

УДК 521.8/9:520.8

## Об испытании нового метода совместного определения постоянных пластинок и координат звезд по астрофотографиям.

### II. Модель перекрывающихся пластинок

А. И. Курьянова, А. И. Яценко

На примере математической модели перекрывающихся пластинок исследуется эффективность метода совместного определения постоянных пластинки и поправок координат звезд. Показано, что при достаточно большом количестве звезд на пластинке ( $N \geq 30$ ) предложенный метод улучшения опорного каталога имеет преимущество перед традиционным методом.

*ON THE EXAMINATION OF A NEW METHOD FOR JOINT DETERMINATION OF PLATE CONSTANTS AND STELLAR COORDINATES FROM THE MEASUREMENTS OF ASTROPHOTOGRAPHS. II. THE OVERLAPPING PLATES MODEL, by Kur'yanova A. N., Yatsenko A. I.—The efficiency of the method for joint determination of plate constants and corrections to stellar coordinates are investigated on the basis of mathematical model of overlapping plates. It is shown that the above method of improving the reference catalogue is better than the traditional one when the number of stars of the plate  $N \geq 30$ .*

В работе [1] на примере математической модели одиночной пластинки исследовалась эффективность метода совместного определения постоянных пластинки и поправок координат звезд опорного каталога, предложенного в [2].

Погрешности принятой редукционной модели, устанавливающей зависимость между сферическими (тангенциальными) и измеренными координатами изображений звезд на пластинке, а также случайные ошибки координат опорных звезд приводят к некоторой систематической неоднородности создаваемого каталога. Естественно, возникает мысль об уравнивании получаемых по разным пластинкам координат звезд между собой и приведении определяемых координат к системе всех опорных звезд. Впервые эта идея реализована в методе перекрывающихся пластинок, предложенным в [3].

В данной работе мы применили метод, предложенный в [2], к модели перекрывающихся пластинок.

**Описание модели пластинок и опорного каталога.** За основу взята математическая модель четырех пластинок широкоугольного астрографа Цейса ( $D=40$  см,  $F=2$  м), покрывающих вместе поле  $6 \times 6^\circ$ . Рабочее поле каждой пластинки равно  $4 \times 4^\circ$ . Две пластинки имеют одинаковое склонение оптических центров и сдвинуты друг относительно друга по  $\alpha$  на половину рабочего поля. Две другие пластинки сдвинуты относительно первых двух на половину рабочего поля по  $\delta$ . В этом случае область четырехкратного перекрытия составляет  $2 \times 2^\circ$ . Стандартные ошибки измеренных координат равны  $\pm 3$  мкм, стандартные ошибки положений звезд опорного каталога изменяются от  $\pm 0.30$  до  $\pm 1.40''$  (в зависимости от принятой модели) на эпоху получения пластинок. Соответствующие случайные ошибки задаются генератором нормально распределенных случайных чисел для указанных стандартов. Звезды по полю пластинок распределены случайно, но с условием: в каждой четверти пластинки, образованной проведенными через оптический

центр кругом склонений и перпендикуляром к нему, находится одинаковое количество звезд. В рассматриваемой модели — это семь звезд, т. е. на каждую пластинку попало 28 звезд. На рабочем поле всех пластинок было 63 звезды из общего списка, 28 из них вышли только на одной из четырех пластинок, 28 попали в область двухкратного, а семь — в область четырехкратного перекрытий.

По сферическим координатам звезд из общего списка вычислялись тангенциальные координаты по отношению к общей тангенциальной точке, в качестве которой выбран центр области четырехкратного перекрытия с координатами  $a_0$ ,  $b_0$ .

Тангенциальные координаты для каждой пластинки вычислялись по отношению к оптическому центру данной пластинки, а измеренные координаты получены в предположении, что связь между измеренными и тангенциальными координатами звезд на пластинке линейна относительно координат. На практике этого можно добиться, используя для записи уравнений связи для каждой пластинки в отдельности ортогональные полиномы, как в работе [1], и учитывая затем в измеренных координатах такие эффекты, как наклон пластинки, дисторсия объектива телескопа, дифференциальные рефракция и аберрация.

**Уточнение координат опорных звезд.** Так как созданная модель астрофотографий является линейной, уравнения связи между тангенциальными и измеренными координатами можно записать в виде

$$x_{ik} = a_k X_i + b_k Y_i + c_k, \quad y_{ik} = d_k X_i + l_k Y_i + f_k,$$

где  $X_i$ ,  $Y_i$  и  $x_{ik}$ ,  $y_{ik}$  — соответственно тангенциальные и измеренные координаты  $i$ -й звезды на  $k$ -й пластинке.

Записывая, аналогично [1], уравнения максимального правдоподобия для совокупности пластинок и линеаризуя их, мы получаем систему условных уравнений относительно дифференциальных поправок неизвестных

$$\mathbf{A}\Delta\mathbf{X} + \mathbf{B}\Delta\mathbf{Y} + \sum_m \mathbf{C}_m \Delta\mathbf{P}_m = \mathbf{F}_0,$$

где  $\Delta\mathbf{X}$  и  $\Delta\mathbf{Y}$  — матрицы поправок к приближенным значениям координат, а  $\Delta\mathbf{P}_m$  — матрица поправок к приближенным значениям параметров линейной модели редукции  $m$ -й пластинки [1]. Матрицы  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}_m$ ,  $\mathbf{F}_0$  определяются приближенными значениями координат и постоянных пластинок. В выражение для элементов матрицы входит величина  $k$ , определяемая как отношение дисперсий ошибок измеренных и тангенциальных координат:  $k = \sigma_x^2 / \sigma_X^2$  или  $k = \sigma_y^2 / \sigma_Y^2$ .

Значения поправок  $\Delta X_i$  и  $\Delta Y_i$  для случая  $k=0.25$  (т. е. в качестве опорного используется каталог, аналогичный SAOC,  $\sigma_x=\sigma_y=0.62''$ ) приводятся на рис. 1. По оси абсцисс отложены значения заданных случайных ошибок  $\xi_x$  и  $\eta_y$ , а по оси ординат — вычисленные поправки. Вид зависимости свидетельствует о близости этих величин.

Далее вычисляются оценки  $\hat{X}_{ri} = X_i + \Delta X_i$ ,  $\hat{Y}_{ri} = Y_i + \Delta Y_i$ , которые можно сравнить с истинными значениями идеальных координат  $X_{ri}$ ,  $Y_{ri}$  и оценить их дисперсии  $D_{\hat{X}}$  и  $D_{\hat{Y}}$ . На рис. 2 сплошной линией представлена зависимость  $Q = (Q_X + Q_Y)/2$ , где  $Q_X = \sigma_x^2 / D_{\hat{X}}$ ,  $Q_Y = \sigma_y^2 / D_{\hat{Y}}$ , от  $k$ . Величина  $\sqrt{Q}$  показывает, во сколько раз точнее улучшенные координаты по сравнению с положениями звезд в опорном каталоге.

**О сравнении нового метода обработки астронегативов с традиционным.** Интересно сравнить предложенный метод с обычным традиционным способом, основанным на решении методом наименьших квадратов систем условных уравнений типа:  $X = ax + by + c$ ,  $Y = dx + ey + f$  по каждой пластинке отдельно с дальнейшим усреднением координат общих звезд на всех

пластинках. Полученный таким образом каталог тангенциальных координат ( $X_i^{\text{обыч}}, Y_i^{\text{обыч}}$ ) можно сравнить с каталогом, созданным по новой методике — ( $\hat{X}_{ri}, \hat{Y}_{ri}$ ).

На рис. 2 приведена зависимость от  $k$  величины  $Q = (Q_{\hat{X}^{\text{обыч}}} + Q_{\hat{Y}^{\text{обыч}}})/2$ , где  $Q_{\hat{X}^{\text{обыч}}} = \sigma_x^2/D_{\hat{X}^{\text{обыч}}}$ ,  $Q_{\hat{Y}^{\text{обыч}}} = \sigma_y^2/D_{\hat{Y}^{\text{обыч}}}$ . Из графика видно, что новый метод определения поправок координат звезд имеет преимущество перед традиционным методом. Проверка по  $F$ -критерию показала, что раз-

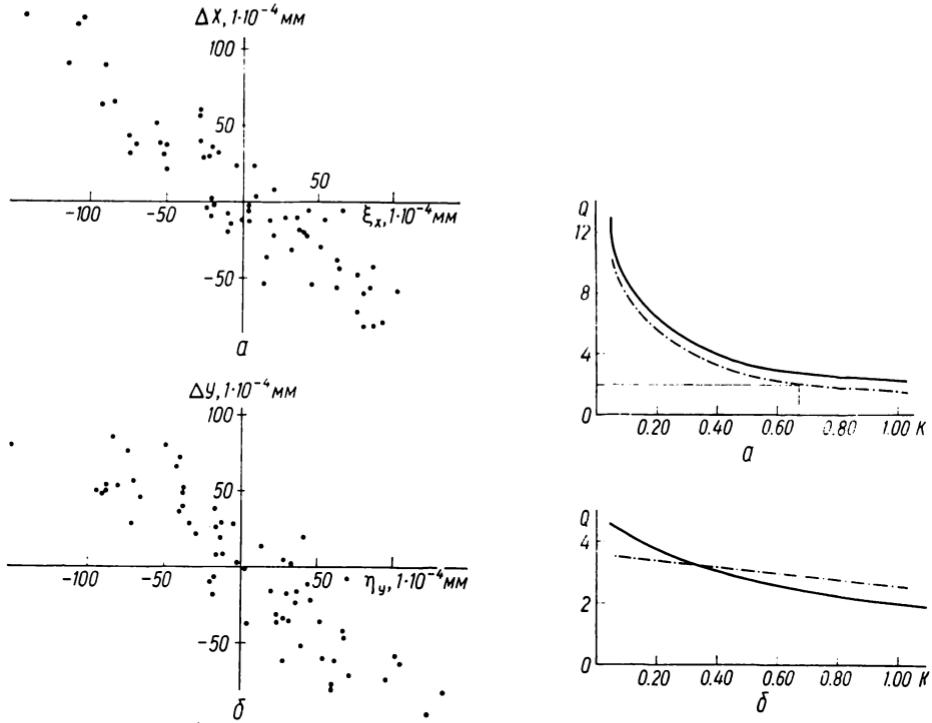


Рис. 1. Зависимость вычисленных поправок координат звезд опорного каталога от заданных значений случайной последовательности:  $a$  —  $\Delta X$  от  $\xi_x$ ;  $b$  —  $\Delta Y$  от  $\eta_y$

Рис. 2. Зависимость точности вычисленных координат от соотношения между точностью измеренных координат и точностью координат звезд в опорном каталоге (сплошная линия — новый метод, штрихпунктирная — традиционный метод):  $a$  — модель 1 ( $N=63$ );  $b$  — модель 2 ( $N=18$ )

личие дисперсий улучшенных координат, определенных с помощью этих методов, можно считать значимым с вероятностью 80 %.

Если ограничиться условием  $Q_{\text{крит}}=2.0$ , можно полагать, что значимое улучшение точности опорного каталога в случае применения нового метода возможно для всех рассматриваемых вариантов  $k$ , а в случае применения традиционного метода — для опорных каталогов, ошибка координат звезд в которых в 1.3 раза ( $k=0.67$ ) и больше превышает ошибку «измеренных» координат звезд.

Предложенный метод улучшения опорного каталога не имеет преимуществ при малом количестве звезд на пластинке, о чем свидетельствуют расчеты, сделанные для аналогичной модели с 4-кратным перекрытием, когда на рабочем поле всех пластинок было 18 звезд из общего списка, а количество звезд на пластинке равно 8 (модель 2). Результаты представлены на рис. 2. Новый метод для этой модели дает некоторое преимущество только в случае, когда ошибка опорного каталога приблизительно в два раза превышает ошибку измерений.

Следует отметить, что сделанные в данной работе выводы относятся только к принятой схеме перекрытия четырех пластинок. В случае перекрытия большего числа пластинок, когда подавляющее число звезд будет иметь изображения более чем на одной пластинке, результаты, возможно, будут другими.

1. Курьянова А. Н., Яценко А. И. Об испытании нового метода совместного определения постоянных пластинок и координат звезд по астрофотографиям. I. Модель одиночной пластиинки // Кинематика и физика небес. т.л.— 1985.— 1, № 5.— С. 48—52.
2. Яцкис Я. С., Курьянова А. Н. Об одном возможном способе обработки измерений астрофотографий // Там же.— 1, № 1.— С. 18—26.
3. Eichhorn H. Über die Reduction von photographischen Sternpositionen und Eigenbewegungen // Astron. Nachr.— 1960.— 285.— S. 223—237.

Глав. астрон. обсерватория АН УССР,  
Киев

Поступила в редакцию 02.06.86,  
после доработки 04.07.86

## РЕФЕРАТ ПРЕПРИНТА

УДК 524.52

### ЭВОЛЮЦИЯ СВЕРХЗВУКОВОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ГИГАНТСКИХ МОЛЕКУЛЯРНЫХ ОБЛАКАХ / Огульчанский Я. Ю.

(Препринт / АН УССР, Ин-т теорет. физики; ИТФ-87-24Р)

Рассматривается эволюция сверхзвуковой турбулентности в гигантских молекулярных облаках (ГМО). Исходя из предположения, что при выделении ГМО из сверхоблаков происходит быстрое охлаждение вещества, ставится задача гидродинамической эволюции среды из начального состояния, соответствующего турбулентной несжимаемой жидкости. Так как характерные турбулентные скорости в холодных облаках существенно превышают скорость звука, то уравнения гидродинамики для газовой среды в молекулярных облаках приводятся к трехмерному аналогу уравнения Бюргерса (УБ), согласно которому эволюцию среды можно рассматривать как совокупность одномерных потоков, подчиняющихся обычному УБ. Предполагая начальную турбулентность однородной и изотропной на масштабах  $l < L = 10$  пк, с использованием свойств решения УБ показано, что начальный кольмогоровский спектр  $k^{-5/3}$  для волновых чисел в промежутке  $k_{\min} = 2\pi/L < k < k_{\max} = 2\pi/l_c$  ( $l_c = 0.05—0.1$  пк — масштаб, характерные скорости для которого равны скорости звука) эволюционирует к спектру  $k^{-2}$ . При этом характерное время эволюции зависит от волнового числа  $k$  (или от характерного размера  $l$ ):  $t_{\text{дв}} = 2.5 \cdot 10^5$  лет ( $l/l_c$ ) $^{2/3}$ . Рассмотрена начальная стадия образования комков вещества и установлен верхний предел их плотности:  $\rho_{\max}/\rho_0 \sim 5 \cdot 10^5$ . Определено, что характерное время дисципации турбулентности в гигантских молекулярных облаках  $t_d \sim 2 \cdot 10^7$  лет.