

УДК 524.5

Начальная стадия развития сверхзвуковой турбулентности при образовании гигантских молекулярных облаков

Я. Ю. Огульчанский

Рассматривается эволюция сверхзвуковой турбулентности при образовании гигантских молекулярных облаков. Показано, что для описания начальной стадии эволюции можно использовать трехмерную аналогию уравнения Бюргерса. С помощью его решения найдено выражение для эволюции начального колмогоровского спектра турбулентности. При этом характерное время эволюции зависит от волнового числа k . Получены временная зависимость спектральной плотности вихревой составляющей скорости и характерное время перераспределения энергии между вихревой и потенциальной составляющими. Характерное время диссипации турбулентности — $2 \cdot 10^7$ лет.

INITIAL STAGE OF THE DEVELOPMENT OF SUPERSONIC TURBULENCE DURING GIANT MOLECULAR CLOUDS FORMATION, by Ogul'chanskij Ya. Yu.— The evolution of supersonic turbulence in giant molecular clouds is considered. It is shown that the initial stage of the evolution can be described by the three-dimensional analogy of Burgers' equation. Using its solution an expression for the evolution of the initial Kolmogorov spectrum is obtained. The characteristic evolution time depends on the wave number k . The time dependence of spectral density of solenoidal velocity component is found and the characteristic time of energy redistribution between solenoidal and potential components is determined. The characteristic time of turbulence dissipation is $2 \cdot 10^7$ years.

При наблюдениях молекулярных облаков (МО) обнаруживается уширение спектральных линий различных молекул, соответствующее крупномасштабным движениям газа. При этом существует корреляция между размерами МО (или исследуемых в них областей) и шириной спектральной линии. В молекулярных облаках эта корреляция отмечается в диапазоне размеров от 0.1 до 100 пк. Закон изменения характерной скорости v с увеличением масштаба l , впервые представленный в [13], имеет такой вид: $v = 1.1l^{0.38}$ (v — в км/с, l — в пк). В дальнейшем выяснилось, что показатель степени заключен в пределах от 1/3 до 1/2 (см., например, [15, 18]).

Общепринято, что газ в облаках находится в турбулентном движении. Принципиальное отличие турбулентных движений в МО от турбулентности в несжимаемой жидкости — наличие значительной потенциальной составляющей скорости (так как число Маха $M \geq 10$), существенная роль самогравитации и большие флюктуации плотности ($\Delta\rho/\rho \geq 1$). При этом клочковатая структура наблюдается на всех масштабах — от близких к пределу разрешимости (примерно 0.1 пк) до самых крупных, соответствующих условному подразделению комплексов на отдельные большие и малые облака [20].

В настоящее время природу клочковатой структуры МО чаще всего связывают с тем, что масса комплексов, облаков и отдельных фрагментов близка к вириальной, и поэтому их существование в значительной степени обусловлено гравитацией. Однако в ряде случаев существенная часть фрагментов в облаках и сами облака имеют массы значительно меньше тех, которые следуют из предположения о гравитационном равновесии облаков ([16, 17], см. также обзор [23]).

Необходимо отметить, что существование гравитационно не связанных, а следовательно, нестационарных структур является простым следствием наличия сверхзвуковой турбулентности.

В настоящее время помимо подхода, базирующегося на теории размерности и известных свойствах турбулентности несжимаемой жидкости [11, 24], сверхзвуковая турбулентность в космических условиях исследуется с помощью моделирований столкновений газовых облаков — численными методами [10, 14] и решением модельных кинетических уравнений [12, 21]. В [14] сделаны важные выводы о том, что форма облаков в результате столкновений быстро теряется, вследствие чего невозможно существование стационарного спектра облаков по массам, размерам и другим параметрам.

Результаты численных моделирований показывают необходимость гидродинамического подхода. В некоторых работах (например, [19, 22]) учитывается сжимаемость вещества, но нелинейные возмущения скорости или плотности предполагаются малыми. Мы рассматриваем начальную стадию сверхзвуковой турбулентности в МО, когда влиянием давления можно пренебречь. При этом возмущения не предполагаются малыми. В данной работе рассмотрена эволюция турбулентности и определены спектральные функции скорости.

Наше исследование основано на модели [5], содержащей механизм выделения гигантских молекулярных облаков из сверхоблаков. В [5] показано, что если в центральных слоях самогравитирующего сверхоблака плотность превысит некоторую заданную величину, то они неизбежно охладятся и образуется плотное холодное ядро. Характерное время охлаждения $\tau_c = 2 \cdot 10^5 / n$ лет (n — в см^{-3}) значительно меньше динамического $t_d = 10^6 l^{0.5 \div 0.67}$ лет (l — в пк), определяющего время затухания турбулентности. Это показывает, что дозвуковые турбулентные движения в сверхоблаке становятся сверхзвуковыми в выделяющемся плотном холодном ядре.

Естественно предположить, что в начальный момент $t=0$ корреляционная функция на интересующих нас масштабах описывается колмогоровским спектром

$$B(l) = \langle v_i(x+l)v_i(x) \rangle = \langle v_0^2 \rangle - C\bar{\epsilon}^{-2/3} l^{2/3}, \quad (1)$$

где $\bar{\epsilon}$ — средняя скорость диссипации энергии; $\bar{\epsilon} = \frac{v}{2} \left\langle \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \right)^2 \right\rangle$;

C — множитель порядка 1. Оценки масштаба диссипации $l_v = (v^3/\bar{\epsilon})^{1/4}$ дают для типичных плотностей $n = 1 - 10^4 \text{ см}^{-3}$ и температуры $T = 10 \text{ К}$ величину $10^{-3} - 10^{-6}$ пк. Турбулентность предполагается однородной и изотропной на масштабах $l < L = 10$ пк.

Таким образом, возникает задача описания эволюции спектральных функций скорости и плотности, фактора заполнения среды и других характеристик турбулентности с начальным спектром (1).

Для описания начальной стадии эволюции сверхзвуковой турбулентности учтем, что слагаемое $-\nabla P/\rho$, содержащее давление в правой части уравнения Навье—Стокса, становится малым параметром на масштабах $l \gg l_c$ ($l_c \approx 0.05$ пк — масштаб, на котором характерные скорости турбулентных движений равны скорости звука $c \approx 0.2 \text{ км/с}$). Тогда уравнение для скорости приобретает следующий вид:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = \nu \Delta \mathbf{v} + \frac{\nu}{3} \text{div } \mathbf{v}. \quad (2)$$

Здесь ν — коэффициент кинематической вязкости. При $T=10 \text{ К}$ вращательные степени свободы молекулы H_2 заморожены, а для одноатомных газов второй коэффициент вязкости равен нулю [6].

Уравнение (2) без последнего слагаемого в правой части представляет собой трехмерный аналог уравнения Бюргерса, которое имеет аналитическое решение и поэтому может быть использовано при изучении сверхзвуковой турбулентности. Это решение, описывающее эво-

люцию холодного вещества с учетом вязкости в трехмерном пространстве, исследовалось [1] при анализе условий возникновения и развития «блинов» Зельдовича.

Как отмечено в [3], эволюцию поля скорости можно рассматривать как совокупность одномерных потоков, подчиняющихся обычному уравнению Бюргерса.

Эволюция турбулентности Бюргерса (см., например, [2]) характеризуется временем опрокидывания и диссипации: $t_n = l_0/u_0$ и $t_v =$

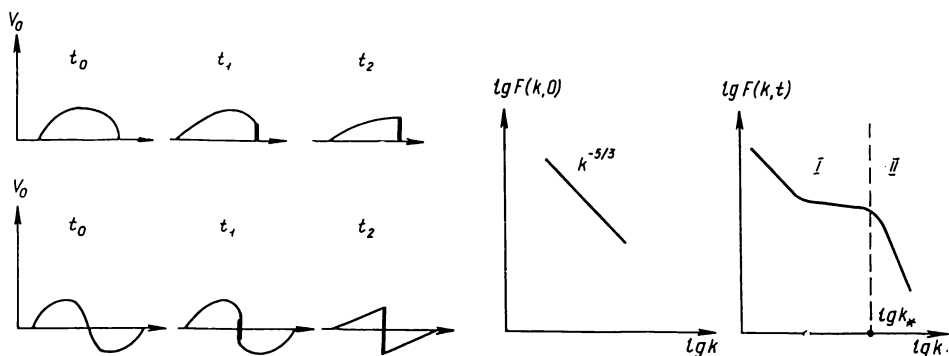


Рис. 1. Эволюция единичного импульса (вверху) и участка гармонического поля без учета давления (внизу). Выделены разрывы

Рис. 2. Эволюция начального спектра турбулентности. Для каждого момента времени t , такого что $t_1 < t < t_2$, можно выделить два участка спектра: I — момент времени t предшествует образованию ударных волн гармониками с волновым вектором k ; II — проэволюционировавший участок, где уже существенно образование ударных волн

$= l_0^2/\nu$, где l_0 и u_0 — масштаб и амплитуда начального возмущения в среде. Эволюция поля скорости проходит три стадии: I. Начальную, когда образованием разрывов можно пренебречь ($t < t_n$); II. Стадию разрывных волн ($t_n < t < t_n$; t_n определяется по той же формуле, что и t_v , однако при этом следует учитывать изменение масштаба волны при распространении). На этой стадии в среде образуются ударные фронты; III. Стадию линейного затухания ($t > t_v$). В наших условиях — не представляет интереса, так как при $T=10$ К, $l > 0.1$ пк значение $t_v \geq 10^9$ лет.

Рассматриваемая ситуация отличается от ранее изученных тем, что интересующие нас масштабы начальной турбулентности находятся в инерционном интервале; следовательно, имеется два выделенных масштаба: максимальный, который мы принимаем $L=10$ пк, и интервал диссипации.

Для качественного понимания происходящих процессов удобно рассмотреть эволюцию проекции начального турбулентного поля на выделенную ось. Представим проекцию скорости в виде

$$v_0(x) \sim \sum_{n=1}^N a_n \exp(ik_0 n x + i\delta_n). \quad (3)$$

Здесь δ_n — случайная фаза, равномерно распределенная на промежутке $[0, 2\pi]$; $k_0 = 2\pi/L$; N определяется из условия $k_0 N = 2\pi/l_0$; a_n — случайная величина, среднее значение квадрата которой $\langle a_n^2 \rangle$ зависит от волнового вектора k (из условия колмогоровского спектра следует $\langle a_n^2(k_n) \rangle = \langle a_n^2(nk_0) \rangle \sim (nk_0)^{-2/3}$).

Рассмотрим, как эволюционирует такое квазигармоническое начальное случайное поле без учета давления. На рис. 1 показана эволюция единичного импульса и участка гармонического поля. В гармоническом поле в момент времени $t_1 = 1/(kv_k)$ ударные волны только

образовались, а в момент времени t_2 начальное поле уже успело существенно диссипировать на ударных волнах.

При отсутствии давления на разрывах скапливаются лагранжевы частицы, пришедшие слева при $v > 0$ и справа при $v < 0$. Толщина переходного слоя определяется только вязкостью и разностью скоростей ($\delta = v/(\Delta u)$). Для гармонического начального поля скорости в момент времени $t_m = \pi/(2ka_k)$ встречаются горбы, соответствующие начальной максимальной амплитуде. Это соответствует тому, что на разрывах скапливается половина вещества, а плотность в них становится максимальной. При $t \gg t_m$ на разрывах концентрируется почти все вещество системы.

При наличии ненулевого давления в выражении (3) необходимо учитывать только те гармоники, у которых характерные скорости больше скорости звука: $a(k) \geq c$. Тогда $k_0 N = 2\pi/l_c$, где $l_c = 0.05 - 0.1$ пк (характерный масштаб, для которого $v(l_c) \sim c$).

Образование разрывов начинается на масштабах порядка l_c , и за характерное время $\tau_1 = l_c/c = (2-3) \cdot 10^5$ лет в среде возникают ударные волны. Вещество концентрируется в отдельных сгустках. Наступает следующая стадия процесса для промежутков времени $\tau_1 < t < \tau_2$; $\tau_2 = \pi/[2k_0 a(k_0)] \approx 10^6$ лет. Она характеризуется тем, что сжатие вещества происходит за счет эволюции гармоник все большей длины волны и все большей амплитуды. К моменту τ_2 все гармоники пройдут стадию образования ударных волн и сжатия вещества до определенной плотности, соответствующей каждой гармонике, а затем начнется расширение вещества. Однако на этой стадии процесса характерные амплитуды самых крупных гармоник намного превышают скорость звука. Поэтому эффекты расширения вещества за счет давления играют меньшую роль, чем эффекты сжатия за счет инерции движения, и самые крупные гармоники продолжают сжимать вещество до момента τ_2 .

Определим некоторые количественные характеристики такого процесса. Рассмотрим случай, когда образованием разрывов для гармоник с волновым вектором k меньше определенного k_* можно пренебречь. При этом поле \mathbf{v} , являющееся решением (2) при $v \rightarrow 0$, определяется из выражения

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0(\mathbf{r} - \mathbf{v}t), \quad (4)$$

где $\mathbf{v}_0(\xi)$ — начальное распределение скоростей.

Считаем, что на интересующих нас расстояниях справедлива гипотеза Колмогорова об автомодельности спектральных функций. В этом случае начальное турбулентное изотропное поле скоростей в среде описывается корреляционным тензором [7]:

$$B_{ih}(\mathbf{r}) = \frac{\langle v_0^2 \rangle}{3} \delta_{ih} - C \bar{\varepsilon}^{2/3} r^{2/3} \left(\frac{2}{3} \delta_{ih} - \frac{1}{3} \frac{r_i r_h}{r^2} \right), \quad (5)$$

где $C \approx 0.6$ — постоянная Колмогорова.

Наша задача состоит в том, чтобы с помощью решения (4) получить выражение для эволюции спектральных характеристик турбулентности

$$F_{ih}(\mathbf{k}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}) B_{ih}(\mathbf{r}, t) d^3k. \quad (6)$$

Эволюцию турбулентности покажем на двух примерах: изменении одномерного спектра со временем и перераспределении энергии от начального соленоидального поля скорости к потенциальной составляющей. Заметим также, что с помощью соотношения (4) можно получить выражение для эволюции спектральной функции плотности $F_\rho(k)$ [9], которая в случае колмогоровского начального спектра пропорциональна k^{-7} [8].

Выделим какое-то направление и рассмотрим, как эволюционирует одномерный спектр проекции скорости на данное направление. Определим величину

$$F_1(k, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \langle v_x(x, t) v'_x(x', t) \rangle \exp[-ik(x-x')] d(x-x'), \quad (7)$$

считая переменные y, z, y', z' фиксированными. Одномерный спектр, определяемый из выражения (7), совпадает со спектром для одномерной простой волны, и для гауссовского начального случайного поля скоростей имеет вид [9]:

$$F_1(k, t) = \frac{1}{2\pi k^2 t^2} \exp\left(-\frac{\langle v_0^2 \rangle}{3} k^2 t^2\right) \int_{-\infty}^{\infty} [\exp(B_0(x) k^2 t^2) - 1] \exp(-ikx) dx. \quad (8)$$

Здесь $B_0(x) = \langle v_{0x}(\xi) v_{0x}(\xi + x) \rangle = \frac{\langle v_0^2 \rangle}{3} - C_1 \bar{\varepsilon}^{2/3} x^{2/3}$ — начальная одномерная колмогоровская корреляционная функция турбулентности.

Пределы интегрирования в (8) определяются из соотношения $\langle v_0^2 \rangle = 3C_1 \bar{\varepsilon}^{2/3} x_{\max}^{2/3}$, но из-за экспоненциального затухания при $x \rightarrow \infty$ их можно положить равными $\pm \infty$. Выполнив замену переменных $kx = x_1$, получим выражение

$$F_1(k, t) = \frac{1}{2\pi k^3 t^2} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \exp(ix_1 - \alpha x_1^{2/3}) dx_1 - \delta(k) \exp\left(-\frac{\langle v_0^2 \rangle}{3} k^2 t^2\right) \right], \quad (9)$$

где

$$\alpha = C_1 \bar{\varepsilon}^{-2/3} k^{4/3} t^2 \approx 0.2 (\bar{\varepsilon}/10^{-3} \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-3})^{2/3} (t/10^5 \text{ лет})^2 (l/1 \text{ пк})^{-4/3}.$$

При $\alpha \ll 1$, используя разложение по степеням α , можно получить выражение для интеграла. С его помощью для $F_1(k, t)$ находим

$$F_1(k, t) = \frac{2C_1 \bar{\varepsilon} \exp\left(\frac{1}{27} C_1^3 \bar{\varepsilon}^2 k^4 t^6\right)}{9\pi \Gamma(4/3) k^{5/3}} \left[1 - \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha^3}{3} + O(\alpha^5) \right] - \frac{\delta(k)}{2\pi k^3 t^2} \exp\left(-\frac{\langle v_0^2 \rangle}{3} k^2 t^2\right). \quad (10)$$

Эволюция спектра скорости происходит следующим путем (рис. 2). В случае гармоник, еще не образовавших разрывов, за счет увеличения крутизны профиля волн с течением времени происходит перекачка энергии в сторону волн с большим k . Этот процесс изменяется на стадии возникновения ударных волн при $t > \tau_1$. В случае $k < k_*$, где k_* определяется из выражения $k_* v_0(k_*) t = \pi/2$, ударные волны еще не образовались, и соотношение (10) остается справедливым. В случае $k > k_*$ за счет образования ударных волн спектр станет круче, чем колмогоровский [4], в частности без учета давления универсальный спектр имеет вид k^{-2} [3]. Предполагая, что начальная зависимость имеет вид $v_0(l) = l^{1/3}$ км/с (l — в пк), для характерного масштаба l_* , соответствующего волновому вектору k_* , имеем $l_* = 0.25 (t/10^5)^{3/2}$ пк (t — в годах).

Интересно определить изменение соленоидальной и потенциальной составляющих поля скорости со временем. Как известно, общий вид спектрального тензора изотропной турбулентности следующий:

$$F_{ik}(\mathbf{k}) = (F_{LL} - F_{NN}) \frac{k_i k_k}{k^2} + F_{NN} \delta_{ik}. \quad (11)$$

Для соленоидального поля $F_{LL}(k) = 0$, а для потенциального $F_{NN}(k) = 0$. Ясно, что эволюция изотропной турбулентности приведет к перекачке энер-

гии от соленоидальной к потенциальной составляющей. Найдем общее выражение для F_{NN} и F_{LL} .

Воспользуемся формулой (4) для записи решения в спектральной форме. Рассмотрим Фурье-образ

$$c(\mathbf{k}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \mathbf{v}(\mathbf{r}, t) \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}) d^3r. \quad (12)$$

Выполним замену переменных $\mathbf{r} = \boldsymbol{\xi} + \mathbf{v}_0(\boldsymbol{\xi})t$. Тогда для $c(\mathbf{k}, t)$ получим

$$c(\mathbf{k}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \mathbf{v}_0(\boldsymbol{\xi}) \exp[-i\mathbf{k}(\boldsymbol{\xi} + \mathbf{v}_0(\boldsymbol{\xi})t)] d^3\xi \det \left\| \delta_{il} + t \frac{\partial v_{0l}}{\partial \xi_i} \right\|. \quad (13)$$

Для преобразования выражения (13) воспользуемся соотношениями

$$\frac{\partial f}{\partial \xi_m} = -ik_l \left(\delta_{lm} + t \frac{\partial v_l}{\partial \xi_m} \right) \quad (14)$$

для $m = 1, 2, 3$, где $f = \exp[-ik_l(\xi_l + v_l t)]$ (здесь и далее v_{0l} обозначается v_l).

Рассмотрим соотношения (14) как систему из трех уравнений относительно неизвестных k_1, k_2, k_3 . Тогда для определителя в (13) имеем

$$\det \left\| \delta_{il} + t \frac{\partial v_i}{\partial \xi_l} \right\| \equiv D = \frac{D_1}{k_1} = \frac{D_2}{k_2} = \frac{D_3}{k_3}, \quad (15)$$

где

$$D_1 = i \cdot \det \left\| \begin{array}{ccc} \frac{1}{f} \frac{\partial f}{\partial \xi_1} & t \frac{\partial v_2}{\partial \xi_1} & t \frac{\partial v_3}{\partial \xi_1} \\ \frac{1}{f} \frac{\partial f}{\partial \xi_2} & 1 + t \frac{\partial v_2}{\partial \xi_2} & t \frac{\partial v_3}{\partial \xi_2} \\ \frac{1}{f} \frac{\partial f}{\partial \xi_3} & t \frac{\partial v_2}{\partial \xi_3} & 1 + t \frac{\partial v_3}{\partial \xi_3} \end{array} \right\| \quad (16)$$

и аналогичные выражения для D_2 и D_3 . Подставляя (15) в (13) и используя формулу Грина, получаем, например, для c_1 :

$$\begin{aligned} c_1(\mathbf{k}, t) &= -\frac{i}{k_1(2\pi)^3 t} \int f d^3\xi \left(D - \det \left\| \begin{array}{cc} 1 + t \frac{\partial v_2}{\partial \xi_2} & t \frac{\partial v_3}{\partial \xi_2} \\ t \frac{\partial v_2}{\partial \xi_3} & 1 + t \frac{\partial v_3}{\partial \xi_3} \end{array} \right\| \right) = \\ &= -\frac{i}{k_1 t (2\pi)^3} \int d^3\xi \exp(-i\mathbf{k}\boldsymbol{\xi}) [1 - \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{v}_0(\boldsymbol{\xi})t)] A_{11}(\boldsymbol{\xi}, t). \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь $A_{11}(\boldsymbol{\xi}, t)$ — алгебраическое дополнение элемента D_{11} в матрице $D_{ih} \equiv \delta_{ih} + t \frac{\partial v_i}{\partial \xi_h}$.

В общем виде для $c(\mathbf{k}, t)$ можно получить следующее выражение:

$$c_i = -\frac{i}{k_m t (2\pi)^3} \int d^3\xi \exp(-i\mathbf{k}\boldsymbol{\xi}) \left[\delta_{mi} - \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{v}_0(\boldsymbol{\xi})t) M_{mi}(\boldsymbol{\xi}, t) \right] \quad (18)$$

(по m — не суммируется). Здесь $M_{mi} = (-1)^{m+l} A_{mi}$ — главный минор элемента D_{mi} .

Используя полученное выражение для $c(\mathbf{k}, t)$ и соотношение $F_{il}(\mathbf{k}, t) \times \times \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') = \langle c_i(\mathbf{k}, t) c_l^*(\mathbf{k}', t) \rangle$, запишем выражение для спектрального тензора

$$F_{il} = \frac{1}{(2\pi)^3 k_m k_n} \int d^3\xi \exp(-i\mathbf{k}\boldsymbol{\xi}) G_{ilmn}(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{k}, t) \quad (19)$$

(по m, n — не суммируется), где G_{ilmn} обозначает среднее

$$G_{ilmn}(\xi, \mathbf{k}, t) = \langle \{ \delta_{im} - \exp[-ikv_0(\eta)t] M_{im}(\eta, t) \} \times \quad (20)$$

$$\times \{ \delta_{ln} - \exp[ikv'_0(\eta + \xi)t] M'_{ln}(\eta + \xi, t) \} \rangle.$$

В общем случае для вычисления G_{ilmn} необходимо знание совместной двухточечной характеристической функции скорости и ее пространственных производных для начального поля. Для упрощения полагаем $kv_0 t \ll 1$ и разложим в ряд экспоненту в (18) до слагаемых порядка t^2 . С помощью соотношений $F_{LL}(k) = F_{11}(\mathbf{k})|_{\mathbf{k}=(k,0,0)}$, $F_{LL}(k) \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') = \langle c_L(\mathbf{k}) c_L^*(\mathbf{k}') \rangle$ и аналогично для $F_{NN}(k)$ имеем с точностью до слагаемых порядка t^2 :

$$c_N = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \exp(-ik\xi_1) d^3\xi \left[v_2(1 - ikt v_1) - kt^2 \left(iv_1 v_2 \frac{\partial v_1}{\partial \xi_1} + \frac{k}{2} v_1^2 v_2 \right) \right]; \quad (21)$$

$$c_L = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \exp(-ik\xi_1) d^3\xi \left[\frac{it}{k} \left(\frac{\partial v_2}{\partial \xi_2} \frac{\partial v_3}{\partial \xi_3} - \frac{\partial v_2}{\partial \xi_3} \frac{\partial v_3}{\partial \xi_2} \right) + \right. \quad (22)$$

$$\left. + \frac{i}{2} kv_1^2 t^2 \frac{\partial v_1}{\partial \xi_1} + v_1^2 t \left(\frac{\partial v_2}{\partial \xi_2} \frac{\partial v_3}{\partial \xi_3} - \frac{\partial v_2}{\partial \xi_3} \frac{\partial v_3}{\partial \xi_2} \right) \right].$$

При получении (21) и (22) использованы формула Грина и условие $\text{div } \mathbf{v} = 0$. Первое слагаемое в квадратных скобках в (22) представляет собой преобразование от $\exp(-ik\xi_1)$ с заменой переменных $\xi_1 \rightarrow \xi_1$; $\xi_2 \rightarrow \xi_2 + v_2 t$; $\xi_3 \rightarrow \xi_3 + v_3 t$ и поэтому получим дельта-функцию, которая при анализе несингулярной составляющей спектра не учитывается. Из выражения (21) с точностью до t^2 следует

$$\Delta F_{NN} = F_{NN}(\mathbf{k}, t) - F_{NN}(\mathbf{k}, 0) = \text{Re} \left\{ - \frac{ikt}{(2\pi)^3} \int \exp(-ik\xi_1) \langle v_1 v_2 v_2' \rangle - \right. \quad (23)$$

$$- \langle v_2 v_1' v_2' \rangle d^3\xi + \frac{it^2}{(2\pi)^3} \int \exp(-ik\xi_1) \left(\langle v_2 \frac{\partial v_2}{\partial \xi_1} \frac{\partial v_3}{\partial \xi_3} v_2' \rangle - \right.$$

$$- \langle v_1' \frac{\partial v_2}{\partial \xi_1} \frac{\partial v_3}{\partial \xi_3} v_2 \rangle \left. \right) d^3\xi + \frac{k^2 t^2}{(2\pi)^3} \int \exp(-ik\xi_1) d^3\xi \left(\langle v_1 v_2 v_1' v_2' \rangle - \right.$$

$$- \frac{1}{2} \langle v_1^2 v_2 v_2' \rangle - \frac{1}{2} \langle v_1' v_2 v_2' \rangle \left. \right) - \frac{ikt^2}{(2\pi)^3} \int d^3\xi \exp(-ik\xi_1) \left(\langle v_1 v_2 \frac{\partial v_1}{\partial \xi_1} v_2' \rangle + \right.$$

$$\left. + \langle v_1' v_2' \frac{\partial v_1}{\partial \xi_1} v_2 \rangle \right\}.$$

Второе слагаемое в правой части (23) содержит произведение нечетной функции $\sin k\xi_1$ и четной функции и поэтому обращается в нуль. Используя общее выражение для трехточечного момента изотропного поля скорости, при $\Delta\xi_1 \rightarrow 0$ для четвертого слагаемого получаем соотношение

$$\langle v_1 v_2 \frac{\partial v_1}{\partial \xi_1} v_2' \rangle + \langle v_1' v_2' \frac{\partial v_1}{\partial \xi_1} v_2 \rangle = 2(B_{LLLL} - 3B_{LLN,N} - 3B_{LNN,L} + B_{NNN,N}) \times \quad (24)$$

$$\times \xi_1 \xi_2^2 / \xi^4 + \frac{2}{3} (3B_{LLN,N} - B_{NNN,N}) \frac{\xi_1}{\xi^2}.$$

При вычислении корреляционных функций четвертого порядка пренебрегаем их отличием от гауссовских. Для упрощения вычисления интегралов в (23) можно ξ_1 заменить на $i \frac{\partial}{\partial k}$. При интегрировании предполагается, что основной вклад вносит инерционный спектр, а

корреляционные функции B_{LL} и B_{NN} — гладкие при $\xi \rightarrow 0$ и достаточно быстро стремятся к нулю при $\xi \rightarrow \infty$. Выполнив интегрирование в (23), получим

$$\Delta F_{NN} = kt F_{LN,N}(k) - \langle v_0^2 \rangle t^2 k^{-5/3} \bar{\varepsilon}^{2/3} \left(\frac{1}{4} + \frac{20}{81} \right) AC - \frac{28}{81} t^2 k^{-7/3} \bar{\varepsilon}^{4/3} BC.$$

Здесь (25)

$$A = \int_0^{\infty} \frac{\sin tdt}{t^{1/3}} \approx 1.2; \quad B = \int_0^{\infty} \frac{\cos tdt}{t^{2/3}} \approx 2.3;$$

C — постоянная Колмогорова. Из анализа выражения (25) следует, что при малых t и k значение F_{NN} увеличивается. Это можно объяснить уменьшением кривизны мелких вихрей. При этом происходит подкачка энергии в область энергосодержащих вихрей, для которых $F_{LN,N} > 0$. В инерционном интервале $F_{LN,N} \approx 0$, и более существенной становится перекачка энергии вихревых движений в энергию потенциальных. Из выражения (25) можно оценить время, за которое существенная часть соленоидальной составляющей с волновым числом переходит в потенциальную: $t' \sim 4/(k \langle v_0 \rangle)$.

Для энергосодержащих вихрей это время несколько больше времени эффективного образования ударных волн $t_*(k_*) = \pi/[2k_* v_0(k_*)]$, т. е. к моменту t_* на самых крупных масштабах система сохраняет память о начальной структуре. Однако для инерционных масштабов $t' < t_*(k)$, что свидетельствует о существенном перераспределении энергии между потенциальной и вихревой составляющими и потере памяти о начальном распределении скоростей.

Как отмечалось, давление при $t > \tau_2$ становится существенным, и уравнение (4) уже несправедливо. Однако можно сделать некоторые выводы о дальнейшей эволюции турбулентности. В отсутствие источника энергии величина $t_v = l^2_0/\nu$ есть характерное время диссипации. Однако оно не определяет время существенного затухания движения. Если рассматривать большие масштабы, когда вихревой составляющей поля скорости можно пренебречь, диссипация энергии происходит на разрывах. Для турбулентности Бюргерса, согласно [2], при $t \gg \tau_2$ энергия может зависеть от единственной размерной величины — статистического инварианта

$$D = 2\pi F_1(0, t) = 2\pi F_1(0, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} B_0(x) dx, \quad (26)$$

являющегося аналогом инварианта Лойцянского для несжимаемой жидкости. Из соображений размерности следует $E(t) \sim (D/t)^{2/3}$. Для колмогоровского начального спектра $D \approx L \langle v^2_0 \rangle$. Инвариант (26) сохраняется также при наличии давления. За счет вихревой составляющей энергия передается по спектру, и на масштабах $l \lesssim l_c$ скорость диссипации энергии такая же, как и для несжимаемой жидкости: $\bar{\varepsilon} = v^3(l_c)/l_c$. На стадии достаточно интенсивных ударных волн преимущественно в них происходит потеря энергии, а при значительном уменьшении амплитуды движений более существенной становится диссипация за счет передачи энергии по спектру. Поэтому оценку t_v получим, приравняв слагаемые в выражении для $\bar{\varepsilon} \sim [2/(3t)] (D/t)^{2/3} + (c^3/l_c)$;

$$t_v \sim (l_c/c^3)^{3/5} (L \langle v^2_0 \rangle)^{2/5} \sim 2 \cdot 10^7 \text{ лет.} \quad (27)$$

Выводы. Нами проведено аналитическое исследование ранней стадии эволюции сверхзвуковой турбулентности в гигантских молекулярных облаках. Показано, что для исследования турбулентности можно пользоваться трехмерным аналогом уравнения Бюргерса. С помощью этого уравнения удалось получить выражение для спектральных функ-

ций скорости на стадии, когда образованием ударных волн можно пренебречь.

Основные выводы: 1. Наблюдаемую клочковатую структуру молекулярных облаков в значительной степени определяют нестационарные фрагменты; 2. В случае сверхзвуковой турбулентности гигантских молекулярных облаков существует протяженный интервал масштабов $L/l_c \sim 200$, для которых характерные скорости больше скорости звука. Поэтому при изучении эволюции начального состояния можно пользоваться трехмерным аналогом уравнения Бюргера; 3. На начальной стадии турбулентности при $t < \tau_2$ одномерный спектр скорости изменяется согласно выражению (10) — от $k^{-5/3}$ к более крутому спектру, причем характерное время эволюции спектра зависит от k так: $t_* = \pi/[2kv_0(k)] \approx 2.5 \cdot 10^5 l^{2/3}$ лет (l — в пк); 4. Спектральная плотность вихревой составляющей турбулентности изменяется согласно выражению (25). Для гармоник с волновым вектором k за характерное время $t' \sim 4/(k\langle v_0 \rangle)$ происходит перераспределение энергии между вихревой и потенциальной составляющими; 5. В отсутствие подпитки турбулентности ее полная энергия при $t \gg \tau_2$ уменьшается по закону

$$\frac{dE}{dt} = \frac{2}{3t} \left(\frac{D}{t} \right)^{2/3} + \frac{c^3}{l_c},$$

что дает время диссипации $2 \cdot 10^7$ лет.

Автор благодарен И. Г. Колеснику и сотрудникам отдела физики звезд и галактик ГАО АН УССР за полезные замечания.

1. Гурбатов С. Н., Саичев А. И., Шандарин С. Ф. Крупномасштабная структура Вселенной в рамках модельного уравнения нелинейной диффузии.— М., 1984.—28 с.— (Препринт / АН СССР. Ин-т прикл. математики; № 152).
2. Гурбатов С. Н., Саичев А. И., Якушкин И. Г. Нелинейные волны и одномерная турбулентность в средах без дисперсии // Успехи физ. наук.—1983.—141, вып. 2.— С. 221—257.
3. Кадомцев Б. В., Петвиашвили В. И. О звуковой турбулентности // Докл. АН СССР.—1973.—208, № 4—6.— С. 794—796.
4. Каплан С. А. Межзвездная газодинамика.— М.: Физматгиз, 1958.—196 с.
5. Колесник И. Г. Образование гигантских молекулярных облаков в сверхоблаках и возникновение сверхзвуковой турбулентности // Кинематика и физика небес. тел.—1987.—3, № 6.— С. 50—61.
6. Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Физическая кинетика.— М.: Наука, 1979.—528 с.
7. Мокин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика.— М.: Наука, 1967.— Т. 2.—720 с.
8. Огульчанский Я. Ю. Эволюция сверхзвуковой турбулентности в гигантских молекулярных облаках.— Киев, 1987.—25 с.— (Препринт / АН УССР. Ин-т теорет. физики; ИТФ-87-24Р).
9. Саичев А. И. О спектрах некоторых простых волн, распространяющихся в нелинейных средах // Изв. вузов. Радиофизика.—1976.—19, № 3.— С. 273—283.
10. Gildea D. L. Clump collisions in molecular clouds: gravitational instability and coalescence // Astrophys. J.—1984.—279, N 1.— P. 335—349.
11. Henricson R. N., Turner B. E. Star clouds turbulence // Ibid.—1984.—287, N 1.— P. 200—207.
12. Kwan J. The mass spectrum of the interstellar clouds // Ibid.—1979.—229, N 2.— P. 567—577.
13. Larson R. B. Turbulence and star formation in molecular clouds // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.—1981.—194, N 3.— P. 809—826.
14. Lattanzio J. C., Monaghan J. J., Pongracic H., Schwarz M. P. Interstellar clouds collisions // Ibid.—1985.—215, N 1.— P. 125—147.
15. Leung C. M., Kutner M. C., Mead K. N. On the origin and structure of isolated dark globules // Astrophys. J.—1982.—262, N 2.— P. 583—589.
16. Martin-Pintado J., Wilson T. I., Johnson K. J. et al. High-resolution maps of 6 cm formaldehyde. Clumping in molecular clouds // Ibid.—1985.—299, N 1.— P. 386—409.
17. Murphy D. C., Myers P. C. CO emission structure in the Taurus molecular clouds complex // Ibid.—1985.—298, N 2.— P. 818—826.
18. Myers P. C. Dense cores in dark clouds. III. Subsonic turbulence // Ibid.—1983.—270, N 1.— P. 105—118.
19. Olson D. W., Sachs P. K. The production of vorticity in an expanding, self-gravitating fluid // Ibid.—1973.—185, N 1.— P. 91—104.

20. *Perault M., Falgarone E., Puget J. L.* ^{13}CO observations of cool molecular clouds // *Astron. and Astrophys.*—1985.—152, N 2.—P. 371—386.
21. *Pumfrey W. A., Scalo J. M.* Simulations models for the evolution of cloud systems. I. Introduction and preliminary simulations // *Astrophys. J.*—1983.—269, N 2.—P. 531—559.
22. *Sasao T.* On the generation of density fluctuations due to turbulence in self-gravitating media // *Publs Astron. Soc. Jap.*—1973.—25, N 1.—P. 1—33.
23. *Scalo J. M.* Fragmentation and the hierarchical structure in the interstellar medium // *Protostars and planets.*—Tucson: Arizona Univ. press, 1985.—Vol. 2.—P. 201—296.
24. *Stenholm L. G.* The fluctuation spectrum of molecular clouds // *Astron. and Astrophys.*—1984.—187, N 1.—P. 133—137.

Глав. астрон. обсерватория АН УССР,
Киев

Поступила в редакцию
25.08.87

РЕФЕРАТ ДЕПОНИРОВАННОЙ РУКОПИСИ

УДК 521

ОБ ИЗМЕНЕНИЯХ УГЛОВ МЕЖДУ ОТВЕСНЫМИ ЛИНИЯМИ ОБСЕРВАТОРИЙ ПО НАБЛЮДЕНИЯМ НА АСТРОЛЯБИХ И ФОТОГРАФИЧЕСКИХ ЗЕНИТНЫХ ТРУБАХ / Заливадный Н. М., Лютина М. В., Миронов Н. Т., Славинская А. А.

(Рукопись деп. в ВИНТИ; № 2775-В88)

Изменение координат точек земной поверхности представляет собой совокупность периодических и непериодических составляющих, обусловленных движением полюса и не зависящих от него. Поэтому чтобы разделить полярные и неполярные составляющие, рассматривают изменения углов между отвесными линиями, измеряемые длинами дуг между их зенитами. Изменения углов не зависят от движения полюса, а также от неравномерности вращения Земли и системы координат, в которой из астрономических наблюдений определяются положения зенитов.

Изменения дуг могут быть обусловлены: 1) деформациями гравитационного поля под действием приливообразующих сил Луны и Солнца; 2) периодическими горизонтальными перемещениями блоков земной коры; 3) инструментальными ошибками сезонного характера; 4) систематическими ошибками опорного каталога.

Использованы наблюдения на девяти инструментах, установленных в разных точках земной поверхности. Эти данные брались из публикаций Международного бюро времени. Использовались также наблюдения на астролябиях в Полтаве и Потсдаме, расположенных на близких широтах. В изменениях дуг обнаружена годовая волна, вероятно, сезонного характера.