УДК 629.783+521.182.2

О математическом представлении параметров, зависящих от времени, в некоторых задачах глобальной геодинамики. II. Результаты

А. Н. Марченко

Рассмотрена практическая реализация построения математически однородного представления параметров, зависящих от времени, при решении задач глобальной геодинамики, связанных с обработкой спутниковых наблюдений (дифференциальной коррекцией орбит спутников). Получены (фактически без потерь точности) разложения в виде конечных рядов полиномов Чебышева первого рода на выбранных интервалах времени для учета нутации (теория 1980 г.), приливной вариации UT1 и влияния земных приливов (для всех рекомендуемых стандартами MERIT приливных волн по классификации Дарвина — Дудсона). Построена геодинамическая (зависящая от времени) модель потенциала планеты в форме более эффективной, чем в рекомендациях МАС. Апробирование полученных численных эфемерид при уточнении орбиты ИСЗ LAGEOS обеспечивает (по сравнению с моделями в виде, рекомендованном стандартами MERIT) без потерь точности общую экономию вычислительного времени примерно на 45 %, а при использовании вместо набора гармоник GEM-L2 (20×20) модели точечных масс ML-109D — около 55 %. Поставлена задача создания в форме указанных разложений базы данных для сложно учитываемых параметров, непрерывно зависящих от времени, отмечена необходимость составления подобных эфемерид, а в дальнейшем — развития «эфемеридной геодинамики».

ON THE MATHEMATICAL REPRESENTATION OF THE TIME-DEPENDENT PARAMETERS IN SOME PROBLEMS OF THE GLOBAL GEODYNAMICS. II. THE RESULTS, by Marchenko A. N.— The practical aspects of construction of the homogeneous mathematical representation for time-dependent parameters have been considered with respect to solution of the global geodynamics problems, which deal with the analysis of satellite observations (differential orbit improvement). Chebyshev's expansions are obtained for the nutation (theory of IAU 1980), tidal variations of UT1 and variations of the spherical harmonic coefficients due to 14th tidal waves, which are accounted in MERIT standards. The last leads to the construction of geodynamical (time-dependent) model of the geopotential. The use of the obtained numerical ephemerides for improvement of LAGEOS orbit leads to a decrease of computer time on about 45 % in the case when the Earth's gravitational field is represented by the GEM-L2 up to a degree and order 20, and on about 55 % when the point masses model ML-109D is used. It is constituted that the proposed Chebyshev's expansions do not produce the lost of accuracy with respect to initial theories (trigonometric expansion) both in the case of orbit improvement and in the case of computation of the phenomena considered. It is noted that the constructed expansions may serve as the basis for development of the theory and the practice of the «ephemeridal geodynamics».

Введение. В [4] обсуждены теоретические основы построения математически однородного аппарата, позволяющего с необходимой точностью описывать на заданных отрезках времени t различные явления (прецессию, нутацию, приливные вариации UT1, земные приливы и др.). Показана возможность математически строгого пересчета от рекомендуемых МАС теорий учета различных зависящих от времени параметров к их описанию с помощью рядов полиномов Чебышева первого рода и созданию соответствующих эфемерид. В настоящей работе рассмотрим практические аспекты отмеченного перехода к коэффициентам разложений при полиномах Чебышева. При этом обсудим вопросы эффективности и применения полученных «численных» эфемерид при дифференциальной коррекции орбиты ИСЗ LAGEOS.

Построение разложений для учета нутации и приливной вариации UT1. В соответствии с рекомендацией МАС 1980 г. (см. [3, 6]) разложения в тригонометрические ряды нутации в долготе $\Delta\psi$ и наклоне

$\Delta\varepsilon$ имеют следующую форму:

$$\left.\begin{matrix}(c_0 + c_1 t)\sin \\ (b_0 + b_1 t)\cos\end{matrix}\right\} (il + i'l' + jF + kD + n\Omega), \tag{1}$$

где sin относится к $\Delta\psi$, cos — к $\Delta\varepsilon$; c_0, c_1, b_0, b_1 — числовые коэффициенты тригонометрических разложений; i, i', j, k, n — целые числа; l, l', F, D, Ω — соответственно средняя аномалия Луны, средняя аномалия Солнца, средний аргумент широты Луны, средняя элонгация, средняя долгота восходящего узла орбиты Луны на эклиптике [1]. Все фундаментальные аргументы (l, l', F, D, Ω) описываются с необходимой точностью полиномами третьей степени от времени t, отсчитываемого в юлианских столетиях от стандартной эпохи J2000. В предложенном МАС разложении всего насчитывается 106 (долгопериодических и короткопериодических) членов типа (1) для $\Delta\psi$ и $\Delta\varepsilon$. Нетрудно заметить, что для перехода к разложению $\Delta\psi$ и $\Delta\varepsilon$ в ряды по полиномам Чебышева T_k целесообразно воспользоваться разложением функций (6) из [4] при $r=1$ (в общем случае) и $p=3$. Тогда с заданной степенью точности на выбранном отрезке времени $[c, d]$ после перехода к сегменту $[-1, +1]$ и замены t переменной z с помощью выражения

$$t = 0.5\,[(d - c)\,z + (c + d)] \tag{2}$$

возможна аппроксимация функций $\Delta\psi$ и $\Delta\varepsilon$ в форме

$$\left.\begin{matrix}\Delta\psi \\ \Delta\varepsilon\end{matrix}\right\} = \sum_{k=0}^{K^*} \left\{\begin{matrix}\psi_k \\ \varepsilon_k\end{matrix}\right\} T_k(z). \tag{3}$$

Здесь ψ_k и ε_k — коэффициенты разложения в ряд полиномов Чебышева $T_k(z)$ нутации по долготе и наклону, получаемые с помощью формул (9) — (11) из [4] для каждого члена вида (1), с дальнейшим суммированием для конкретного k (от 1 до 106) коэффициентов частных разложений функций типа (1) в ряд.

Практически целесообразным оказалось выполнение разложения на отрезках $d-c=4^d$ при максимальной учитываемой степени полиномов $k=K^*=11$. В этом случае интервал 4 сут удачно согласуется с подобными интервалами для представления координат Луны в эфемериде DE200/LE200 [7] и наименьшим периодом 4.7 сут из тригонометрических разложений теории нутации МАС 1980 г. Следует отметить, что выбранный интервал 4^d и порядок $K^*=11$ обеспечивают точность представления $\Delta\psi$ и $\Delta\varepsilon$ не хуже, чем примерно $1''\cdot 10^{-11}$ по отношению к исходной теории. При этом экономия вычислительного времени за счет замены разложения с членами типа (1) выражением (3) при вычислении $\Delta\psi$ и $\Delta\varepsilon$ достигает примерно 98 %.

Как отмечено в [8], приливные вариации UT1 обусловлены изменением полярного момента инерции планеты под действием приливообразующих сил. В этой же работе получены разложения вида (1), но с $c_1=0$ и $b_1=0$ для поправки ΔUT1. Всего приведено 62 члена разложения типа (1) с периодами от 5.64^d до нескольких тысяч суток. Учитывая рекомендации [6] (согласованные с тем, что в публикации BIH Circular D включается поправка ΔUT1, которая вычисляется на основании разложения [8] с периодом $P<35^d$), для получения соответствующих разложений по полиномам Чебышева мы использовали лишь 41 из 62 членов тригонометрических рядов зональных приливов. Методика разложения (как и в случае нутации) основана на соотношениях (9) — (11) из [4] при $r=0$, $p=3$. Главным интервалом выбран отрезок времени $c-d=4^d$, максимальная степень полинома $K^*=11$. Таким образом, на основании данных [6, 8] вычислялись коэффициенты разложения в ряды полиномов Чебышева для вариации ΔUT1 (аргумент при sin) и изменения продолжительности суток (аргумент при cos), обусловленные земными приливами. Отметим, что точность представления в виде ряда Чебышева ($K^*=11$) исходной модели для ΔUT1 составила примерно $1^s \cdot 10^{-15}$, а эффективность вычислений — около 80 %.

Построение разложений для учета влияния земных приливов. При высокоточных определениях орбиты ИСЗ LAGEOS в рамках международного эксперимента MERIT учет приливных эффектов, обусловленных потенциалом земного прилива $T_t(P, t)$, рекомендовалось [6] выполнять с помощью следующего соотношения:

$$T_t(P, t) = T_{st}(P, t) + \Delta T_{st}(P, t) + T_{ot}(P, t), \tag{4}$$

где P — внешняя точка (положение ИСЗ), например с полярными координатами r, ϑ, λ; t — заданный момент времени; $T_{st}(P, t)$ — потенциал статического прилива, описываемый шаровой функцией второй степени и вычисляемый на основании частотно-независимого числа Лява k_2 ($k_2=0.3$) и положений Луны и Солнца; $\Delta T_{st}(P, t)$ — поправка Вара в $T_{st}(P, t)$ за переход к модели плотности Земли 1066А Гильберта и Дзевонского; $T_{ot}(P, t)$ — приливный потенциал, обусловленный динамическим эффектом океанического прилива.

Вычисление функции $T_{st}(P, t)$ при наличии координат Луны и Солнца достаточно элементарно и на практике приводит к определению на каждый момент времени t соответствующих поправок в гармонические коэффициенты $\bar{C}_{2m}$, $\bar{S}_{2m}$ используемой модели геопотенциала (например, GEM-L2). Более сложным оказывается определение поправок в гармоники гравитационного потенциала $\bar{C}_{nm}$, $\bar{S}_{nm}$ (не зависящих от времени) при учете функций $\Delta T_{st}(P, t)$ и особенно $T_{ot}(P, t)$.

Поскольку в [6] именно для $T_{ot}(P, t)$ предполагается вычисление соответствующих поправок в гармоники $\Delta\bar{C}_{nm}(t)$, $\Delta\bar{S}_{nm}(t)$ (в дальнейшем для краткости зависимость от t будем опускать) до максимальной степени $n=6$ и $m=2$, более подробно рассмотрим построение $T_{ot}(P, t) \to T_{ot}(P, z)$ в форме (16) из [4]. В соответствии с рекомендациями МАС [6] обсуждаемые поправки $\Delta\bar{C}_{nm}$, $\Delta\bar{S}_{nm}$ на заданный момент t могут быть вычислены по следующим формулам:

$$\left.\begin{matrix}\Delta\bar{C}_{nm}\\ \Delta\bar{S}_{nm}\end{matrix}\right\} = F_{nm} \sum_{s(n,m)} \left\{\begin{matrix}[A_{snm}\cos\vartheta_s + B_{snm}\sin\vartheta_s]\\ [C_{snm}\cos\vartheta_s + D_{snm}\sin\vartheta_s],\end{matrix}\right. \tag{5}$$

где

$$\begin{gathered} A_{snm} = C^+_{snm} + C^-_{snm}, \quad B_{snm} = S^+_{snm} + S^-_{snm}, \\ C_{snm} = S^+_{snm} - S^-_{snm}, \quad D_{snm} = -(C^+_{snm} - C^-_{snm}), \end{gathered} \tag{6}$$

$$F_{nm} = \frac{4\pi f \rho_W}{g}\left[\frac{(n+m)!}{(n-m)!\,(2n+1)(2-\delta_{0m})}\right]^{1/2}\left(\frac{1+k'_n}{2n+1}\right), \tag{7}$$

где g — среднее значение ускорения свободного падения на экваторе; f — универсальная гравитационная постоянная; ρ_W — плотность морской воды; δ_{0m} — символ Кронекера; k'_n — коэффициент нагрузочной деформации; $C^{\pm}_{snm}$, $S^{\pm}_{snm}$ — коэффициенты разложения океанического прилива для его составляющей s, которые при изучении движения ИСЗ LAGEOS рекомендуется учитывать для 11 составляющих прилива s и для $2 \leqslant n \leqslant 6$, $m \leqslant 2$. Параметр ϑ_s — аргумент для приливной волны s, определяемый в виде скалярного произведения

$$\vartheta_s = \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta} = \sum_{i=1}^{6} n_i \beta_i, \tag{8}$$

в котором $\mathbf{n}$ — вектор множителей для переменных Дудсона; $\boldsymbol{\beta}$ — вектор переменных Дудсона (τ, s, h, p, N', p_1).

Следует отметить, что традиционное использование этих переменных связано с тем, что теория приливов формируется обычно в эклиптических координатах, так как в этой системе обеспечивается простая математическая запись движений данных тел. Дальнейшее построение теории обычно сводится к получению необходимых тригонометрических разложений эклиптических переменных из вектора $\boldsymbol{\beta}$. Существенно, что последние связаны линейными комбинациями с фундаментальными аргументами рядов нутации и средним звездным временем S в Гринвиче, т. е. с элементами вектора-строки (l, l', F, D, Ω, S). Причем каждый из первых пяти элементов указанного вектора выражается [6] полиномом третьей степени от t (земное динамическое время t=TDT), а среднее звездное время S также выражается многочленом третьей степени, но от всемирного времени UT1. Это вносит определенные трудности в поставленную задачу получения разложения типа (16) из [4] по полиномам Чебышева, так как здесь необходимо использовать шкалу динамического времени t=TDT *. Поэтому, вводя обозначение

$$\delta = \mathrm{UT1} - \mathrm{TDT} = \mathrm{UT1} - t, \tag{9}$$

представляем S в тождественной форме

$$S = \tilde{S}(t) + \tilde{\delta}(t, \delta), \tag{10}$$

причем

$$\tilde{S}(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3, \tag{11}$$

$$\tilde{\delta}(t, \delta) = (a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2)\,\delta + (a_2 + 3a_3 t)\,\delta^2 + a_3\delta^3, \tag{12}$$

где a_0, a_1, a_2, a_3 — исходные числовые коэффициенты, описывающие зависимость S от UT1 [3].

Отметим, что $\tilde{S}(t)$ — главная часть, дающая основной вклад при вычислении S и зависящая только от динамического времени t; $\tilde{\delta}(t, \delta)$ — поправочная часть, связанная с неравномерностью шкалы UT1. После перехода на выбранном интервале $[c, d]$ к шкале земного динамического времени t, а также после замены в (8) с учетом (10), системы переменных (τ, s, h, p, N', p_1) системой (l, l', F, D, Ω, $\tilde{s}+\tilde{\delta}$) нетрудно заметить, что аргумент ϑ_s для каждой составляющей прилива из табл. 1 можно представить в виде

$$\vartheta_s = \tilde{\vartheta}_s(t) + m\tilde{\delta}. \tag{13}$$

Здесь целое число m представляет собой, с одной стороны, порядок вычисляемой приливной гармоники, с другой — разделение приливного спектра (в нашем случае) на три главные части: длиннопериодическую (m=0), суточную (m=1) и полусуточную (m=2). С учетом (13) после простых преобразований соотношения (5) можно переписать в более

* Понятия «время», «момент времени» при решении задач астрономии всегда связываются с понятием шкалы времени [1]. В соответствии с рекомендациями МАС шкала «эфемеридное время» (которая имеет смысл шкал равномерного времени ньютоновой динамики и определяет аргумент дифференциальных уравнений всех гравитационных теорий движения тел Солнечной системы в ньютоновом приближении) заменена теперь шкалой «барицентрическое динамическое время» TDB [3]. Время TDB, например, является аргументом эфемериды DE200/LE200 [7]. Однако в нашем случае более удобно принять в качестве t «земное динамическое время» TDT, которое с точки зрения теории относительности соответствует собственному времени и может быть аргументом для построения предлагаемых эфемерид.

удобной для дальнейшего изложения форме

$$\Delta\bar{C}_{nm} = F_{nm}\Big\{\cos m\tilde{\delta} \sum_{s(n,m)} (A_{snm}\cos\tilde{\vartheta}_s + B_{snm}\sin\tilde{\vartheta}_s) + $$
$$+ \sin m\tilde{\delta} \sum_{s(n,m)} (B_{snm}\cos\tilde{\vartheta}_s - A_{snm}\sin\tilde{\vartheta}_s)\Big\}, \qquad (14)$$
$$\Delta\bar{S}_{nm} = F_{nm}\Big\{\cos m\tilde{\delta} \sum_{s(n,m)} (C_{snm}\cos\tilde{\vartheta}_s + D_{snm}\sin\tilde{\vartheta}_s) + $$
$$+ \sin m\tilde{\delta} \sum_{s(n,m)} (D_{snm}\cos\tilde{\vartheta}_s - C_{snm}\sin\tilde{\vartheta}_s)\Big\}.$$

Таблица 1. **К учету земных приливов: переход от коэффициентов при переменных Дудсона в (8) к коэффициентам при фундаментальных аргументах рядов нутации и среднем звездном времени (для рекомендуемых в [6] составляющих прилива при учете его влияния на движение ИСЗ LAGEOS)**

Составляющая	Коэффициенты при переменных Дудсона (вектор n из (8))						Коэффициенты при фундаментальных аргументах и среднем звездном времени S					
	τ	s	h	p	N'	p_1	l	l'	F	D	Ω	S
1. Ssa	0	0	2	0	0	0	0	0	2	−2	2	0
2. Mm	0	1	0	−1	0	0	1	0	0	0	0	0
3. Mf	0	2	0	0	0	0	0	0	2	0	2	0
4. Q_1	1	−2	0	1	0	0	−1	0	−2	0	−2	1
5. O_1	1	−1	0	0	0	0	0	0	−2	0	−2	1
6. P_1	1	1	−2	0	0	0	0	0	−2	2	−2	1
7. K_1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
8. N_2	2	−1	0	1	0	0	−1	0	−2	0	−2	2
9. M_2	2	0	0	0	0	0	0	0	−2	0	−2	2
10. S_2	2	2	−2	0	0	0	0	0	−2	2	−2	2
11. K_2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
12.	1	1	0	0	−1	0	0	0	0	0	1	1
13.	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	−1	1
14. ψ_1	1	1	1	0	0	−1	0	1	0	0	0	1

Отметим важное для практики обстоятельство. Вследствие малости величины δ в (9), а также из-за того, что коэффициенты разложения в ряд по полиномам Чебышева в дальнейшем будут определяться для коротких интервалов времени (несколько часов) целесообразно вместо $\tilde{\delta}(t, \delta)$ принимать в (14) ее среднее интегральное значение $\tilde{\delta}_c \approx \tilde{\delta}(t, \delta)$, легко рассчитываемое с помощью выражения (12). Принимая в дальнейшем в (14) $\tilde{\delta}_c$ вместо $\tilde{\delta}(t, \delta)$ и полагая величины $\Delta\bar{C}_{nm}$, $\Delta\bar{S}_{nm}$ заданными в форме (14), отмечаем, что задача построения разложения типа (16) из [4] сводится (после замены t переменной z) к вычислению определенных интегралов вида (8), (15), (18) из [4] от функций $\cos\tilde{\vartheta}_s(t) \to \cos\vartheta^*_s(z)$, $\sin\tilde{\vartheta}_s(t) \to \sin\vartheta^*_s(z)$. Учитывая соотношение (8), убеждаемся, что для этого опять целесообразно воспользоваться разложением функций (6) из [4] при $r=0$ ($b_0=c_0=1$) и $p=3$. Тогда с заданной степенью точности (после выполнения необходимых суммирований в (14) на «уровне» коэффициентов при полиномах Чебышева по каждой составляющей s океанического прилива) вместо (14) можно записать

$$\left.\begin{matrix}\Delta\bar{C}_{nm}\\ \Delta\bar{S}_{nm}\end{matrix}\right\} = \sum_{k=0}^{K^*}\left\{\begin{matrix}\Delta C_k^{nm}\\ \Delta S_k^{nm}\end{matrix}\right\} T_k(z), \qquad (15)$$

где K^* — максимальная степень полинома, обеспечивающая необходимую точность вычислений; ΔC_k^{nm}, ΔS_k^{nm} — коэффициенты обсуждаемого разложения.

Реализация описанного подхода позволила получить разложения типа (15) не только для 11 рекомендуемых в [6] составляющих океанического прилива, но и для всех компонентов приливного потенциала $\Delta T_{st}(P, t)$. В табл. 1 приведены данные для 14 составляющих, связанных с функциями ϑ_s, для которых решалась задача. Целесообразным оказалось выбирать интервал $[c, d]$ равным 6^h, что при максимальной учитываемой степени $K^*=14$ полинома обеспечивало точность описания исходных $\Delta\overline{C}_{nm}$, $\Delta\overline{S}_{nm}$ функций примерно $1\cdot10^{-20}$. Применение разложений (15) вместо (5) — (8) обеспечивает при условии $\tilde{\delta}(t, \delta)=\tilde{\delta}_c$ общую экономию вычислительного времени около 97 %, когда вычисляются на заданный момент времени $\Delta\overline{C}_{nm}$, $\Delta\overline{S}_{nm}$ для $2\leqslant n\leqslant 6$, $m\leqslant 2$.

Применение полученных разложений при уточнении орбиты ИСЗ LAGEOS. Учитывая получаемую бóльшую эффективность использования разложений в ряды по полиномам Чебышева вместо общепринятых рекомендаций МАС [6], мы выполнили численную проверку отмеченных разложений непосредственно при дифференциальной коррекции орбиты ИСЗ LAGEOS. На период основной наблюдательной кампании MERIT по описанной методике рассчитаны соответствующие коэффициенты при полиномах Чебышева. Однако для получения высокой эффективности практического использования этих разложений на заданный момент времени необходимо «устранить» неудобство разных длин отрезков $[c, d]$ аппроксимации для нутации, ΔUT1 и приливных гармоник. Последнее выполнено с помощью методики [2] тождественного преобразования коэффициентов разложения в ряды по полиномам Чебышева на отрезки меньшей длины. Основным выбран отрезок длиной 0.25^d, и полученные коэффициенты разложений для нутации, приливной вариации UT1, а также координаты Луны и Солнца из фундаментальной эфемериды DE200/LE200 перевычислены для отмеченных интервалов времени.

После проведения такого подготовительного этапа работы появляется возможность на заданный момент времени вычислять всего один раз полиномы Чебышева до максимального 14-го порядка и использовать их (до необходимой степени) при учете разных факторов путем применения полученных ранее эфемеридных данных.

Далее выполнялся численный эксперимент для уточнения координат ИСЗ LAGEOS на основании данных лазерных наблюдений в период основной кампании MERIT. В качестве эталонных приняты результаты, полученные по пятисуточным дугам с помощью версии 1 комплекса программ ГЕОРАН-1 [5] (геодезический орбитальный анализ), реализующей рекомендации стандартов MERIT [6]. Выполнение последовательной замены формы учета нутации, приливных вариаций UT1, влияния земных приливов (для гармоник $2\leqslant n\leqslant 6$, $m\leqslant 2$) в виде обсуждаемых в данной работе разложений по полиномам Чебышева и получаемая при этом более высокая эффективность процесса дифференциальной коррекции представлены в табл. 2. Следует отметить, что в табл. 2 не приведены уточненные координаты ИСЗ LAGEOS для сравнения версий ГЕОРАН-1 и ГЕОРАН-2, так как различия не превышают 0.1 мм. Последнее, как показали результаты численных экспериментов, объясняется использованием на пятисуточных интервалах при учете приливов в форме (15) вместо поправки $\tilde{\delta}(t, \delta)$, выражаемой соотношением (12), ее средних интегральных значений $\tilde{\delta}_c$ на интервалах в 0.25 сут. Так как методологическая погрешность учета океанического прилива на LAGEOS составляет 5 см вдоль орбиты, то можно заключить, что замена указанных тригонометрических теорий, рекомендуемых МАС, предлагаемой численной эфемеридой оказывается практически эквивалентной, но обеспечивает при этом выигрыш вычислительного времени примерно на 45 %.

Таблица 2. **Итоги численного эксперимента (при уточнении орбиты ИСЗ LAGEOS на пятисуточных дугах), иллюстрирующие эффективность использования полученных разложений в ряды по полиномам Чебышева**

Версии программ при последовательной замене рекомендаций МАС предлагаемыми рядами полиномов Чебышева	«Статическая» модель геопотенциала	Время обработки пятисуточной дуги, %	Получаемый эффект, %
1. ГЕОРАН-1 [5]	GEM-L2 (20×20)	100	—
2. Версия 1+представление нутации в виде ряда по полиномам Чебышева	GEM-L2 (20×20)	77	23
3. Версия 2+представление приливной вариации UT1 в форме ряда по полиномам Чебышева	GEM-L2 (20×20)	65	35
4. Версия 3+представление земных приливов (кроме статического прилива) в виде ряда по полиномам Чебышева—ГЕОРАН-2	GEM-L2 (20×20)	55	45
5. ГЕОРАН-2	ML-109D	45	55

Таблица 3. **Полученные расхождения координат ИСЗ LAGEOS на интервале наблюдений основной кампании MERIT (86 пятисуточных дуг) при использовании набора гармоник GEM-L2 (20×20) и набора 109 точечных масс ML-109D**

Уклонение	Вдоль орбиты, см	Поперек орбиты, см	В радиальном направлении, см	Значение вектора «сдвига» ΔR координат ИСЗ LAGEOS, см
Среднее квадратичное	8.2	5.4	2.5	10.1
Модуль максимального	25.8	13.1	8.5	27.1

При использовании вместо модели гармоник геопотенциала GEM-L2 (20×20) набора 109 точечных масс ML-109D, полученного в результате обработки топоцентрических дальностей до ИСЗ LAGEOS на период основной наблюдательной кампании MERIT, общая эффективность процесса уточнения орбиты достигает 55 %. Отметим, что в рамках ГЕОРАН-1 замена GEM-L2 на ML-109D приводила к ускорению процесса вычислений примерно на 7 %, а при работе ГЕОРАН-2 — приблизительно на 17 %. Последнее очень хорошо отражает сложность расчета действительной эффективности (в литературе, в том числе и в наших работах, можно найти самые разнообразные выводы) использования моделей точечных масс вместо соответствующих наборов гармонических коэффициентов. По-видимому, эффективность будет тем больше, чем проще используемый математический аппарат для учета негравитационных возмущений и других необходимых в практике геодинамики моделей, рекомендуемых МАС. Тем не менее отметим, что обсуждаемая здесь модель геопотенциала ML-109D — чисто спутниковое решение, полученное по данным наблюдений ИСЗ LAGEOS с 30 наземных станций, и по своим качественным характеристикам (табл. 3) мало отличается от набора гармоник GEM-L2. Поэтому при решении прямой задачи — вычисления орбиты ИСЗ LAGEOS с точностью, необходимой для определения параметров вращения Земли (ПВЗ),— мы вправе ориентироваться теперь на приведенные выше цифры получаемого эффекта.

Заключение. Численные эксперименты подтвердили практическую целесообразность использования математически однородного аппарата (в нашем случае, рядов по полиномам Чебышева) для описания с необходимой точностью набора различных функций, непрерывно зависящих от времени.

В целом решение поставленной задачи позволило не только «связать» рекомендации МАС с удобной в практике математической теорией, но и подойти к идее создания в форме обсужденных разложений базы данных для ряда сложно учитываемых параметров, непрерывно зависящих от времени. Тем самым при использовании численных методов интегрирования уравнений движения спутника программа для дифференциальной коррекции его орбиты фактически делится на следующие блоки: 1. Блок хранения зависящих от времени (геодинамических) параметров в форме коэффициентов разложений при полиномах Чебышева; 2. Блок сжатия (в соответствии с методикой [2]) этих коэффициентов на наименьший временной интервал, что обеспечивает максимальную эффективность процесса вычислений; 3. Блок построения траектории движения спутника на основании заданных таким образом моделей; 4. Блок уравнивания, обеспечивающий математическую обработку результатов наблюдений, для получения поправок в параметры движения ИСЗ.

Следует отметить, что упомянутая база геодинамических параметров должна быть организована таким образом, чтобы при изменении рекомендаций МАС или при уточнении некоторых «постоянных» моделей во все соответствующие коэффициенты разложений могли бы быть введены только дифференциальные поправки.

1. *Абалакин В. К.* Основы эфемеридной астрономии.— М.: Наука, 1979.— 448 с.
2. *Абрикосов О. А.* Об использовании эфемериды DE200/LE200 для целей спутниковой геодезии // Кинематика и физика небес. тел.— 1986.— 2, № 6.— С. 51—55.
3. *Астрономический* ежегодник СССР на 1986 год / Под ред. В. К. Абалакина.— Л.: Наука, 1984.— 691 с.
4. *Марченко А. Н.* О математическом представлении параметров, зависящих от времени, в некоторых задачах глобальной геодинамики. I. Теоретические основы // Кинематика и физика небес. тел.— 1988.— 4, № 3.— С. 55—62.
5. *Марченко А. Н., Абрикосов О. А., Цюпак И. М.* Результаты определения некоторых геодинамических параметров по данным лазерных наблюдений Международной кампании МЕРИТ // Динамика мех. систем: Тез. докл. Всесоюз. школы-семинара / Под ред. Л. Е. Быковой, И. А. Дружинина.— Томск: Изд-во Том. ун-та, 1986.— С. 76.
6. *Project* MERIT Standards.— Washington, 1983.— 85 p.— (Circular / U. S. Nav. Observ.; N 167).
7. *Standish E. M.* Orientation of the JPL ephemerids, DE200/LE200, to the dynamical equinox of J2000 // Astron. and Astrophys.— 1982.— 114, N 2.— P. 297—302.
8. *Yoder C. F., Williams J. G., Parke M. E.* Tidal variations of Earth rotation // J. Geophys. Res.— 1981.— 86, N B2.— P. 881—891.

Львов. политехн. ин-т
им. Ленин. комсомола

Поступила в редакцию
13.04.87

Окончание. Начало с. 60

7. *Kołaczek B., Kosek W.* Analysis of short periodical variations of pole coordinates determined by different techniques in the MERIT campaign // Proceedings of the international conference on Earth rotation and the terrestrial reference frame.—Columbus, Ohio: Dep. Geod. Sci. and Surv., Ohio State Univ., 1985.— Vol. 1.— P. 505—523.
8. *Kołaczek B., Nastula J.* Irregular variations of the pole motion during the MERIT campaign and in several previous years // Ibid.— P. 524—535.
9. *Observational* results on Earth rotation and reference systems / Ed. by M. Feissel.— Paris, 1986.— P. B-148.
10. *Vondrak J.* A contribution to the problem of smoothing observational data // Bull. Astron. Inst. Czech.— 1969.— 20, N 6.— P. 349—355.

Глав. астрон. обсерватория АН УССР, Киев,
Киев. ун-т им. Т. Г. Шевченко

Поступила в редакцию
02.10.87