

УДК 524.6-325

Об ошибках эксцентриситетов галактических орбит

С. А. Кутузов

Рассмотрено несколько определений эксцентриситетов. Для предложенной модели гравитационного поля Галактики найдены выражения эксцентриситетов через интегралы движения. Даны приближенные формулы для ошибки эксцентриситета как функции ошибок наблюдаемых величин. Формулы связи между различными системами отсчета скоростей приведены в матричной форме.

Чтобы выявить влияние ошибок гелиоцентрических расстояний, лучевых скоростей и собственных движений на оценки эксцентриситетов, проведен численный эксперимент с использованием точных формул. Оказалось, что из-за ошибок собственных движений отмечается тенденция завышения оценок малых эксцентриситетов (тем сильнее, чем больше расстояние).

ON THE ERRORS OF ECCENTRICITIES OF GALACTIC ORBITS, by Kutuzov S. A.— Some definitions of the eccentricities are considered. The expressions for eccentricities in terms of the integrals of motion are found for the suggested model of the galactic gravitational field. The approximate formulae for an error of eccentricity as a function of errors of observable quantities are presented. The formulae connecting various velocity systems are given in a matrix representation as a by-product.

On the basis of the precise formulae the numerical analysis is carried out to ascertain an influence of the errors in heliocentric distances, radial velocities and proper motions on an estimate of eccentricity. It turns out that as a result of errors in proper motions a tendency to overestimation of the values of small eccentricities is observed (the higher, the greater is the distance).

Знание галактических орбит существенно для исследования кинематики и эволюции подсистем Галактики [8, 12]. Важным элементом орбиты является ее эксцентриситет. Поскольку орбиты не кеплеровские, то эксцентриситет может определяться различными способами, но при любом определении он характеризует степень вытянутости орбиты.

Исследование эксцентриситетов рассеянных звездных скоплений показывает, что они увеличиваются с гелиоцентрическим расстоянием [2]. Причина этого остается невыясненной. Оценки эксцентриситетов обременены погрешностями наблюдательных данных. Мы попытались выявить влияние на эти оценки ошибок расстояний, лучевых скоростей и собственных движений. При исследовании использовалась модель гравитационного поля Галактики [6], которая дает аналитическое выражение, связывающее эксцентриситеты с наблюдательными данными. На основе этой модели проведен численный эксперимент. Предложенный метод годится для любых подсистем Галактики.

Выражения для эксцентриситетов. Гравитационное поле Галактики считаем стационарным, ротационно-симметричным и симметричным относительно экваториальной плоскости. Примем частный случай модели [6] ($\alpha=2$, $\gamma=0$, $\varkappa=1$). Потенциал задан выражениями

$$\Phi(R, z) = \Phi_0 \varphi(\xi),$$

$$\varphi(\xi) = 2/(1 + \sqrt{1 + \xi^2}), \quad \xi^2 = \rho^2 + (1 + \sqrt{\zeta^2 + \varepsilon^2} - \varepsilon)^2 - 1, \quad (1)$$

где

$$\rho = R/r_0, \quad \zeta = z/r_0 \quad (2)$$

— безразмерные цилиндрические координаты; параметры r_0 и Φ_0 — единицы длины и потенциала или квадрата скорости соответственно. При $\zeta=0$ тождественно $\xi=\rho$. Безразмерный параметр $\varepsilon \in [0, 1]$ характеризует сплюснутость модели. Данный потенциал в экваториальной плоскости совпадает с потенциалом, использованным в работе [12] (соответствие обозначений: $b=r_0$, $GM=2r_0\Phi_0$), и может рассматриваться как обобщение последнего на пространственный случай.

Нами приняты следующие значения параметров:

$$\varepsilon = 0.12, \quad r_0 = 3.229 \text{ кпк}, \quad \Phi_0 = 143 \ 200 \text{ км}^2/\text{с}^2. \quad (3)$$

Этому соответствуют околосолянные галактические параметры

$$R_\odot = 8.5 \text{ кпк}, \quad V_\odot = 220 \text{ км/с}, \quad A_\odot = 14 \text{ км/(с} \cdot \text{кпк)}, \quad C_\odot = 75 \text{ км/(с} \cdot \text{кпк)}. \quad (4)$$

V — круговая скорость, A — параметр Оорта, C — параметр Кузмина — Паренаго [11].

При движении материальных точек в описанном поле существуют интегралы энергии E и площадей I

$$E = \varphi(\xi) - v^2/2, \quad I = \rho v_\theta, \quad (5)$$

где

$$v^2 = v_m^2 + v_\theta^2, \quad v_m^2 = v_\rho^2 + v_\zeta^2. \quad (6)$$

Здесь v — безразмерная полная галактоцентрическая скорость; $v_\rho, v_\theta, v_\zeta$ — ее компоненты, соответствующие координатам ρ, θ, ζ ; v_m — меридиональная скорость. Для перехода к размерным интегралам движения \tilde{E} и \tilde{I} значения E и I надо умножить на Φ_0 и $r_0\sqrt{\Phi_0}$ соответственно.

Интегралы энергии и площадей служат осями двумерной диаграммы Линдблада (см. [9]). Геометрическим местом объектов с нулевой меридиональной скоростью на диаграмме является характеристическая парабола. Для экваториальной плоскости она описывается уравнением

$$I^2 = 2\rho^2 [\varphi(\rho) - E]. \quad (7)$$

Семейство этих парабол имеет огибающую, определяемую параметрическими уравнениями

$$E_c(\rho) = \varphi(\rho) - v_c^2(\rho)/2, \quad |I_c(\rho)| = \rho v_c(\rho), \quad (8)$$

где v_c — безразмерная круговая скорость. По определению,

$$v_c^2(\rho) = -\rho d\varphi(\rho)/d\rho. \quad (9)$$

В случае потенциала (1), исключая ρ из (8), можно придать уравнению огибающей вид

$$E_c = 8/(Q + |I|)^2 = (Q - |I|)^2/8, \quad Q^2 = 8 + I^2. \quad (10)$$

Огибающая — это геометрическое место объектов, движущихся в экваториальной плоскости по круговым орбитам, т. е. с нулевым эксцентриситетом. Для произвольных объектов определим эксцентриситет, согласно [3]. Пусть ρ_E и ρ_I — радиусы таких круговых орбит, которые имеют соответственно те же значения интегралов энергии и площадей, что и заданный объект

$$E_c(\rho_E) = E, \quad I_c(\rho_I) = I. \quad (11)$$

Решение этих уравнений в нашей модели дает для эквиэнергетического и эквиомментного радиусов явные выражения через интегралы движения [5]:

$$\rho_E^2 = 1/E^2 - 1, \quad 16\rho_I^2 = |I|Q(|I| + Q)^2. \quad (12)$$

Эксцентриситет, который уместно назвать интегральным, определяется так:

$$e_{EI}^2 = 1 - \rho_I/\rho_E. \quad (13)$$

Это определение мы распространяем и на орбиты вне плоскости.

Широко используется эксцентриситет $e_{\Lambda\Pi}$, который определяется параметрами области движения, т. е. корнями $\rho_A \geq \rho_\Pi$ уравнения (7) (апо- и перигалактиями)

$$e_{\Lambda\Pi} = (\rho_A - \rho_\Pi)/(\rho_A + \rho_\Pi). \quad (14)$$

Назовем его региональным.

В работе [12] дано для движения в ρ -направлении определение эксцентриситета e^* , который является адиабатическим инвариантом. Пользуясь отмеченным выше совпадением наших потенциалов, перепишем выражение инвариантного эксцентриситета с нашими обозначениями (включая ζ -движение)

$$1 - (e^*)^2 = \left[1 + \frac{\sqrt{2}}{|I|} \left(\frac{1}{\sqrt{E}} - \frac{1}{\sqrt{E_c}} \right) \right]^{-2}, \quad (15)$$

где E_c — интеграл энергии (10) на огибающей. В случае ньютоновской силы все три эксцентриситета совпадают с кеплеровским.

В работе [5] показано, что для объектов с умеренными эксцентриситетами (примерно до 0.5) и с небольшими по абсолютной величине вертикальными скоростями (примерно до 15 км/с) вполне можно пользоваться интегральными эксцентриситетами

вместо региональных. Легко доказать, что при малых значениях $e_{\Delta\Pi}$ и e_{EI} совпадают. Зафиксируем I и разложим оба выражения (13), (14) в ряд по степеням $E_c - E$. Затем, обращая один из рядов и подставляя в другой, находим

$$e_{\Delta\Pi}^2 = e_{EI}^2 + \frac{1}{2} E_c^2 e_{EI}^4 + o(e_{EI}^4). \quad (16)$$

Аналогичная процедура для инвариантного эксцентриситета дает

$$(e^*)^2 = (1 + E_c) e_{EI}^2 - \frac{3}{4} E_c (1 - E_c^2) e_{EI}^4 + o(e_{EI}^4). \quad (17)$$

При почти круговых движениях в окрестности Солнца инвариантный эксцентриситет на 17 % больше интегрального.

Отметим еще одно определение эксцентриситета через параметры поля скоростей центроидов, предложенное К. Ф. Огородниковым [13] более полувека назад. Такой эксцентриситет характеризует орбиту центроида.

В нашей модели для любой точки пространства существует минимальный эксцентриситет e_{\min} . Этим свойством обладают все модели, у которых изолинии эксцентриситета на диаграмме Линдблада выпуклы. Объект в данной точке с координатами (ρ, ζ) имеет минимальный эксцентриситет, если в данный момент его меридиональная скорость равна нулю, а трансверсальная $|v_\theta| = \omega$, причем

$$\omega = \rho\varphi'(\xi)/[2 + \rho^2\varphi''(\xi)]^{1/2}. \quad (18)$$

Если же хотя бы у одного из компонентов скорости значение иное, то эксцентриситет больше минимального. Минимальный эксцентриситет быстро растет с $|z|$: при $R = R_\odot$ и $|z| = 0, 1, 2$ кпк соответственно $e_{\min} = 0, 0.19, 0.30$. Следовательно, объекты, когда-либо находившиеся на большом удалении от экваториальной плоскости, в принципе не могут иметь орбит с малыми эксцентриситетами.

Приближенные выражения для ошибок эксцентриситета. Далее ограничимся рассмотрением интегрального эксцентриситета, опуская в его обозначении индексы. Выражения для ошибок дадим в линейном приближении, используя дифференциалы. Это оправдано лишь в случае малых относительных ошибок. Там, где фигурируют относительные ошибки, не существенно, используются ли безразмерные или размерные величины (последние при совпадении обозначений будем отмечать тильдой).

Цепочка выражений (13), (12), (10), (5), (6), (1), (2) определяет зависимость эксцентриситета от цилиндрических координат и галактоцентрических скоростей. Из формул (13) и (12) получаем

$$\Delta e^2 = (1 - e^2) (\Delta\rho_E/\rho_E - \Delta\rho_I/\rho_I), \quad (19)$$

$$\Delta\rho_E/\rho_E = -(1 - E^2)^{-1} \Delta E/E, \quad \Delta\rho_I/\rho_I = 4\rho_I^2 Q^{-3} \Delta I^2/I^3. \quad (20)$$

Ошибку интеграла энергии находим дифференцируя выражение (5) и учитывая обозначения

$$\omega = v_c/\rho, \quad c^2 = -[\partial^2\varphi(\xi)/\partial\xi^2]_{\xi=0} = -2[\partial\varphi(\xi)/\partial(\xi^2)]_{\xi=0}, \quad (21)$$

где ω — безразмерная круговая частота; c — безразмерный параметр Кузмина — Паренаго. Считая, что расстояние от экваториальной плоскости мало, получаем

$$2\Delta E = -\omega^2 \Delta\rho^2 - c^2 \Delta\xi^2 - \Delta v^2. \quad (22)$$

Заметим, что производные (21) определены в нашей модели только при $\varepsilon \neq 0$. Для ошибки интеграла площадей формула (5) дает

$$\Delta I^2/I^2 = \Delta\rho^2/\rho^2 + \Delta v_\theta^2/v_\theta^2. \quad (23)$$

Для вывода ошибок координат используем формулы

$$\rho^2 = \rho_\odot^2 + r^2 \cos^2 b - 2\rho_\odot r \cos b \cos l, \quad \zeta = \zeta_\odot + r \sin b, \quad (24)$$

где ρ_\odot, ζ_\odot — цилиндрические координаты Солнца; l, b — галактические долгота и широта; r — безразмерное гелиоцентрическое расстояние. В силу их однородности эти же формулы годятся и для размерных координат. С учетом ошибок солнечных координат имеем

$$\begin{aligned} \Delta\rho^2 &= \cos^2 b \Delta r^2 - 2\rho_\odot \cos b \cos l \Delta r + 2(\rho_\odot - r \cos b \cos l) \Delta\rho_\odot, \\ \Delta\xi^2 &= 2\zeta (\sin b \Delta r + \Delta\zeta_\odot). \end{aligned} \quad (25)$$

При небольших удалениях от экваториальной плоскости $\Delta\zeta^2$ будет на два порядка меньше, чем $\Delta\rho^2$, так что можно пренебречь вторым членом в правой части (22), хотя в окрестности Солнца c^2 на порядок больше, чем ω^2 .

Системы отсчета скоростей. Для анализа ошибок скоростей требуется рассмотреть преобразования скоростей, так как в выражения эксцентриситета входят галактоцентрические скорости, а наблюдаются гелиоцентрические с иной ориентацией компонентов. Заметим, что не для всех используемых нами систем в руководствах и справочниках даются формулы связи между ними. Приводимые ниже формулы связи, будучи однородными, годятся как для безразмерных, так и для размерных скоростей.

Наблюдательская объектно-экваториальная система. Вектор гелиоцентрической скорости имеет вид

$$\mathbf{u}_{obs} = (u_r, u_\alpha, u_\delta)^T, \quad (26)$$

$$\tilde{u}_r = V_r, \quad \tilde{u}_\alpha = K\mu_\alpha \tilde{r}, \quad \tilde{u}_\delta = K\mu_\delta \tilde{r}, \quad \mu_\alpha = 15''\mu_\alpha^s \cos \delta,$$

где V_r — лучевая скорость; μ_α и μ_δ — компоненты собственного движения, измеряемые в секундах дуги в год. Если \tilde{r} измеряется в кпк, а скорости — в км/с, то $K=4741$ [1]. Символ T означает транспонирование.

Экваториальная система. Вектор гелиоцентрической скорости имеет вид

$$\mathbf{u}_{equ} = (u_x, u_y, u_z)^T. \quad (27)$$

Первая ось направлена в точку весеннего равноденствия, третья — к северному полюсу мира, вторая — дополняет систему до правой. Переход к этой системе от предыдущей осуществляется поворотом вокруг оси u_α на угол $-\delta$ и вокруг оси u_x на угол $-\alpha$, так что

$$\mathbf{u}_{equ} = \mathbf{A}\mathbf{u}_{obs}, \quad (28)$$

причем матрица \mathbf{A} может быть представлена в виде произведения двух матриц

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \delta & 0 & -\sin \delta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \delta & 0 & \cos \delta \end{pmatrix}. \quad (29)$$

Галактическая система. Вектор гелиоцентрической скорости имеет вид

$$\mathbf{u}_{gal} = (u_x, u_y, u_z)^T. \quad (30)$$

Первая ось направлена к антицентру Галактики, вторая — по галактическому вращению, третья — к северному полюсу Галактики (левая система), который имеет прямое восхождение $A=192.25^\circ$ и склонение $D=27.40^\circ$ в эпоху 1950.0 [1]. Восходящий узел галактической плоскости на экваторе 1950.0 имеет галактическую долготу $L=33.00^\circ$ [1]. Переход к этой системе от предыдущей можно представить как три последовательных вращения: 1 — вокруг направления на северный полюс мира — на угол $A-270^\circ$; 2 — вокруг направления на восходящий узел — на угол $90^\circ - D$; 3 — вокруг направления на северный полюс Галактики — на угол $-L$, а также одну инверсию оси от центра к антицентру. Тем самым

$$\mathbf{u}_{gal} = \mathbf{B}\mathbf{u}_{equ}, \quad (31)$$

где

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -\cos L & \sin L & 0 \\ \sin L & \cos L & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin D & \cos D \\ 0 & -\cos D & \sin D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\sin A & \cos A & 0 \\ -\cos A & -\sin A & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (32)$$

Для эпохи 1950.0

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0.066\ 99 & 0.872\ 76 & 0.483\ 54 \\ 0.492\ 73 & -0.450\ 35 & 0.744\ 58 \\ -0.867\ 60 & -0.188\ 37 & 0.460\ 20 \end{pmatrix}. \quad (33)$$

Цилиндрическая система соответствует цилиндрическим координатам R, θ, z (или безразмерным координатам ρ, θ, ζ , так как масштаб не влияет на направления).

Плоскость $\theta=0$ проходит через Солнце, θ увеличивается в направлении галактического вращения. Вектор гелиоцентрической скорости имеет вид

$$\mathbf{u}_{cyl} = (u_R, u_\theta, u_z)^T. \quad (34)$$

Первая ось направлена от центра Галактики к проекции объекта на галактическую плоскость, вторая — по вращению Галактики, третья — к северному полюсу Галактики (левая система). Относительно предыдущей система повернута на угол θ вокруг третьей оси, так что

$$\mathbf{u}_{cyl} = \mathbf{C}\mathbf{u}_{gal}, \quad (35)$$

где

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (36)$$

Угол θ можно найти по галактическим координатам и гелиоцентрическому расстоянию объекта

$$\rho \sin \theta = r \cos b \sin l, \quad \rho \cos \theta = \rho_\odot - r \cos b \cos l. \quad (37)$$

Галактические координаты вычисляются по экваториальным [11]:

$$\begin{aligned} \sin b &= \sin D \sin \delta + \cos D \cos \delta \cos(\alpha - A), \\ \cos b \sin(l - L) &= \cos D \sin \delta - \sin D \cos \delta \cos(\alpha - A), \\ \cos b \cos(l - L) &= \cos \delta \sin(\alpha - A). \end{aligned} \quad (38)$$

Для перехода от гелиоцентрических скоростей к галактоцентрическим используем галактоцентрическую скорость Солнца в галактической системе

$$\tilde{\mathbf{s}}_{gal} = (s'_x, V_\odot + s'_y, s'_z)^T, \quad (39)$$

где

$$s'_x = -9 \text{ км/с}, \quad s'_y = 12 \text{ км/с}, \quad s'_z = 7 \text{ км/с} \quad (40)$$

— основное движение Солнца [1]. Полная галактоцентрическая скорость, фигурирующая в интегралах движения (5), выражается с учетом соотношений (35), (31), (28) через наблюдаемую скорость

$$\mathbf{v} = \mathbf{C}(\mathbf{s}_{gal} + \mathbf{u}_{gal}) = \mathbf{C}\mathbf{s}_{gal} + \mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{A}\mathbf{u}_{obs}. \quad (41)$$

Объектно-галактическая система. Вектор гелиоцентрической скорости имеет вид

$$\mathbf{u}_{obj} = (u_r, u_l, u_b)^T, \quad \tilde{u}_r = V_r, \quad \tilde{u}_l = K\mu_l \tilde{r}, \quad \tilde{u}_b = K\mu_b \tilde{r}, \quad (42)$$

где V_r — лучевая скорость; μ_l и μ_b — компоненты собственного движения по галактическим координатам. Первая ось направлена на объект, вторая — параллельна галактической плоскости и направлена по возрастанию галактической долготы, третья ось дополняет систему до правой. Переход от данной системы к цилиндрической осуществляется вращением вокруг второй оси на угол $-b$, вокруг оси u_z — на угол $-(l+\theta)$ и инверсией полученной первой оси. Тем самым

$$\mathbf{u}_{cyl} = \mathbf{D}\mathbf{u}_{obj}, \quad (43)$$

где

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} -\cos(l+\theta) & \sin(l+\theta) & 1 \\ \sin(l+\theta) & \cos(l+\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos b & 0 & -\sin b \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin b & 0 & \cos b \end{pmatrix}. \quad (44)$$

Эта матрица дана в работе [7]. В случае $\theta=0$ происходит переход к галактической системе. Так как экваториальные компоненты собственного движения можно с помощью параллактического угла непосредственно перевести в галактические компоненты [4], то вектор (42) можно считать известным из наблюдений и использовать для галактоцентрической скорости выражение

$$\mathbf{v} = \mathbf{C}\mathbf{s}_{gal} + \mathbf{D}\mathbf{u}_{obj}. \quad (45)$$

Экваториальные и галактические координаты известны достаточно точно. Ошибка угла θ , который входит в матрицы \mathbf{C} и \mathbf{D} , выражается по формулам (37)

$$\Delta\theta = (\rho_\odot/\rho) \sin \theta (\Delta r/r - \Delta\rho_\odot/\rho_\odot). \quad (46)$$

Для окрестности Солнца угол θ мал, и в приближенном анализе его погрешностью можно пренебречь.

Выведенные здесь формулы (41) и (45) являются основой для получения выражения ошибки галактоцентрической скорости. Поскольку погрешностью матриц можно пренебречь, то ошибка галактоцентрической скорости линейно зависит от ошибок галактоцентрической солнечной скорости и гелиоцентрической скорости. Так, из формулы (45) имеем

$$\Delta v = C \Delta s_{gal} + D \Delta u_{obj}. \quad (47)$$

В первом члене правой части наиболее существенна ошибка окосолнечной круговой скорости, а во втором — непосредственно проявляются ошибки гелиоцентрического расстояния, лучевой скорости и собственного движения.

Численный анализ ошибок. Ошибка солнечной галактоцентрической скорости здесь не учитывается. Анализ проводится не статистический, а интервальный. Алгоритм численного эксперимента основан на точных формулах и состоит в следующем. Задаем набор направлений (l, b) и расстояний r . В вычисленных по формулам (24) точках (ρ, ζ) моделируем движение с заданным значением интегрального эксцентриситета e . Используем одну из моделей движения: 1. Вращение с минимальным эксцентриситетом: $v_m=0, v_\theta=\omega$ (18); 2, 3.

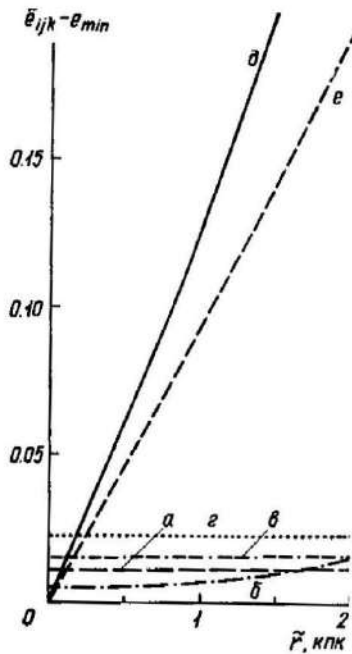


Рис. 1. Интервалы искаженного эксцентриситета в зависимости от расстояния: a, b — за счет ошибок расстояний ($i=1, 3; j=k=2$); c, d — лучевых скоростей ($j=1, 3; i=k=2$); ∂, e — собственных движений ($k=1, 3; i=j=2$); a, c, d — в радиальном, b, d, e — в трансверсальном направлениях. Неискаженное движение — с минимальным эксцентриситетом, равным 0.002 (модель движения 1)

Медленное или быстрое вращение: $v_m=0, v_\theta \approx \omega$; 4, 5. Вращение с радиальным движением: $v_\rho \approx 0, v_\theta = \omega, v_\zeta = 0$; 6, 7. Вращение с вертикальным движением: $v_\rho = 0, v_\theta = \omega, v_\zeta \approx 0$. Координаты ρ, ζ определяют характеристическую параболу вида (7), где аргументом φ является ξ (1). Задание эксцентриситета e определяет его изоляцию на диаграмме Линдблада с уравнением [5]:

$$HEI^2 = 2(H - E)^2, \quad H^2 = 1 - h^2(1 - E^2), \quad h^2 = e^2(2 - e^2). \quad (48)$$

В первой модели движения величина ω определяется по точке касания параболы с изолинией, в моделях 2, 3 v_θ — в точках их пересечения, в остальных моделях $|v_m|$ — в точке пересечения изолинии с прямой $l = \rho\omega$. Обращая выражение (45), по вычисленному вектору v находим «наблюдаемую» безразмерную скорость

$$u_{obj} = D^{-1}(v - Cs_{gal}). \quad (49)$$

Затем «порти́м» ее, добавляя безразмерную ошибку вида

$$(\Delta u_{obj})_{ijk} = (g_j, p_{ik}, q_{ik})^T, \quad i, j, k = 1, 2, 3, \quad (50)$$

где

$$g_j = \delta_j \Phi_0^{-1/2} \Delta V_r, \quad p_{ik} = t_{ik} + \delta_i a u_l, \quad q_{ik} = t_{ik} + \delta_i a u_b, \quad (51)$$

$$t_{ik} = \delta_k (1 + \delta_i a) K r_0 \Phi_0^{-1/2} r \Delta u, \quad \delta_1 = -1, \quad \delta_2 = 0, \quad \delta_3 = 1.$$

a — относительная ошибка расстояния; ΔV_r — ошибка лучевой скорости; Δu — ошибка собственного движения, принятая одинаковой в l - и b -направлениях. Гелиоцентрическое расстояние «порти́м», добавляя ошибку $\delta_i a r$. Таким образом, в наблюдательных данных берутся либо края (индексы равны 1, 3), либо центры (индексы равны 2) интервалов их возможных значений. Этим интервалам в принципе можно придать вероятностный смысл. С искаженными гелиоцентрическими скоростью и расстоянием по формулам (37), (36), (44), (45), (1), (6), (5), (10), (12), (13) вычисляем искаженный эксцентриситет e_{ijk} . Для возможных значений эксцентриситета также получаются ин-

тервалы. Полагая только один из индексов не равным двум, определяем влияние ошибок гелиоцентрического расстояния, лучевой скорости, собственного движения.

Средние квадратичные ошибки наблюдательных данных для рассеянных звездных скоплений приведены в [10]. Так как интервалы должны в несколько раз превосходить средние квадратичные ошибки, мы приняли

$$a = 0.2, \quad \Delta V_r = 5 \text{ км/с}, \quad \Delta \mu = 0.0042''/\text{год}. \quad (52)$$

Разумеется, эксперимент можно проводить с множеством других значений ошибок. Приведем графики для некоторых моделей движения при $b=0$ (рисунки 1—3).

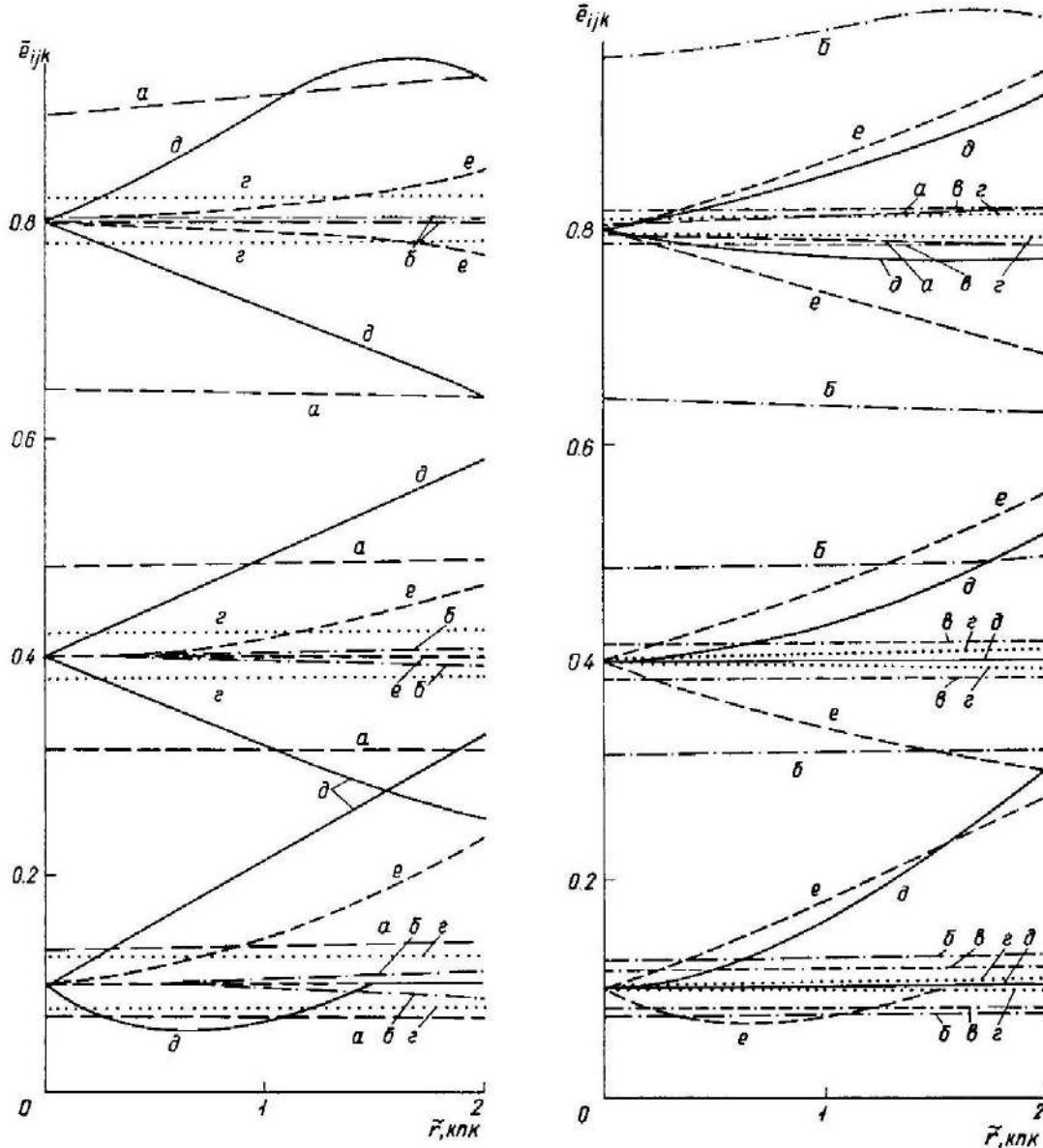


Рис. 2. То же, что на рис. 1, для чистого медленного вращения (модель движения 2). Значения неискаженного эксцентриситета: 0.1, 0.4, 0.8

Рис. 3. То же, что на рис. 2, для вращения с движением от центра (модель 4)

Влияние наблюдательных ошибок зависит от характера движения и величины эксцентриситета. Очевидно, что при движении с минимальным эксцентриситетом или с круговой скоростью ($e=0$) искаженный эксцентриситет может быть только больше истинного. В случае же движения в меридиональной плоскости или с апогалактием в бесконечности ($e=1$) эксцентриситет может только уменьшиться.

Интервалы искаженного эксцентриситета как функция ошибок расстояния в радиальном направлении ($l=0, 180^\circ$) почти не зависят от гелиоцентрического расстояния. Они приблизительно пропорциональны неискаженным эксцентриситетам и значительно превосходят интервалы в трансверсальном направлении ($l=0, 270^\circ$) для чистого вращения. При наличии же радиального движения радиальные и трансверсальные интервалы меняются ролями. В случае с вертикальным движением радиальные и трансверсальные интервалы одинаковы.

Интервалы эксцентриситета как функция ошибок лучевых скоростей не зависят от расстояния и слабо зависят от величины эксцентриситета. При чистом вращении трансверсальные интервалы больше радиальных, при наличии же радиального движения — наоборот. В случае с вертикальным движением ошибки лучевых скоростей не искажают эксцентриситет.

Наконец, интервалы эксцентриситета как функция ошибок собственных движений растут несколько быстрее, чем пропорционально расстоянию. Для чистого вращения радиальные интервалы больше трансверсальных, при наличии радиального движения — наоборот, а при вертикальном движении — существенной разницы нет.

В то время как ошибки расстояния и лучевых скоростей искажают эксцентриситеты примерно одинаково в обе стороны, ошибки собственных движений ведут себя так же только в случае умеренных эксцентриситетов. При малых эксцентриситетах (до 0.1) центры интервалов искаженных эксцентриситетов увеличиваются с расстоянием как в радиальном, так и в трансверсальном направлениях. Следовательно, ошибки малых эксцентриситетов, происходящие от ошибок собственных движений, завышают наблюдательные оценки эксцентриситетов, и тем сильнее, чем дальше от Солнца находится исследуемый объект. Этот эффект и может быть одной из причин упоминавшегося в начале статьи роста эксцентриситетов с гелиоцентрическим расстоянием. Другой причиной может быть увеличение минимального эксцентриситета в случае удаления от галактической плоскости.

Численный анализ проведен без варьирования солнечных координат и скоростей. Поскольку от них зависят и параметры модели, то исследование влияния такого варьирования может составить отдельную задачу, в которой должны учитываться интервалы и других галактических параметров.

Наша модель позволила выразить эксцентриситет пространственной орбиты непосредственно через интегралы движения, тем самым и через наблюдательные данные. Численный эксперимент показал влияние ошибок в расстояниях, лучевых скоростях и собственных движениях на оценки эксцентриситетов. Как и следовало ожидать, ошибки от собственных движений растут с увеличением расстояния, но при этом оказалось, что они имеют тенденцию завышать оценки малых эксцентриситетов. Поэтому какие-либо космогонические заключения на основе роста эксцентриситетов с расстоянием в галактической плоскости вряд ли уместны.

Автор благодарен К. А. Бархатовой, Л. П. Осипкову, Е. Д. Павловской за замечания и участникам семинара К. Ф. Огородникова за обсуждение работы.

1. Аллен К. У. Астрофизические величины.— М.: Мир, 1977.—448 с.
2. Бархатова К. А., Локтин А. В., Рязанова А. П. Элементы галактических орбит звездных скоплений // Движения искусственных и естественных небесных тел.— Свердловск: Изд-во Урал. ун-та, 1981.— С. 8—17.
3. Кузмин Г. Г., Маласидзе Г. А. Об одной форме гравитационного потенциала, допускающей решение задачи о плоских орбитах звезд в эллиптических интегралах // Публ. Тарт. астрофиз. обсерватории.— 1969.—38.— С. 181—250.
4. Куликовский П. Г. Звездная астрономия.— М.: Наука, 1985.—272 с.
5. Кутузов С. А. Диаграмма Линдблада для рассеянных скоплений // Астрономо-геодезические исследования.— Свердловск: Изд-во Урал. ун-та, 1985.— С. 56—66.
6. Кутузов С. А., Осипков Л. П. Моделирование пространственного гравитационного потенциала звездных систем // Астрон. журн.— 1980.—57, вып. 1.— С. 28—37.
7. Кутузов С. А., Осипков Л. П. Методы расчета галактических орбит звездных скоплений // Движения искусственных и естественных небесных тел.— Свердловск: Изд-во Урал. ун-та, 1981.— С. 46—62.
8. Марочник Л. С., Сучков А. А. Галактика.— М.: Наука, 1984.—392 с.
9. Огородников К. Ф. Динамика звездных систем.— М.: Физматгиз, 1958.—636 с.
10. Палоуш Я., Рупрехт Я., Длужневская О. Б., Пискунов А. Э. Места образования 24 рассеянных скоплений // Звездные скопления.— Свердловск: Изд-во Урал. ун-та, 1979.— С. 38—49.
11. Паренаго П. П. Курс звездной астрономии.— М.: Гостехиздат, 1954.—476 с.
12. Eggen O. J., Lynden-Bell D., Sandage A. R. Evidence from the motions of old stars that the Galaxy collapsed // Astrophys. J.— 1962.—136, N 3.— P. 748—766.
13. Ogorodnikoff K. A theory of streaming in the system of B stars // Z. Astrophys.— 1932.—4, N 3.— P. 190—207.