

УДК 523.36

Развитие теории физической либрации Луны и селеноцентрические системы координат

Ш. Т. Хабибуллин

Представлена новая формулировка первого закона Кассини. Дан краткий обзор развития теории физической либрации Луны и систем селенодезических координат.

THE DEVELOPMENT OF THE PHYSICAL LIBRATION THEORY OF THE MOON AND THE SELENOCENTRIC COORDINATE SYSTEMS, by Khabibullin Sh. T.—The new formulation of the first Cassini rule is suggested. A brief review of the Moon libration theory development and selenodesic coordinate systems is given.

Характер вращательного движения Луны в первом приближении принято описывать тремя законами Кассини. Приведем их, как они сформулированы в *Астрономическом ежегоднике СССР*.

1. Луна вращается с постоянной угловой скоростью в прямом направлении вокруг оси, сохраняющей неизменное положение в теле Луны. Время полного оборота равно среднему периоду обращения центра масс Луны по орбите.

2. Плоскости эклиптики, лунного экватора и средней орбиты Луны пересекаются по одной прямой, причем плоскость эклиптики расположена между двумя другими плоскостями. Таким образом, долгота восходящего узла лунной орбиты равна долготе нисходящего узла лунного экватора на эклиптике.

3. Плоскость лунного экватора наклонена под постоянным углом к плоскости эклиптики.

Законы Кассини в кинематическом отношении описывают частный случай движения твердого тела вокруг неподвижной точки, называемый регулярной прецессией [2].

Зададим триедр осей $\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ с началом в центре масс Луны O , вращающийся вокруг оси $O\bar{Z}$ по законам Кассини. Свяжем с триедром пробное (фиктивное) тело. Положение тела (триедра осей) относительно эклиптической системы координат XYZ определим углами Эйлера ω , θ , φ (рис. 1).

Если следовать первой части формулировки первого закона (ось сохраняет неподвижное положение в теле), то ось $O\bar{Z}$ будет осью собственного вращения тела. Вторая часть первого закона остается неопределенной. В ней не указано, о каком среднем периоде обращения Луны по орбите идет речь. Только в [3] при изложении первого закона Кассини отмечается, что период обращения должен быть равен сидерическому месяцу.

Если период собственного вращения триедра $\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ принять равным сидерическому месяцу, то скорость его вращения вокруг оси $O\bar{Z}$ должна равняться i_c (i_c — средняя долгота Луны).

Поскольку линия узлов орбиты Луны движется в плоскости эклиптики против движения Луны по орбите (регрессия линии узлов) с периодом 18.6 года, то согласно второму закону будет отмечаться явление регулярной прецессии. Движение будет складываться из вращения с

постоянной угловой скоростью \dot{i}_C вокруг оси $O\bar{Z}$ и поворота этой оси с постоянной угловой скоростью $\dot{\Omega}$ вокруг неподвижного направления на полюс эклиптики (оси OZ). Результирующее вращение тела будет совершаться вокруг прецессирующей оси OZ_p с угловой скоростью ω . Движение тела (триедра $\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$) можно описать качением без скольже-

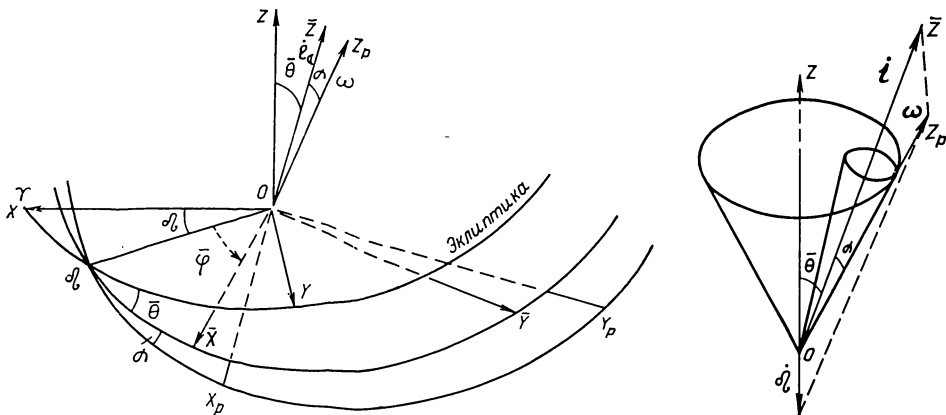


Рис. 1. Регулярная прецессия. Тело вращается с постоянной угловой скоростью \dot{i}_C вокруг оси \bar{Z} , связанной с телом, а эта ось поворачивается с постоянной угловой скоростью $\dot{\Omega}$ вокруг неподвижной оси Z ; OZ_p — мгновенная ось вращения

Рис. 2. Подвижный и неподвижный аксоиды

ния подвижного аксоида с осью $O\bar{Z}$ по неподвижному аксоиду с осью OZ (рис. 2). Прецессия будет ретроградной.

Угловая скорость вращения вокруг прецессирующей оси OZ_p будет

$$\omega = \sqrt{\dot{i}_C^2 + \dot{\Omega}^2 - 2\dot{i}_C\dot{\Omega} \cos \bar{\theta}} = (\dot{i}_C - \dot{\Omega}) + \frac{\dot{i}_C\dot{\Omega}}{(\dot{i}_C - \dot{\Omega})} (1 - \cos \bar{\theta}) + \dots \quad (1)$$

Угол раствора подвижного аксоида определится из выражения $\text{tg } \alpha = \dot{\Omega} \sin \bar{\theta} / (\dot{i}_C - \dot{\Omega} \cos \bar{\theta})$; он равен $22''$.

Прецессирующая ось OZ_p не будет жестко связана с вращающимся телом, она опишет в теле вокруг оси $O\bar{Z}$ поверхность конуса с углом раствора α и периодом 18.6 года.

Итак, согласно второму закону Кассини Луна должна вращаться вокруг прецессирующей оси. Какими будут параметры этого движения (скорость вращения и наклон оси), зависит от смысла, вкладываемого в первый закон. Если в первом законе речь идет о собственном вращении Луны (ось неподвижна в теле Луны, период равен сидерическому месяцу), то мы должны иметь дело с вращением вокруг оси OZ_p , которая наклонена к оси OZ под углом $(\bar{\theta} + \alpha)$, а мгновенная скорость вращения равна ω .

Из формулы (1) следует, что между скоростью $(\dot{i}_C - \dot{\Omega}) = \dot{F}$ движения средней Луны относительно узла Ω и скоростью ее вращения ω вокруг оси OZ_p полного совпадения нет. Расхождение в углах за год составляет $365.25 \dot{i}_C \dot{\Omega} (1 - \cos \bar{\theta}) / (\dot{i}_C - \dot{\Omega}) = 25.1''$, или 0.697° за столетие*. Таким образом, если строго придерживаться изложенной формулировки первого закона Кассини, то синхронность во вращении триедра вокруг

* Расхождение на полный круг произойдет через 51 625 лет.

оси OZ_p и обращении средней Луны относительно узла соблюдаться не будет.

В небесной механике в некоторых случаях целесообразно дифференциальные уравнения движения записывать относительно промежуточной вращающейся системы координат. В теории физической либрации Луны (ФЛЛ) в качестве такой системы выбирают триедр осей,

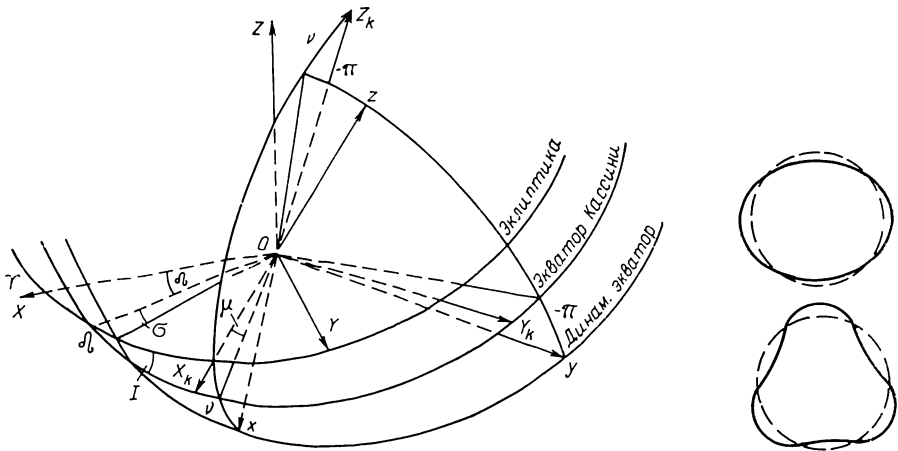


Рис. 3. Триедр Кассини ($X_k Y_k Z_k$) и динамическая система координат (x, y, z); μ, ν, π — составляющие физической либрации Луны

Рис. 4. Эквипотенциальные поверхности, описываемые гармоническими полиномами U_2 и U_3

связанный с прецессирующей осью. Если следовать первому закону Кассини, как он изложен выше, то такой системой отсчета надо брать триедр $X_p Y_p Z_p$, вращающийся со скоростью ω . Но такая система не будет вращаться синхронно с орбитальным движением относительно узла. Поэтому в теории ФЛЛ принято использовать систему $X_k Y_k Z_k$, определяемую углами Эйлера:

$$\omega, I, 180^\circ + (l_C - \Omega), \quad (2)$$

т. е. вращающуюся синхронно с движением средней Луны относительно линии узлов. Эта координатная система отличается от системы $X_p Y_p Z_p$ тем, что с самого начала задается наклон I прецессирующей оси OZ_k и период вращения вокруг нее, равный драконическому месяцу.

Поскольку формулировка первого закона не соответствует условиям (2), согласно которым вращается система $X_k Y_k Z_k$, то представляется, что будет правильным излагать первый закон Кассини следующим образом: *Луна вращается с постоянной угловой скоростью в прямом направлении вокруг оси, обратно прецессирующей относительно перпендикуляра к плоскости эклиптики. Время полного оборота вокруг этой оси равно среднему периоду обращения центра масс Луны по орбите относительно восходящего узла, т. е. драконическому месяцу.*

Триедр осей $X_k Y_k Z_k$ (рис. 3), вращающийся по законам (2), мы предлагаем называть кассиниевой системой координат [5]. Аналогично тому, как в орбитальном движении вводится понятие фиктивной «средней Луны», вращение триедра Кассини определяет понятие «средней вращающейся Луны». Ось вращения, полюс, экватор триедра Кассини принято называть средней осью вращения, средним полюсом и средним экватором Луны. Координаты лунных образований (кратеров), отнесенные к системе осей Кассини, называются средними координатами, направление оси OX_k понимается как «среднее направление на Землю»*.

Важно иметь в виду, что средняя ось вращения Луны OZ_k в теле Луны не остается неподвижной. Поэтому для определения положения объектов на Луне выбирается система координат xyz (рис. 3), совпадающая с ее главными центральными осями инерции. Если предположить, что Луна абсолютно твердая, то такая система будет жестко связана с ее телом. Систему координат, совпадающую с главными осями инерции, предложено называть динамической системой координат [5].

В литературе по селенографии до настоящего времени встречается сложное и не совсем точное определение нулевого меридиана, необходимого для отсчета долготы. Согласно этому определению нулевым считается меридиан, который проходит через точку поверхности Луны, лежащую на прямой, соединяющей центры Луны и Земли в момент, когда Луна находится одновременно на линии узлов и линии апсид орбиты. Фактически приведенное определение относится к кассиниевой системе координат, так как только ее ось OX_k проходит через узлы. Ось Ox динамической системы вообще не совпадает с линией узлов, и поэтому к этой системе отсчетов приведенное выше определение нулевого меридиана не имеет отношения. В динамической системе координат «первым радиусом» является радиус Луны, совпадающий с наибольшей осью инерции; нулевым меридианом — меридиан, проходящий через точку пересечения наибольшей оси инерции с поверхностью Луны.

Положение динамической системы координат определяется законами вращения Луны. Отсюда ясно, почему селенодизические опорные сети, оформленные в виде каталогов, зависят от степени изученности ФЛЛ. В связи с этим напомним основные этапы разработки теории ФЛЛ.

Движение Луны вокруг центра масс принято относить к равномерно вращающейся кассиниевой системе координат. Если через ψ , θ , φ обозначить углы Эйлера, определяющие положение динамической системы координат xyz (рис. 3) относительно эклиптической системы XYZ , а через Ω , I , $(180^\circ + I_C - \Omega)$ — соответствующие углы, определяющие положение триедра Кассини $X_k Y_k Z_k$, то обычно записывают $\psi = \Omega + \sigma$, $\theta = I + \rho$, $\varphi = 180^\circ + (I_C - \Omega) + (\tau - \sigma)$. Взаимное положение динамической и кассиниевой систем координат можно задать также самолетными углами μ , ν , π (рис. 3). Малые величины (σ, ρ, τ) или (μ, ν, π) получили название составляющих физической либрации Луны.

Если переменные $q_1 = \mu$, $q_2 = \nu$, $q_3 = \pi$ принять в качестве канонических переменных, то гамилтониан движения Луны вокруг центра масс запишется в виде $H = T(q_i, p_i) - U(q_i)$, где p_1, p_2, p_3 — обобщенные импульсы; $T = 0.5(A\omega_x^2 + B\omega_y^2 + C\omega_z^2)$ — кинетическая энергия вращательного движения Луны; A, B, C — моменты инерции Луны; $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ — составляющие вектора ω мгновенной скорости вращения Луны по осям динамической системы координат; $U(q_i)$ — силовая функция поля, в котором происходит движение Луны вокруг центра масс.

В выражении для силовой функции учитываются слагаемые, обусловленные взаимодействием гравитационного поля Луны с полем Земли, Солнца и планет. Рассмотрим главную часть силовой функции, вызванную притяжением Земли. Ее обычно представляют в виде разложения по сферическим функциям

$$U = U_2 + U_3 + U_4 + \dots,$$

где

$$U_2 = \mathfrak{N}(a/r)^3 [(2c_{22} - c_{20})u_1^2 - (2c_{22} + c_{20})u_2^2],$$

$$U_3 = \mathfrak{N}(R_C/a)(a/r)^4 [c_{30}(u_3 - 5u_3^3/3) + c_{31}(u_1 - 5u_1u_3^2) + \dots] \quad (3)$$

* В литературе часто встречается безотчетное применение этого понятия к указанию направлений, отличающихся от направления OX_k .

$$\begin{aligned}
 & + s_{31}(u_2 - 5u_2u_3^2) + 10c_{32}(u_2^2u_3 - u_1^2u_3) + \\
 & + 2s_{32}u_1u_2u_3 + 10c_{33}(3u_1u_2^2 - u_3^3) + 10s_{33}(u_3^3 - 3u_1^2u_2),
 \end{aligned}$$

$$\mathfrak{R} = [3GM_{\oplus}/(2a^3)](M_{\zeta}R_{\zeta}^2)$$

(R_{ζ} — радиус Луны, r — расстояние Земля — Луна, M_{\oplus} — масса Земли, a — среднее расстояние Земля — Луна, M_{ζ} — масса Луны, u_1, u_2, u_3 — селеноцентрические направляющие косинусы радиуса вектора Луна — Земля). Заметим, что эквипотенциальная поверхность, описываемая функцией U_2 , по форме близка к эллипсоиду, т. е. близка к симметричной фигуре, тогда как U_3 описывает асимметричную грушевидную поверхность (рис. 4).

Направляющие косинусы выражаются через канонические переменные q_i равенствами

$$\begin{aligned}
 u_1 &= \Gamma_1 \cos q_1 \cos q_2 + \Gamma_2 \sin q_1 \cos q_2 + \Gamma_3 \sin q_2, \\
 u_2 &= \Gamma_1 (\cos q_1 \sin q_2 \sin q_3 - \sin q_1 \cos q_3) + \\
 &+ \Gamma_2 (\sin q_1 \sin q_2 \sin q_3 + \cos q_1 \cos q_3) + \Gamma_3 \cos q_2 \sin q_3, \\
 u_3 &= \Gamma_1 (\cos q_1 \sin q_2 \cos q_3 + \sin q_1 \sin q_3) + \Gamma_2 (\sin q_1 \sin q_2 \cos q_3 - \\
 &- \cos q_1 \sin q_3) + \Gamma_3 \cos q_2 \cos q_3,
 \end{aligned}$$

где $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$ — функции аргументов Делоне l, l', F, D . Они вычисляются по таблицам орбитального движения Луны и имеют вид тригонометрических рядов

$$\Gamma_i = \sum_k N_{ik} \frac{\sin}{\cos} (k_{i1}l + k_{i2}l' + k_{i3}F + k_{i4}D), \quad i = 1, 2, 3. \quad (4)$$

Шесть канонических уравнений

$$\frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_i}, \quad \frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \quad i = 1, 2, 3$$

после подстановки значений u_i в выражения для гамильтониана и разложения последнего в степенной ряд по степеням q_i и p_i можно преобразовать к виду

$$\begin{aligned}
 \ddot{p}_i + \omega_i^2 p_i &= \left[\bar{P}_i + \sum_{k=1}^3 (\bar{A}_{ik}q_k + \bar{B}_{ik}p_k) + \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 (C_{ikl}q_k q_l + D_{ikl}q_k p_l + \right. \\
 &+ \left. E_{ikl}p_k p_l + \dots \right]_{U_2} + \left[\alpha_i + \bar{P}_i + \sum_{k=1}^3 (\bar{A}_{ik}q_k + \bar{B}_{ik}p_k) + \dots \right]_{U_3},
 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
 \ddot{q}_i + \omega_i^2 q_i &= \left[a_i p_i + b_i q_i^3 + \bar{Q}_i + \sum_{k=1}^3 (\bar{L}_{ik}q_k + \bar{M}_{ik}p_k) + \right. \\
 &+ \left. \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 (R_{ikl}q_k q_l + S_{ikl}q_k p_l + T_{ikl}p_k p_l) + \dots \right]_{U_2} + \\
 &+ \left[\beta_i + \bar{Q}_i + \sum_{k=1}^3 (\bar{L}_{ik}q_k + \bar{M}_{ik}p_k) + \dots \right]_{U_3}.
 \end{aligned}$$

В этих уравнениях через $\bar{P}_i, \bar{A}_{ik}, \dots, E_{ikl}, \dots, \bar{P}_i, \dots, \bar{Q}_i, \bar{L}_{ik}, \dots, T_{ikl}, \bar{Q}_i, \dots, \bar{M}_{ik}$ обозначены функции времени, выраженные в форме тригоно-

метрических рядов вида (4), через ω_i^2 , α_i , β_i , a_i , b_i — постоянные величины, появляющиеся в процессе преобразований. Они зависят от принятых исходных параметров ФЛЛ и движения Луны. В правых частях уравнений в первых квадратных скобках заключены выражения, получаемые из гармонического многочлена второго порядка U_2 , во вторых скобках — вклад, вносимый многочленом U_3 .

Развитие теории ФЛЛ по существу связано с решением системы дифференциальных уравнений (5) или подобных ей, выводимых другими способами с другими переменными. Долгое время, когда не требовалось знать ФЛЛ с большой точностью, в правых частях уравнений (5) принимались во внимание только линейные члены

$$\bar{P}_i = \sum_k P_{ik} \cos(l, l', F, D), \quad a_i p_i + \bar{Q}_i = a_i p_i + \sum_k Q_{ik} \sin(l, l', F, D),$$

причем те, которые выводились из гармонического многочлена U_2 . Величины постоянных Стокса c_{nm} , s_{nm} выше второго порядка в то время оставались неизвестными и считались (по аналогии с земным потенциалом) пренебрежимо малыми. В классических работах Лапласа, Гайна, Козиела исследовалась система дифференциальных уравнений типа

$$\ddot{p}_i + \omega_i^2 p_i = \sum_k P_{ik} \cos(k_{i1}l + k_{i2}l' + k_{i3}F + k_{i4}D), \quad (6)$$

$$\ddot{q}_i + \omega_i^2 q_i = a_i p_i + \sum_k Q_{ik} \sin(k_{i1}l + k_{i2}l' + k_{i3}F + k_{i4}D).$$

Таким образом, упомянутыми авторами в качестве модели ФЛЛ принимались почти периодические колебания в линейных системах с шестью степенями свободы. При интегрировании уравнений вида (6) возникают трудности в связи с появлением гармоник с малыми знаменателями. В теории ФЛЛ наиболее значительна гармоника $a_\mu \sin(2l - 2F)$, появляющаяся в составляющей ФЛЛ по долготе $\mu = \tau$. Она вступает в резонанс при значении параметра $f = B(C - B) / A(C - A)$, равного $f_{\text{рез}} = 0.662$. Переходя через резонанс, амплитуда a_μ , стремясь к бесконечности, претерпевает разрыв и меняет знак. Так, при принятом в настоящее время значении $f = 0.64$ амплитуда a_μ равна $38''$, при $f = 0.70$ она составляет $-19''$. Это свойство линейной модели ФЛЛ в свое время вызывало определенные трудности при обработке наземных либрационных наблюдений Луны.

Заметим, что при составлении большинства существующих селенодезических каталогов редукция за ФЛЛ осуществлялась по результатам линейной теории. Если принять во внимание, что ранние линейные теории строились без учета линейных членов, содержащихся в разложении U_3 и U_4 , и без учета вообще нелинейных членов, то приходится констатировать, что в этих каталогах переход от кассиниевых координат к динамическим проводился далеко не полно.

В [4], а затем в [10] обращено внимание на то, что в уравнениях (5) коэффициенты b_i при переменных q_i^3 одного порядка с ω_i^2 ($b_i = = 2\omega_i^2/3$). В связи с этим теорию ФЛЛ можно трактовать как колебания нелинейной системы, описываемой уравнениями Дуффинга

$$\ddot{p}_i + \omega_i^2 p_i = \sum_k P_{ik} \cos(l, l', F, D)_k,$$

$$\ddot{q}_i + \omega_i^2 q_i - b_i q_i^3 = a_i p_i + \sum_k Q_{ik} \sin(l, l', F, D)_k.$$

Модель ФЛЛ Дуффинга отличается от линейной модели по долготе только в узкой области, примыкающей к резонансу. При наступлении резонанса амплитуда a_μ не стремится к бесконечности, как в линейной теории, а имеет конечное значение $a_\mu = 1^\circ 38.5'$. Уже на весьма небольшом удалении от резонанса модель Дуффинга в пределах используемой точности (менее $0.1''$) перестает отличаться от линейной модели.

Существенный шаг в развитии теории ФЛЛ сделан с внедрением в практику компьютерной техники. Экхардт первым использовал ЭВМ для построения таблиц ФЛЛ [6]. В отличие от канонических уравнений он пользовался классическими уравнениями Эйлера. На ЭВМ методом итерации вычислялись решения динамических уравнений Эйлера с учетом всех нелинейных членов. В первых двух работах [6, 7] Экхардт получил решение с учетом только гармонического многочлена U_2 селенопотенциала. Многочлены U_3 и U_4 тогда еще считались пренебрежимо малыми. Первый опыт машинного решения задачи показал, что нелинейная теория ФЛЛ, если даже ограничиться U_2 , уже дает заметное различие в значении амплитуды гармоники $\sin(2l-2F)$ по сравнению с классической теорией. Так, для $f=0.633$ и $l=1^\circ 32' 01''$ Экхардт получил $a_\mu = 15''$, тогда как линейное приближение дает $a_\mu = 34''$. Амплитуды остальных гармоник отличаются не более, чем на $2''$.

Новый этап в изучении ФЛЛ связан с запусками советских и американских космических аппаратов на орбиты ИСЛ. Благодаря им удалось измерить основные параметры гравитационного поля Луны. Оказалось, что потенциал Луны имеет сложную структуру, он характеризуется целой группой гармоник с коэффициентами примерно одного порядка, и потому пренебрегать гармоническими многочленами U_3 и U_4 нельзя. Авторы работ [8, 11, 14] почти одновременно нашли, что весьма существенный вклад привносит гармонический многочлен U_3 . Так, по вычислениям Экхардта он равен

$$\begin{aligned} \delta\mu &= 157.2'' - 13.8'' \cos(l - F) - 2.1'' \sin(2l - 2F) + \dots, \\ \delta q_2 &= 63.9'' + 17.2'' \sin F + \dots, \\ \delta q_3 &= \quad + 17.2'' \cos F + \dots \end{aligned} \quad (7)$$

Многочлен U_4 вносит гармоники с амплитудами менее $1''$.

Обращаясь к (7) необходимо отметить, что наиболее важным было появление в компонентах ФЛЛ постоянных членов. Математически их появление объясняется тем, что направляющие косинусы u_1, u_2, u_3 входят в выражение (3) для U_3 в нечетной степени, вследствие чего в правых частях уравнений (5) появляются постоянные слагаемые α_i и β_i . Они и дают смещение в решениях уравнений (5). Физически это объясняется тем, что полином U_3 описывает грушевидную эквипотенциальную поверхность (рис. 4). Асимметричность грушевидного поля сил приводит к общему угловому смещению осей инерции Луны (динамической системы координат) относительно осей в кассиниевой системе координат. Симметричное, почти эллипсоидальное силовое поле, описываемое U_2 , такое заметное смещение не вызывает.

Итак, выдающийся космический эксперимент по изучению гравитационного поля Луны наряду с важными сведениями о природе Луны способствовал получению ценной информации, касающейся селенодезии. Выяснилось, что прежние определения координат лунных объектов отягощались ошибками из-за неполного знания свойств гравитационного поля Луны. Теперь при редукции измеренных координат кратеров за ФЛЛ необходимо учитывать не только периодические, но и постоянные члены, значениями которых пренебрегать нельзя.

В заключение отметим, что в 1980-х годах появились фундаментальные работы, посвященные построению теорий ФЛЛ повышенной точности. Их появление стимулировалось необходимостью обеспечить

обработку лазерных светолокационных наблюдений Луны, выполняемых в среднем с ошибкой ± 15 см. Чтобы удовлетворить требованиям анализа подобных наблюдений необходимо знание ФЛЛ с точностью до $\pm 0.05''$ [1]. Наиболее полные полуаналитические таблицы ФЛЛ составил Экхардт [9]. Аналитические таблицы представлены в [12, 13]. Кроме того, разработан также ряд численных теорий ФЛЛ. Обсуждение этих работ — предмет отдельной статьи.

1. *Абалакин В. К.* Использование лазерных светолокационных наблюдений Луны для решения некоторых задач небесной механики и геодинамики // Тр. Ин-та теорет. астрон. АН СССР.— 1978.— Вып. 17.— С. 82—132.
2. *Бухгольц Н. Н.* Основной курс теоретической механики.— М.: Наука, 1972.— Ч. 2.— 332 с.
3. *Физика и астрономия Луны* / Под ред. З. Копала.— М.: Мир, 1973.— 318 с.
4. *Хабибуллин Ш. Т.* Нелинейная теория физической либрации Луны // Тр. Казан. гор. астрон. обсерватории.— 1966.— № 34.— С. 3—70.
5. *Хабибуллин Ш. Т.* К вопросу о системах селенографических координат, о прецессии и нутации оси вращения Луны // Астрон. журн.— 1968.— 45, вып. 3.— С. 663—675.
6. *Eckhardt D. H.* Computer solutions of the forced physical libration of the Moon // Astron. J.— 1965.— 70, N 7.— P. 466—470.
7. *Eckhardt D. H.* Lunar libration tables // Moon.— 1970.— 1, N 2.— P. 264—275.
8. *Eckhardt L. H.* Physical librations due to the third and fourth degree harmonics of the lunar ξ gravity potential // Ibid.— 1973.— 6, N 1/2.— P. 127—134.
9. *Eckhardt D. H.* Theory of the libration of the Moon // Moon and Planets.— 1981.— 25, N 1.— P. 3—49.
10. *Eckhardt D. H., Dieter K.* A nonlinear analysis of the Moon's physical libration in longitude // Moon.— 1971.— 2, N 3.— P. 309—319.
11. *Kaula W. M., Vaxa P. A.* The physical librations of the Moon, including higher harmonic effects // Ibid.— 1973.— 8, N 3.— P. 287—307.
12. *Migus A.* Analytical lunar libration tables // Moon and Planets.— 1980.— 23, N 4.— P. 391—427.
13. *Moons M.* Analytical theory of the libration of the Moon // Ibid.— 1982.— 27, N 3.— P. 257—284.
14. *Pešek I.* Physical librations of the Moon: a contribution to the theory // Bull. Astron. Inst. Czech.— 1973.— 24, N 5.— P. 255—263.

Гор. астрон. обсерватория Казан. ун-та
им. В. И. Ульянова-Ленина

Поступила в редакцию
01.12.86

РЕФЕРАТ ДЕПОНИРОВАННОЙ РУКОПИСИ

УДК 523.98

АНАЛИЗ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СИЛ В СОЛНЕЧНЫХ ПЯТНАХ ГРУППЫ № 135 СД ИЮНЯ 1984 ГОДА / Баранов А. В., Григорьев В. М.

(Рукопись деп. в ВИНТИ; № 6676-В87)

Показано, что электромагнитные силы направлены наружу из пятна на различных этапах его эволюции. Связь между изменением формы пятна и распределением в нем электромагнитных сил отсутствует.