поверхні $\kappa = 1$: $P = P_0$, де $P_0=\left(\gamma_v M_v^{-1}+\gamma_a M_a^{-1}\right)RT_0$. Зі співвідношень (8), (9) отримано вирази для тиску пари у довільній точці осушеної зони

$$P\left(\kappa,\kappa_m\right)=\left\{\frac{\gamma_{a1}}{M_a\left(1+a\right)}\left[a\left(1+b\tilde{\lambda}\right)+C_0-b\frac{\gamma_v\left(\kappa,\kappa_m\right)}{\gamma_n}\right]+\frac{\gamma_v\left(\kappa,\kappa_m\right)}{M_v}\right\}RT.$$

Зокрема, на поверхні $y = L_0$ ($\kappa = 1$): $P(1, \kappa_m) = P_0$, а на межі фазового переходу при довільній відносній насиченості

$$P\left(\kappa_m,\kappa_m\right)=\left\{\frac{\gamma_{a1}}{M_a\left(1+a\right)}\left[a\left(1+b\tilde{\lambda}\right)+C_0-b\right]+\frac{\gamma_n}{M_v}\right\}RT_m=P_m. \tag{10}$$

2. Визначення часу повного осушення

Запишемо рівняння балансу тепла та маси на фронті випаровування. У зв'язку з малістю коефіцієнтів теплопровідності та теплоємності, а також швидкості пари, перенесенням тепла парою будемо нехтувати. Рівняння балансу тепла та маси на рухомому фронті мають вигляд [6]

$$-\lambda\frac{\partial T_m}{\partial y}=\gamma_L\Pi\kappa_m r_k\frac{\partial y}{\partial t}, \quad \gamma_n\frac{K_g}{\mu_g}\frac{\partial P_m}{\partial y}=\gamma_L\Pi\kappa_m\frac{\partial y}{\partial t}. \tag{11}$$

Тут γ_L — густина рідини, λ — коефіцієнт теплопровідності пористого шару, r_k — питома теплота пароутворення. Тиск пари P_m на фронті випаровування пов'язаний із температурою T_m рівнянням Клапейрона-Клаузіуса

$$r_k=T_m\left(\frac{1}{\gamma_n}-\frac{1}{\gamma_L}\right)\frac{dP_m}{dT_m}. \tag{12}$$

Якщо співвідношення (11) записати в безрозмірних координатах і виключити з них $\partial\kappa/\partial t$, то після інтегрування отримаємо зв'язок між температурами та тисками на границях осушеної зони

$$T_0 - T_m = \left(P_m - P_0\right)\gamma_n K_g r_k \Big/ \left(\lambda\mu_g\right). \tag{13}$$

З першого рівняння системи (11) із використанням розв'язку задачі теплопровідності (7) отримаємо

$$\gamma_L r_k \Pi \kappa_m \frac{d\kappa_m}{dt} = -\frac{\lambda}{L_0^2}\frac{T_0 - T_m}{\left(1-\kappa_m\right)} .$$

Розв'язок цього рівняння при початковій умові $\kappa_m = 1$ визначає закон руху фронту випаровування та зміни відносної насиченості вологи в часі

$$\frac{\kappa_m^2}{2} - \frac{\kappa_m^3}{3} - \frac{1}{6} = -\frac{\lambda}{L_0^2}\frac{\left(T_0 - T_m\right)}{\Pi\gamma_L r_k} t . \tag{14}$$

Звідси, при $\kappa_m = 0$ отримаємо формулу для визначення часу, необхідного для повного осушення пор

$$t_\Pi = \frac{L_0^2 \Pi \gamma_L r_k}{6\lambda\left(T_0 - T_m\right)} . \tag{15}$$

3. Оптимізація часу осушення по параметрах зовнішньої дії

Оптимізуємо час повного сушіння за температурою та тиском на поверхнях шару [4, 6]. Вважаємо, що T_0 є функцією від P_0, а інші параметри є фіксованими. З умови екстремуму $dt_\Pi(P_0, T_0) = 0$ або

$$\frac{\partial t_\Pi}{\partial P_0} + \frac{\partial t_\Pi}{\partial T_0}\left(\frac{\partial T_0}{\partial P_0}\right) = 0 . \tag{16}$$

Згідно виразів (13) і (15)

$$\frac{\partial t_\Pi}{\partial T_0} = \frac{K}{\left(T_0 - T_m\right)^2}\left(\frac{\partial T_m}{\partial T_0} - 1\right), \qquad \frac{\partial t_\Pi}{\partial P_0} = \frac{K}{\left(T_0 - T_m\right)^2}\frac{\partial T_m}{\partial P_0} , \tag{17}$$

де $K = L_0^2 \Pi \gamma_L r_k \Big/ \left(6\lambda\right)$.

Якщо співвідношення (17) підставити в (16), то для визначення T_m отримаємо

$$\frac{\partial T_m}{\partial P_0} - \left(1 - \frac{\partial T_m}{\partial T_0}\right)\left(\frac{\partial T_0}{\partial P_0}\right) = 0 . \tag{18}$$

Таким чином, задачу про мінімізацію часу повного осушення приведено до задачі оптимізації температури фазового переходу T_m за тиском P_0 на поверхні $\kappa = 1$ та обмеженні $T_m < T_0$, яке випливає з фізичного змісту задачі.

З виразу (13) маємо

$$\frac{\partial T_m}{\partial T_0} = \left[1 + \alpha\left(\frac{\partial \gamma_n}{\partial T_m} + \frac{\partial \gamma_n}{\partial P_m}\frac{\partial P_m}{\partial T_m}\right)\left(P_m - P_0\right) + \alpha\gamma_n \frac{\partial P_m}{\partial T_m}\right]^{-1},$$

$$\frac{\partial T_m}{\partial P_0} = \alpha\gamma_n \left[1 + \alpha\left(\frac{\partial \gamma_n}{\partial T_m} + \frac{\partial \gamma_n}{\partial P_m}\frac{\partial P_m}{\partial T_m}\right)\left(P_m - P_0\right) + \alpha\gamma_n \frac{\partial P_m}{\partial T_m}\right]^{-1}, \qquad (19)$$

де $\alpha = K_g r_k \big/ \left(\mu_g \lambda\right)$. Підставивши формули (19) у (18), отримаємо

$$\frac{\partial T_0}{\partial P_0} = \gamma_n \left[\left(\frac{\partial \gamma_n}{\partial T_m} + \frac{\partial \gamma_n}{\partial P_m}\frac{\partial P_m}{\partial T_m}\right)\left(P_m - P_0\right) + \gamma_n \frac{\partial P_m}{\partial T_m}\right]^{-1}. \qquad (20)$$

Визначимо другу похідну $\partial^2 t_\Pi \big/ \partial P_0^2$. Якщо врахувати співвідношення (17), то отримаємо

$$\frac{\partial^2 t_\Pi}{\partial P_0^2} = \frac{\alpha^2 \gamma_n K \left(\dfrac{\partial \gamma_n}{\partial T_m} + \dfrac{\partial \gamma_n}{\partial P_m}\dfrac{\partial P_m}{\partial T_m}\right)}{\left(T_0 - T_m\right)^2 \left[1 + \alpha\left(\dfrac{\partial \gamma_n}{\partial T_m} + \dfrac{\partial \gamma_n}{\partial P_m}\dfrac{\partial P_m}{\partial T_m}\right)\left(P_m - P_0\right) + \alpha\gamma_n \dfrac{\partial P_m}{\partial T_m}\right]^2} > 0,$$

$$\frac{\partial^2 T_m}{\partial P_0^2} = \frac{\partial^2 t_\Pi}{\partial P_0^2}\frac{\left(T_0 - T_m\right)^2}{K} > 0.$$

Оскільки при випаровуванні тиск на межі розділу фаз більший, ніж на поверхні $\kappa = 1$, а температура $T_m < T_0$ (при випаровуванні тепло виділяється), то функція $\partial^2 t_\Pi \big/ \partial P_0^2$ є додатновизначеною. За такої умови досягається мінімум часу повного осушення шару.

Вважаючи пару ідеальним газом і використовуючи рівняння Клапейрона-Клаузіуса, одержимо

$$\frac{\partial P_m}{\partial T_m} = \frac{r_k \gamma_L \gamma_n}{\left(\gamma_L - \gamma_n\right) T_m}, \qquad \frac{\partial \gamma_n}{\partial P_m} = \frac{M_v}{R T_m}, \qquad \frac{\partial \gamma_n}{\partial T_m} = -\frac{M_v}{R T_m^2}. \qquad (21)$$

Тоді

$$\frac{\partial T_0}{\partial P_0} = \gamma_n \left[\left(\frac{M_v}{R T_m}\frac{r_k \gamma_L \gamma_n}{\gamma_L - \gamma_n} - \frac{M_v P_m}{R T_m^2}\right)\left(\frac{\gamma_n}{M_v} R T_m - P_0\right) + \gamma_n \frac{M_v}{R T_m}\frac{r_k \gamma_L \gamma_n}{\gamma_L - \gamma_n}\right]^{-1}, \qquad (22)$$

$$\frac{\partial T_m}{\partial P_0} = \alpha\gamma_n \left[1 + \alpha\left(\frac{M_v}{R T_m}\frac{r_k \gamma_L \gamma_n}{\gamma_L - \gamma_n} - \frac{M_v P_m}{R T_m^2}\right)\left(\frac{\gamma_n}{M_v} R T_m - P_0\right) + \alpha\gamma_n \frac{M_v}{R T_m}\frac{r_k \gamma_L \gamma_n}{\gamma_L - \gamma_n}\right]^{-1},$$

$$\frac{\partial T_m}{\partial T_0}=\left[1+\alpha\left(\frac{M_v}{RT_m}\frac{r_k\gamma_L\gamma_n}{\gamma_L-\gamma_n}-\frac{M_vP_m}{RT_m^2}\right)\left(\frac{\gamma_n}{M_v}RT_m-P_0\right)+\alpha\gamma_n\frac{M_v}{RT_m}\frac{r_k\gamma_L\gamma_n}{\gamma_L-\gamma_n}\right]^{-1}. \quad (23)$$

Якщо врахувати вирази (21), то одержимо

$$P_0\left(P_m-\frac{r_k\gamma_n\gamma_L}{(\gamma_L-\gamma_n)}\right)=P_m\left(P_m-2\frac{r_k\gamma_n\gamma_L}{(\gamma_L-\gamma_n)}\right)+\frac{\partial P_0}{\partial T_0}T_mP_m. \quad (24)$$

Звідси отримаємо формулу для визначення оптимального тиску P_{0op}

$$P_{0op}=\frac{P_m\left(P_m-2K_1\right)+\dfrac{\partial P_0}{\partial T_0}P_mT_m}{P_m-K_1},\quad K_1=r_k\gamma_n\gamma_L\big/\left(\gamma_L-\gamma_n\right). \quad (25)$$

За означенням повного часу осушення відносна насиченість κ_m дорівнює нулю. Врахуємо, що

$$\frac{\partial P_0}{\partial T_0}=\left\{\frac{\gamma_{a1}}{M_a\left(1+a\right)}\left[a\left(1+b\tilde{\lambda}\right)+C_0\right]+\frac{a}{M_v\left(1+a\right)}\gamma_v\left(1,0\right)\right\}R, \quad (26)$$

а значення P_m визначаємо зі співвідношень (10).

Отже, визначено мінімальний час повного осушення. Зі співвідношення (13) отримуємо температуру фазового переходу за заданим T_0 і визначеним у результаті розв’язування задачі масоперенесення тиском P_m, а також P_{0op}

$$T_m=T_0-\alpha\gamma_n\left(P_m-P_{0op}\right),\qquad P_m-P_{0op}=P_m\left(K_1-\frac{\partial P_0}{\partial T_0}T_m\right)\Big/\left(P_m-K_1\right). \quad (27)$$

Звідси, для знаходження температури фазового переходу одержимо таке співвідношення

$$T_m=\frac{T_0\left(P_m-K_1\right)-\alpha\gamma_nP_mK_1}{P_m-K_1-\alpha\gamma_nP_m\dfrac{\partial P_0}{\partial T_0}}. \quad (28)$$

Таким чином, за формулою (25) знаходимо оптимальний тиск P_0, а за (28) — мінімізовану за тиском P_{0op} температуру T_m, які забезпечують оптимальний час осушення пористого шару.

Якщо густина насиченої пари є функцією тільки температури, то для визначення густини насиченої пари в пористому тілі застосовують емпіричну формулу Філоненка [11]

$$\gamma_n\left(T\right)=133\frac{M_v}{RT_m}\exp\left(18{,}681-\frac{4105}{T_{m*}-35}\right),\ P_{vm}\left(T\right)=133\exp\left(18{,}681-\frac{4105}{T_{m*}-35}\right),$$

$$T_{m*} = T_m / 1^\circ K\,, \quad P_m = P_{vm} + P_a\,.$$

Тоді

$$\frac{\partial T_m}{\partial T_0} = \left[1 + \alpha\left(\frac{\partial \gamma_n}{\partial T_m}\right)\left(P_m - P_0\right) + \alpha\gamma_n \frac{\partial P_m}{\partial T_m}\right]^{-1},$$

$$\frac{\partial T_m}{\partial P_0} = \alpha\gamma_n \left[1 + \alpha\left(\frac{\partial \gamma_n}{\partial T_m}\right)\left(P_m - P_0\right) + \alpha\gamma_n \frac{\partial P_m}{\partial T_m}\right]^{-1},$$

$$\frac{\partial T_0}{\partial P_0} = \gamma_n \left[\left(\frac{\partial \gamma_n}{\partial T_m}\right)\left(P_m - P_0\right) + \gamma_n \frac{\partial P_m}{\partial T_m}\right]^{-1},$$

$$\frac{\partial \gamma_n}{\partial T_m} = 133\frac{M_v}{RT_m}\exp\left(18,681 - \frac{4105}{T_{m*} - 35}\right)\left[-\frac{1}{T_{m*}^2} + \frac{4105}{(T_{m*} - 35)^2}\right],$$

$$\frac{\partial P_m}{\partial T_m} = 133\exp\left(18,681 - \frac{4105}{T_{m*} - 35}\right)\left[\frac{4105}{(T_{m*} - 35)^2}\right].$$

Розглянемо частковий випадок, коли вплив примежового шару та дифузійне перенесення вологи не враховується. Тоді, для визначення температури та тиску в осушеній області $L_{\max} \le y \le L_0$ маємо такі рівняння

$$\frac{d^2 T}{dy^2} = 0\,, \qquad \frac{d^2 P}{dy^2} = 0\,. \tag{29}$$

Якщо T_0 і P_0 на поверхнях незалежні, то співвідношення (25) і (28) набувають вигляду

$$P_{0on} = \frac{P_m\left(P_m - 2K_1\right)}{P_m - K_1}, \quad T_m = T_0 - \frac{\alpha\gamma_n P_m K_1}{P_m - K_1}\,.$$

Висновки. Таким чином, за зовнішнім атмосферним тиском і температурою можна встановити оптимальні, з точки зору мінімізації часу повного осушення пористих тіл, тиск на поверхні шару та мінімальну температуру на межі фазового переходу при симетричному осушенні.

Значення P_{0op} залежить від теплоти фазового переходу та величини $\partial P_0 / \partial T_0$, яка є функцією зміни густини пари γ_v у порах. Вираз для безрозмірної густини пари як при природному осушенні, так і при конвективному можна подати у вигляді $\eta(\kappa) = a_1 + \sqrt{a_2 + a_3\kappa}$. Коефіцієнт a_3 залежить, зокрема, від величини $\Gamma_0\tilde{\lambda}$, яка, своєю чергою, залежить від товщин і коефіцієнтів дифузії пористого тіла та примежового шару, а також відносної вологості атмосферного повітря. Ці параметри можна змінювати, оскільки існує зв'язок між величинами $a_3 = 2a_1\Gamma_0\tilde{\lambda}$, де $a_1 = -(1 + a)/b$, та величиною $a_3 = 2a_1\beta'\left(\eta_1 - \eta_0\right)$ при конвективному осушенні (тут η_1, η_0 — безрозмірна густина пари на стінці та в навколишньому середовищі, а $\beta' = L_0\beta / D$). У припущенні, що густина пари та координати фазового переходу співпадають, залежність між коефіцієнтом масообміну β, густиною пари на стінці й у навколишньому середовищі та параметрами пористого шару (його товщиною та коефіцієнтом дифузії) має вигляд $\beta = D\Gamma_0\tilde{\lambda}\big/L_0\left(\eta_1 - \eta_0\right)$. Внаслідок зміни швидкості обдування можна впливати на величину коефіцієнта масообміну.

Література

[1] *Лыков А. В.* Теория сушки. — М: Энергия, 1968. — 471 с.
[2] *Luikov A. V.* Systems of Differential Equations of Heat and Mass Transfer in Capillary Porous Bodies (Review) // Int. J. Heat and Mass Transfer. — 1975. — Vol. 18, № 1. — P. 1-14.
[3] *Бурак Я., Кондрат В., Гайвась Б.* До математичного моделювання процесу сушки пористих тіл // Інформатично-математичне моделювання складних систем. — Львів: Ахіл, 2002. — С. 153-159.
[4] *Бурак Я., Гайвась Б., Кондрат В.* Вплив дисперсії розмірів пор на початковий етап процесу осушення пористих тіл //Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. — 2005. — Вип. 2. — С. 7-17.
[5] *Гайвась Б.* Вплив дисперсії розмірів пор на напружено-деформований стан пористого шару при несиметричному осушенні //Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. — 2007. — Вип. 5. — С. 19-28.
[6] *Бабенко В. Е., Буевич Ю. А., Шепчук Н. М.* Квазистационарный режим сушки сферической частицы // ТОХТ. — 1975. — Т. IX, № 2. — С. 274-277.
[7] *Ногин В. Д., Протодьяконов И. О., Евлампиев И. И.* Основы теории оптимизации. — М.: Высш. шк., 1986. — 384 с.
[8] *Наумов Г. Б., Рыженко Б. Н., Ходаковский И. Л.* Справочник термодинамических величин. — М.: Атомиздат, 1971. — 239 с.
[9] *Рид Р.* Свойства газов и жидкостей. — Л.: Химия, 1982. — 591 с.
[10] Таблицы физических величин. Справочник под ред. *Кикоина И. К.* — М.: Атомиздат, 1963. — 1008 с.
[11] *Бобров И. Н., Курячий А. П.* Расчет предельного начального влагосодержания капилярно-пористых материалов в системе испарительной тепловой защиты // Теплофизика высоких температур. — 1992. — Т. 30, № 2. — С. 351-354.

Optimization of drainage process of a porous layer

Bogdana Gayvas

In the paper a mathematical model for describing optimization of drainage process of a porous layer is proposed. On the basis of a direct drainage problem solution for initially moisture saturated porous layer under given environment parameters, a problem for time-minimization of complete drainage per the temperature value of T_0 and the pressure value of P_0 arising on the layer surface is formulated. The problem is reduced to a problem of temperature minimization on a moving front of phase transformation at certain restriction. The optimal pressure on the layer surface is found as well as the minimal temperature on the phase transformation boundary that

minimizes time of complete drainage at known parameters of densities of both vapour and air, or relative humidity and temperature of the atmospheric medium and also geometric parameters of the body and the near surface area.

Оптимизация процесса сушки пористого слоя

Богдана Гайвась

В работе предложена математическая модель для описания процесса оптимизации сушки пористого слоя. На основании решения прямой задачи сушки начально-насыщенного влагой пористого слоя при заданных параметрах окружающей среды сформулирована задача минимизации времени полной сушки по температуре T_0 и давлении P_0 на поверхности слоя. Задача сведена к минимизации температуры на подвижном фронте фазового перехода при определенном ограничении. Найдены оптимальное давление на поверхности слоя и минимальная температура на границе фазового перехода, которые минимизируют время полной сушки при известных температуре окружающей среды, плотностях пары и воздуха (или относительной влажности), геометрических параметрах тела и пограничного слоя.

Отримано 01.11.07