

УДК 523.64:523.489

Происхождение и динамика кометной системы

В. В. Радзиевский

Развивается гипотеза о происхождении почти параболических комет путем извержения ледяной коры массивными трансплутоновыми планетами или их спутниками. Получен интеграл Якоби и критерий Тиссерана для средних арифметических значений параметров орбит множества третьих тел. Установлен критерий генетической близости комет. Предсказаны и подтверждены статистикой новые эффекты в распределении комет по различным параметрам. Доказана теорема: период материнской планеты равен производной кинетического момента индивидуальной кометы по ее полной энергии (теорема распространена на средние значения момента и энергии системы комет). Получены формулы для определения большой полуоси и массы материнской планеты. Приведены аргументы в пользу того, что наиболее массивная планета X_1 имеет массу около 50 земных масс и обратное движение ($i=140^\circ$) с периодом около 2000 лет. Видимая величина и координаты планеты X_1 в данную эпоху составляют $\alpha=4^h$, $\delta=-35^\circ$, $m=17-18^m$. Все результаты получены методами кометной статистики и поэтому имеют вероятные отклонения порядка 10° для углов и 20—30 % для других величин.

THE ORIGIN AND DYNAMICS OF THE COMETARY SYSTEM, by Radzievskij V. V.

The hypothesis on the origin of nearly parabolic comets in the course of the icy crust eruption by the massive transplutonian planets or their moons is developed. The Jacoby integral and the Tisserand criterion are obtained for the arithmetic mean values of the orbital parameters of the multiplicity of third bodies. The criterion of the genetic kindred of the comets is determined. The number of new effects in comets distribution by various parameters is predicted and corroborated statistically. The theorem is proved: the orbital period of the parent planet is equal to the derivative of the kinetic momentum of the comet's system by its total energy. The formulae for the calculation of the orbit semi-major axis and the mass of the parent planet are obtained. It is argued that the most massive planet X_1 has a mass of order $10 m_\oplus$ and the retrograde motion ($i=140^\circ$) with the period of about 2000 years. The apparent magnitude and coordinates of planet X_1 are now: $V=17-18^m$; $\alpha=4^h$, $\delta=-35^\circ$. All the results are obtained by statistical methods and their probable errors are $\sim 10^\circ$ for the angles and 20—30 % for other values.

Важным преимуществом кометной космогонии является обилие статистического материала. В наиболее точном кометном каталоге [14] содержатся элементы и другие параметры орбит 710 комет, включая 589 почти параболических. Сведения о последних недавно пополнились каталогом [8], в котором представлены элементы орбит в лапласовой и галактической системах координат, константы Тиссерана, компоненты гелиоцентрического кинетического момента и многие другие характеристики (свыше 25 параметров для каждой кометы). Опубликованы атлас кометных полюсов и перигелиев [1], описание кометного глобуса [7], подробный каталог почти параболических комет в эклиптических координатах [3], а также каталог короткопериодических комет во многих появлениях [2].

Применение методов кометной статистики привело автора к выводу о существовании массивных трансплутоновых планет, которые либо переизвергают случайно встреченные ядра комет, либо, что более вероятно, извергают фрагменты своей (или своих спутников) ледяной коры по схеме, обоснованной в работе [13]. Статистическими методами показано также, что практически все короткопериодические кометы были извергнуты или переизвергнуты сферой действия Юпитера и что статистический вклад других планет ничтожен. Применение статистического метода иллюстрируется ниже на примере «переоткрытия» Юпитера, основные характеристики орбиты которого будут определены с ошибкой, не превышающей 10 %.

Вместе с тем характеристики трансплутоновых планет, полученные статистическим путем, существенно отличаются от параметров, выведенных на базе строгой теории возмущений [12, 15]. Попутно отметим: в работе [15] убедительно показано, что метод строгой теории возмущения применительно к более далеким планетам, чем Плутон, практически исчерпан.

Статистический метод в принципе не способен привести к строгим решениям проблемы: его результаты всегда содержат вероятные отклонения. Но в этом состоит и преимущество данного метода. Он допускает использование грубо приближенных, но простых для исследования моделей. Структура алгоритма применения статистического метода: 1. Строится приближенная модель. Например, орбиты планет принимаются круговыми, компланарными и т. п. 2. Устанавливается способ поступления комет в Солнечную систему в рамках одной из гипотез. 3. Выявляются ожидаемые эффекты в распределении комет по параметрам орбит. Проводится сравнение с наблюдаемым распределением (с учетом селекции) и оценивается вероятность случайности совпадений, если таковые обнаружены.

Особенно весомым показателем близости исходной модели к реальной картине может служить предсказание неизвестных ранее эффектов в распределении комет по различным параметрам.

У кометной статистики отмечаются две основные трудности: эффекты селекции и быстрое возмущение элементов кометных орбит в период после рождения с потерей их генетических признаков.

Об эффектах селекции следует всегда помнить, учитывать их и при возможности использовать. Именно эффекты селекции позволили нам получить подходящую формулу для определения периода материнской планеты по элементам кометной орбиты.

Быстрое возмущение оскулирующих элементов a , e , i , Ω , ω , q (в обычных обозначениях) заставляет нас шире использовать в статистике «реликтовые» параметры кометных орбит. К ним относятся (в порядке стабильности): 1) P — орбитальный период материнской планеты, или критерий генетической близости комет; 2) C — постоянная Якоби; 3) C_T — параметр Тиссерана, или критерий тождественности комет.

Для установления четкой взаимосвязи между реликтовыми параметрами воспроизведем вывод интеграла Якоби в оскулирующих элементах и попутно покажем возможность безынтегрального качественного анализа некоторых характеристик движения малого тела. Дифференциальное уравнение движения малого тела (кометы) в системе, связанной с Солнцем и планетой, в рамках ограниченной круговой задачи трех тел в оскулирующих элементах орбиты кометы имеет вид

$$d(\mu_1/a) + 2d[\omega \sqrt{\mu_1(1+e)q} \cos i] + d(2\mu_2/r_2) = 0, \quad (1)$$

где $\omega = \mu_1^{1/2} A^{-3/2}$ — угловая скорость планеты (A — радиус ее орбиты); μ_1 и μ_2 — гравитационные параметры Солнца и планеты; r_2 — планетоцентрическое расстояние кометы.

Примем за единицу времени — год, длины — а. е. и введем следующие безразмерные величины:

$$H = -a^{-1}, \quad Q = 2 \sqrt{(1+e)q} \cos i, \quad \Pi = 2m_2/m_1 r_2, \quad (2)$$

где H — удвоенная энергия кометы, отнесенная к модулю энергии Земли; Q — удвоенный кинетический момент кометы в проекции на ось эклиптики в моментах Земли; Π — удвоенный потенциал поля планеты на расстоянии r_2 от нее в потенциалах Солнца на орбите Земли.

Подставим (2) в (1) и разделим результат на квадрат линейной скорости планеты μ_1/A . Это дает

$$-AdH + A^{-1/2}dQ + Ad\Pi = 0. \quad (3)$$

Учитывая, что первая производная обладает всеми свойствами дроби (в отличие от второй производной, являющейся оператором), и пренебрегая Π , как делается при выводе формулы Тиссерана, получаем безынтегральное доказательство теоремы: период возмущающей планеты равен производной кинетического момента в проекции на ось орбиты планеты по полной энергии кометы

$$P = A^{3/2} = \frac{dQ}{dH}. \quad (4)$$

Более точное выражение

$$P = \frac{dQ}{dH - d\Pi}. \quad (5)$$

Неопределенный интеграл уравнения (3) дает постоянную Якоби в безразмерном выражении, т. е. отнесенную к квадрату линейной скорости планеты

$$C = -AH + A^{-1/2}Q + A\Pi = 0, \quad (6)$$

причем первые два члена правой части (6) образуют параметр C_T

$$C_T = -AH + A^{-1/2}Q = A/a + 2\sqrt{(1+e)q/A} \cos i. \quad (7)$$

Таким образом, связь между реликтовыми параметрами имеет вид

$$C = C_T + P^{2/3}\Pi. \quad (8)$$

Если вычислить определенный интеграл от (3), то получим уравнение без постоянной интегрирования

$$-A(H_2 - H_1) + (Q_2 - Q_1)/\sqrt{A} + A(\Pi_2 - \Pi_1) = 0. \quad (9)$$

Возможность пренебречь здесь третьим членом становится более очевидной, ведь H и Q определяем из наблюдений кометы вблизи Солнца на приблизительно равных от планеты расстояниях и вдали от нее. Следовательно, третий член (9) представляет собой разность малых и почти равных потенциалов планет. Пренебрегая им, получаем

$$P = \Delta Q/\Delta H. \quad (10)$$

Этот способ определения периода материнской планеты был описан в работах [6, 9, 10]. Применение его к короткопериодическим кометам в разных появлениях привело к среднему значению $A=5.2$.

Рассмотрим ограниченную задачу множества третьих тел, имеющих в модельной постановке хаотическое распределение положений и планетоцентрических скоростей движений.

Запишем уравнение (3) для каждого малого тела и почленно сложим полученные уравнения. При этом третий член выпадает еще до интегрирования (3) в силу различия знаков dr_2 .

Взяв неопределенный интеграл и разделив каждый из его членов на число малых тел, получим интеграл Якоби для средних арифметических значений параметров кометных орбит, в котором среднее значение постоянной Якоби (\bar{C}) будет уже точно совпадать со средним значением постоянной Тиссерана

$$\bar{C} = \bar{C}_T = -A\bar{H} + \bar{Q}/\sqrt{A}. \quad (11)$$

Аналогично определенный интеграл дает

$$P = \Delta\bar{Q}/\Delta\bar{H}. \quad (12)$$

Уравнения (11) и (12) имеют первостепенное значение в исследовании поставленной задачи. Они позволяют вычислить большую полуось и период обращения планеты. Входящие в эти уравнения средние значения параметров \bar{Q} и \bar{H} находятся по данным каталогов, и если известно среднее значение \bar{C} , то из (11) легко определить два корня для A . Выбору корня поможет уравнение (12), дающее менее точный результат. Таким образом, задача сводится к независимому определению \bar{C} .

Максимальное значение C_{\max} для частиц, способных покинуть сферу Хилла, хорошо известно из небесной механики. Оно заключено в пределах от 3.00 (для планет земной группы) до 3.03 (для Юпитера). При приближительных расчетах обычно принимают $C_{\max}=3.0$.

Значительно труднее понять, что для доступных открытию комет существует и минимальное значение C_{\min} при условии различия знаков Q и H . Если такие кометы извергаются далекой планетой, то их орбиты неизбежно близки к параболам. Отбирая для статистики кометы с $H \approx 0$, мы искусственно стандартизируем величину \bar{H} . Среднее

значение $\cos i$ мало отличается от $1/\sqrt{3}$ в силу приближительной равномерности распределения полюсов орбит. В широком диапазоне могла бы меняться лишь величина q . Но условием открытия является $q < q_0$. Откуда $Q < 2\sqrt{2}q_0$ и $C < (-AH + 2\sqrt{q_0/A})$. Таким образом, чем меньше C , тем в среднем легче открываются кометы данной системы.

Построим кривую $\bar{C} = f(A)$ при заданных значениях \bar{Q} и \bar{H} . Эта кривая будет асимптотически приближаться к оси ординат при $A \rightarrow 0$, с увеличением A — проходить через точку $C_{\min} = -3\bar{H}^{1/3}(\bar{Q}/2)^{2/3}$ при $A_0 = (-\bar{Q}/2\bar{H})^{2/3}$, а затем удаляться от обеих осей, обрываясь при $C = 3.0$. Если у гипотетической планеты $A = A_0$, то это значит, что при заданных \bar{Q} и \bar{H} величина \bar{C} минимальна (меньше не может быть). Если допустить, что $A \neq A_0$, то по отношению к такой планете \bar{C} не будет минимальным: она могла бы быть и меньше, даже меньше величин \bar{Q} и q . Но по каким-то неизвестным причинам мы не открыли кометы с меньшими значениями q . Все изложенное позволяет высказать гипотезу о том, что у открываемых комет с большим периодом величина C — минимальная. Следовательно, радиус орбиты материнской планеты хорошо определяется приведенной выше формулой, что будет проиллюстрировано на примере Юпитера.

Возможна и чисто динамическая интерпретация C_{\min} . При $C < C_{\min}$ скорость извержения или «перезвержения» (во всех случаях имеется в виду скорость после прекращения действия сейсмических сил, если они вообще существовали) слишком велика, чтобы могло выполняться наблюдаемое соотношение между Q и H , которое в перигелии обязано удовлетворять условию $Q/q \leq 2V_{\pi} = 2\sqrt{2}q + \bar{H}$.

Если скорости извержения комет подчиняются нормальному распределению, то среднее значение \bar{C} на участке, близком к максимуму, должно мало отличаться от полусуммы предельных значений C . Таким образом, если извергнутые кометы открыты все без исключения, то период материнской планеты находится по формуле

$$\frac{3}{2} [1 - \bar{H}^{1/2} (\bar{Q}/2)^{2/3}] = -A\bar{H} + \bar{Q}/\sqrt{A}. \quad (13)$$

Для комет с большими периодами вместо (13) будем иметь

$$-3\bar{H}^{1/3} (\bar{Q}/2)^{2/3} = -A\bar{H} + \bar{Q}/\sqrt{A}. \quad (14)$$

До сих пор мы полагали, что неизвестная материнская планета движется в плоскости эклиптики. Допустим теперь, что эта планета имеет прямое движение, но в плоскости, составляющей угол i_x с эклиптической. Параметр H останется без изменения, а параметр Q изменится только за счет изменения среднего значения $\cos i$.

Рассмотрим два экстремальных случая: 1. Полюсы кометных орбит равномерно распределены по небесной сфере. В этом случае среднее значение $\cos i$ для прямых орбит по отношению к любой плоскости будет одинаковым ($\overline{\cos i} = 1/\sqrt{3}$). 2. Все прямые полюсы сконцентрированы в прямом полюсе орбиты планеты. В этом случае следовало бы иметь $\cos i = 1$, а его значение, отнесенное к эклиптике, будет равно $\cos i_x$. Следовательно, по формуле (12) получим заниженное значение периода (в $\sec i_x$ раз). В промежуточном случае найденный период будет отличаться от истинного коэффициентом, заключенным между единицей и $\cos i_x$.

Если планета движется в плоскости эклиптики, но в обратном направлении, то каталожные значения углов наклона кометных орбит будут дополнительными до 180° к требуемым углам наклона. В этом случае изменится только знак $\cos i$ при сохранении его модуля.

По отношению к планете с обратным движением формулы (11), (12) примут вид

$$-A\bar{H} - \bar{Q}/\sqrt{A} = \bar{C}, \quad P = -(\bar{Q}_2 - \bar{Q}_1)/(\bar{H}_2 - \bar{H}_1), \quad (15)$$

откуда следует, что полученное по формуле (12) отрицательное значение периода свидетельствует об обратном движении возмущающей планеты.

Необходимо отметить, что по отношению к такой планете аналитический минимум константы C будет существовать только у комет с обратным движением.

Наконец, если планета движется в обратном направлении, но под углом i_x к эклиптике, то формулы (15) дадут заниженное значение периода в тех же пределах, что и формулы (12—14) для комет с прямым движением.

Допустим, что параметры $\bar{H}_1, \bar{H}_2, \bar{Q}_1, \bar{Q}_2$, по которым определяем, пользуясь формулой (12), период возмущающей планеты P_0 , в промежутке подвергались воздействию планет P_1, P_2, \dots, P_n и т. д. Что в этом случае даст формула (12)?

После встречи с каждой из планет будут справедливы соотношения

$$\begin{aligned} P_1 (\bar{H}_1 - \bar{H}_0) &= \bar{Q}_1 - \bar{Q}_0, \\ P_2 (\bar{H}_2 - \bar{H}_1) &= \bar{Q}_2 - \bar{Q}_1, \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ P_n (\bar{H}_n - \bar{H}_{n-1}) &= \bar{Q}_n - \bar{Q}_{n-1}. \end{aligned}$$

Суммируя, находим $\Sigma P_i \Delta \bar{H}_i = \bar{Q}_n - \bar{Q}_0$, откуда

$$P_0 = \frac{\bar{Q}_n - \bar{Q}_0}{\bar{H}_n - \bar{H}_0} \frac{\Sigma \bar{P}_i \Delta \bar{H}_i}{\Sigma \Delta \bar{H}_i}. \quad (16)$$

Таким образом, найденный по формуле (12) период будет средним взвешенным значением периодов всех планет, участвовавших во взаимодействии, а весом каждой планеты будет ее вклад в энергетический баланс кометной системы.

От определения периода материнской планеты перейдем к поискам плоскости ее орбиты. Начнем изучение этого вопроса с качественного анализа задачи. Пусть некоторая планета извергает кометы во всевозможных направлениях. Кометы с обратным движением обязательно окажутся позади планеты. Кометы с прямым движением также отстанут от нее по условиям селекции: чтобы быть открытой, комета должна иметь достаточно маленькую величину q и ее трансверсальная скорость после выхода из сферы действия планеты должна быть меньше круговой скорости последней.

Двигаясь впереди кометы, планета создает крутящий момент силы, коллинеарный в среднем с собственным кинетическим моментом, поскольку проекция момента силы на плоскость орбиты в среднем для комет, находящихся над и под этой плоскостью, взаимно компенсируются.

Планета с прямым движением будет увеличивать, а с обратным — уменьшать параметр Q извергнутой кометы. Увеличение Q у кометы с прямым движением означает рост q , e и $\cos i$. Излишнее увеличение q сделает комету неоткрываемой, e — превратит ее в гиперболическую и выбросит из Солнечной системы, $\cos i$ — приведет к подтягиванию прямого полюса орбиты кометы к прямому полюсу орбиты планеты. Таков механизм концентрации прямых полюсов комет в сегменте с центром в прямом полюсе планеты.

Если комета имеет обратное движение и $Q < 0$, то увеличение Q означает либо уменьшение q и e , либо уменьшение модуля $\cos i$. Последнее приведет к деконцентрации обратных полюсов кометных орбит из полярной области планеты и переместит их в соседнее с сегментом кольцо небесной сферы. Аналогично планета с обратным движением вызывает концентрацию кометных полюсов в своих одноименных полюсах и деконцентрацию в разноименных.

У обратных по отношению к планете комет процесс деконцентрации обратных полюсов усугубляется эффектом рандеву, математическое описание которого содержится в работе [5]. Здесь воспроизведем лишь краткое качественное изложение сущности эффекта.

Если извергнутая параболическая комета имеет наклон, близкий к нулю, и ее прямой полюс совпадает с прямым полюсом планеты, то повторная встреча такой кометы с планетой после первого прохождения через перигелий исключена. Ее прямой полюс сохраняется. При наклоне $i = 180^\circ$ (обратный полюс кометы совпадает с прямым полюсом планеты) и $q = 0.065 A$ комета после прохождения через перигелий встречается с планетой и погибает вместе с обратным полюсом своей орбиты. Так возникает дополнительный дефицит обратных полюсов в сегменте с центром в прямом полюсе планеты. Если условия $i = 180^\circ$ и $q = 0.065 A$ выполняются лишь приблизительно, то в процессе рандеву комета входит в сферу действия планеты и может существенно изменить наклон орбиты с удалением обратного полюса из сегмента рандеву.

Таким образом, сегмент рандеву, т. е. область небесной сферы с резко выраженным дефицитом обратных и избытком прямых полюсов, показывает своим центром полюс орбиты планеты, которая внесла наиболее заметный вклад в формирование эле-

ментов орбит кометной системы. Обязательным признаком того, что описанное распределение — следствие эффекта рандеву, служит избыток обратных полюсов в кольце, прилегающем к сегменту.

Рассмотрим этот же вопрос с учетом количественных взаимосвязей между H , Q , C и C_T на примере индивидуальной кометы. Одновременно выясним механизм перекачки энергии от H к Q/P и обратно. Промежуточным агентом этого процесса является потенциал Π .

В самом деле, как видно из (6), с приближением кометы к планете ($dr_2 < 0$) Π увеличивается, а C_T уменьшается, обращаясь в нуль на поверхности нулевого значения параметра Тиссерана. Сферу, заключенную внутри поверхности $C_T = 0$, уместно назвать сферой радикального действия (СРД) планеты или даже сферой рождения комет. Побывав в этой сфере, кометы до неузнаваемости изменяют свои элементы, так как направление входа в СРД у них ничем не ограничено, а направление выхода открываемых комет регламентируется условиями селекции.

Радиус СРД, определяемый из условия $A\Pi = C$, равен

$$r_0 = 2Am_2/m_1C, \quad (17)$$

откуда видно, что СРД прямых планет существует только для комет с положительным значением константы Якоби и наоборот.

По данным каталога [8], средние значения положительных констант Якоби для почти параболических комет составляют $C_{24} = 0.654$, $C_{\xi} = 1.470$. Подставляя эти данные в (17), находим радиус СРД Юпитера $r_0 = 2.3 \cdot 10^6$ км, в то время как для Земли он равен 600 км.

Таким образом, Земля и планеты ее группы не способны обратить в нуль C_T и вызвать радикальное изменение элементов средней параболической кометы.

Для оценки массы материнской планеты необходимо ввести понятие сферы ее заметного влияния (СЗВ), при попадании в которую кометы претерпевают заметное в статистическом смысле изменение элементов орбит. Критерием «заметности» может служить накопление выходящих за рамки случайных отклонений эффектов в распределении комет по параметрам орбит.

Рассмотрим параболическую комету ($H = 0$), которая приближается к планете из бесконечности ($\Pi_{\infty} = 0$) на расстоянии r_2 , в среднем не меняя H . Как следует из (6), изменение Q у этой кометы составит

$$\Delta Q = -A^{3/2}\Pi = -\frac{2m_2A^{3/2}}{m_1r_2}. \quad (18)$$

Пусть далее изменение ΔQ достигло на расстоянии r_2 заметного предела. Тогда угловой гелиоцентрический радиус СЗВ будет определяться соотношением

$$\rho = \arcsin(r_2/A) = \arcsin\left(-\frac{2m_2A^{1/2}}{m_1\Delta Q_0}\right). \quad (19)$$

Во всех наших статистических результатах вероятное отклонение для углов составляет 10° . Половину этого отклонения будем считать заметным. Из формулы (12) следует, что для планет с большим периодом $\Delta Q \gg \Delta H$. Таким образом, если у параболической кометы после взаимодействия с планетой мало изменилось H , а следовательно, также e и q , то изменение Q в основном определяется $\cos i$. К тому же выводу можно прийти на основании качественного анализа уравнений Ньютона: изменение a и e требует наличия радиальной и трансверсальной сил, которые изменяют свой знак после прохождения кометы через трипланетную точку. Изменение угла наклона происходит под влиянием бинормальной силы, которая может иметь одинаковый знак до и после сближения кометы с планетой, что приводит к накоплению эффекта в изменении i .

Если учесть, что эффект рандеву проявляется для комет с $|\cos i| \approx 1$, и использовать среднее значение $\bar{q} = 0.85$, то по формуле (2) получим $\Delta Q = 2.6 \cos i = 2.6 (1 - \cos 5^\circ) = 10^{-2}$. Подставляя значение ΔQ_0 в (19) и выражая m_2 в земных массах, окончательно получим

$$m_2 = 1700 \sin \rho / \sqrt{A}, \quad (20)$$

где ρ — радиус СЗВ, равный радиусу сегмента рандеву в силу следующего очевидного

положения: если полюс орбиты кометы лежит на границе сегмента рандеву, то ее плоскость касается СЗВ и составляет угол $i = \rho$.

Перейдем к изложению результатов обработки статистического материала. В статьях [1, 5, 7] описано положение нескольких очагов рандеву. Данные о трех наиболее мощных (по признаку малой вероятности случайности) приводятся в табл. 1. В первой графе таблицы представлены L и B — эклиптические координаты центра сегмента (он же — полюс орбиты планеты); ρ_1 — радиус сегмента; ρ_2 — внешний радиус кольца; n_s^+ и n_s^- — число прямых и обратных полюсов в сегменте; n_r^+ , n_r^- — то же, в кольце; W — вероятность случайного совпадения избытка n_s^+ в сегменте и n_r^- в кольце; i и Ω — наклон и восходящий узел орбиты по эффекту рандеву; i' и Ω' — то же, по эффекту «Млечного пути» (см. ниже); m — масса (в ед. m_\odot); V — видимая величина планеты.

Таблица 1. Параметры гипотетических планет

Параметр	Юпитер	Планета X_1	Планета X_2
L , град	—	347	180
B , град	90	—53	30
ρ_1 , град	20	22	18
$(\rho_1 - \rho_2)$, град	20—40	22—36	18—36
n_s^+	34	36	21
n_s^-	18	12	5
n_r^+	31	22	33
n_r^-	62	51	49
W	10^{-4}	10^{-6}	10^{-3}
$i(i')$, град	0	143 (137)	60 (52)
$\Omega(\Omega')$, град	—	77 (75)	270 (285)
m	225	50	40
V , зв.вел	—	17—18	17—18

Таблица 2. Средние значения параметров орбит короткопериодических комет и период материнской планеты

ΔP , год	n	$-\bar{H}$	\bar{Q}	$C_{\text{теор}}$	$P_{\text{д}}$, год	\bar{C}
10—200	31	0.1288	2.815	1.903	10.9	1.907
0—10	86	0.2868	3.004	2.797	11.6	2.808
0—6.65	43	0.3112	2.730	—	} 11.2	—
6.65—10	43	0.2623	3.278	—		

В полюсе эклиптики эффект рандеву для комет с $q > 1.4$ не проявляется. Поэтому во второй графе табл. 1 приведены данные, полученные по кометам с $q < 1.4$. В других — без ограничения q . Кроме того, в таблицу не вошли кометы с $P < 200$ лет. Практически все они дают резко выраженную концентрацию полюсов в полюсе эклиптики.

По этим кометам займемся «открытием» Юпитера, орбита которого по данным эффекта рандеву совпадает с эклиптической. Отбросив четыре кометы с обратным движением, разделим остальные 117 короткопериодических комет на две группы: с $P < 10$ лет и $P > 10$ лет и предположим, что кометы первой группы открыты полностью, а во второй группе открыты кометы лишь с минимальным значением C .

В табл. 2 приведены средние значения \bar{H} и \bar{Q} для комет каждой из групп. В первой строке таблицы указан период Юпитера, вычисленный по формуле (14). Он получился немного заниженным, так как в действительности в данную группу попали кометы не только с минимальными значениями C . Это видно из сравнения $C_{\text{теор}}$ со средним фактическим значением C , вычисленным уже после того, как Юпитер был «открыт» (последняя графа табл. 2). У комет, извергнутых далекой планетой, условие $\bar{C} = C_{\text{мин}}$ должно выполняться более строго.

Период Юпитера, приведенный во второй строке таблицы, вычислен по формуле (13). При этом получено два корня: 11.6 лет и 2.2 года. Для выбора корня кометы с $P < 10$ лет были разделены на две равные группы, и период Юпитера был определен по формуле (12). Его несколько заниженное значение (11.2 года) объясняется тем, что сепарация комет по признаку величины H произошла не только в ходе динамической эволюции орбит в поле Юпитера, но и вызвана случайным разбросом значений H при извержении. Вместе с тем близкое совпадение вычисленного и фактического периодов свидетельствует о высокой степени стандартности условий извержения. Период, указанный во второй строке, находится в пределах вероятных отклонений. Подставляя в (20) $\rho = 20^\circ$ и $A = 5.1$, находим массу Юпитера с ошибкой 20 %.

Итак, нами установлено, что практически все короткопериодические кометы извергнуты сферой действия Юпитера. Однако мы не получили ответ на вопрос, как они там оказались. Ограничимся пока лишь напоминанием, что существует много доводов [13] в пользу их рождения в сфере действия Юпитера. Нам пока удалось обнаружить только динамические трудности, вытекающие из гипотезы переизвержения.

Перейдем к поиску планет, породивших (по нашей гипотезе) почти параболические кометы. Таких планет должно быть по меньшей мере две: с прямым и обратным движением. Легко понять, что каждая планета извергает кометы преимущественно своего направления движения. Это, во-первых, видно на примере Юпитера, породившего кометы с прямым движением. Во-вторых, высказанное утверждение поддается математическому обоснованию. В самом деле, у двух комет с одинаковыми значениями модулей параметров, но отличающихся знаком $\cos i$, константы Якоби будут отличаться на величину $\Delta C = C_+ - C_- = 2Q/\sqrt{A} = \Delta V^2_\infty$, где V_∞ — остаточная скорость после удаления кометы из сферы действия планеты. Для выброса кометы с обратным движением требуется значительно большая скорость извержения, и при нормальном распределении скоростей выброса таких комет должно быть меньше. Между тем из 589 почти параболических комет 305 имеют обратное движение.

Афелии комет, особенно извергнутых далекими планетами, должны находиться неподалеку (в угловом смысле) от трассы материнской планеты, образуя своего рода «Млечный путь» кометных афелиев. Если кометы извергаются с постоянной интенсивностью, то должен возникать максимум перигелиев вблизи узлов орбит материнских планет. Хорошо известные максимумы перигелиев существуют в квадрантах эклиптики с долготами вершин (L) 270 и 90°. Но именно с этими долготами и совпадают в среднем узлы обеих планетных орбит, обнаруженных методом рандеву. При определении долготы перигелия он проектируется на эклиптику. Крутой наклон орбит вблизи узлов обеспечивает сгущение проекций в соответствующих квадрантах. При этом угол наклона орбиты i_p (без учета направления движения) легко находится из прямоугольного сферического треугольника с катетом 45°, опирающимся на эклиптику, с углом i_p в вершине Ω и гипотенузой, равной $90^\circ \frac{n_\Omega}{n}$, где n_Ω — число перигелиев в обоих узловых квадрантах эклиптики, а n — их полное число.

Выдвигавшиеся до сих пор гипотезы о причине концентрации перигелиев вблизи точек летнего и зимнего солнцестояния (сезонная селекция, приток комет из точек либрации Солнце — Галактика и др.) не выдерживали детального анализа и вступали в противоречие с другими известными фактами.

Предлагаемая нами простая геометрическая интерпретация этого феномена не только дает его естественное объяснение, но и предсказывает некоторые неизвестные ранее эффекты, подтверждаемые статистикой. Наиболее существенный из них связан с распределением комет по широте перигелия B .

По данным эффекта рандеву плоскости орбит обеих планет, имеющих узлы в точках солнцестояний, располагаются над эклипстикой в полусфере с вершиной \Uparrow и под эклипстикой в области точки осеннего равноденствия. Отсюда следует, что в пределах долгот $270^\circ < L < 90^\circ$ должны преобладать перигелии с $B > 0$, а в пределах долгот $90^\circ < L < 270^\circ$ — с $B < 0$.

На рис. 1 сплошная ломаная линия представляет зависимость от L общего числа перигелиев (n) в пределах квадранта эклиптики с долготой вершины L . Таким образом, каждые четыре точки этого рисунка, разделенные по абсциссе интервалом $\Delta L = 90^\circ$, образованы всеми 589 кометами, а промежуточные квадранты перекрываются с ними

«внахлестку». Такой метод, обоснованный в работе [4], позволяет легко убедиться в плавном характере изменения ординат, что служит наглядным аргументом против роли случайных отклонений.

Как следует из рис. 1, максимум перигелиев при $L=270^\circ$ выражен более резко, чем максимум при $L=90^\circ$. Это может быть следствием сложения геометрического эффекта с реальным преобладанием перигелиев молодых комет, недавно выброшенных одной из двух массивных планет при ее прохождении вблизи точки летнего солнцестояния ($L=90^\circ$).

О том, что система почти параболических комет не является стационарной и что средние значения параметров этой системы подвержены радикальным изменениям в

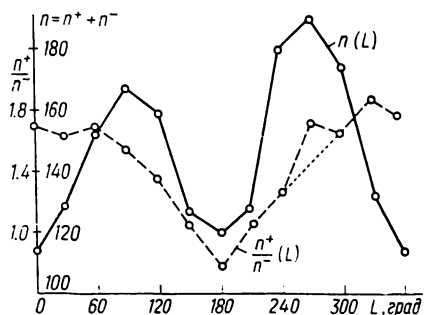


Рис. 1. Распределение почти параболических комет по долготе и широте перигелия

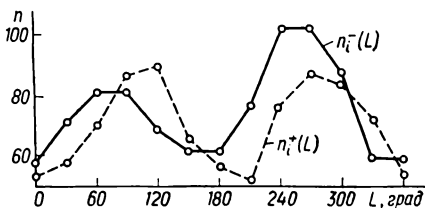


Рис. 2. Распределение комет с прямым и обратным движением по долготе

отрезках времени, соизмеримых, по-видимому, с периодами материнских планет, свидетельствует табл. 3. Для правомерности сравнения в таблицу включены только такие кометы, которые наши предки смогли бы открыть и сегодня ($q < 1.2$, $|\cos i| > 0.707$).

Как видно из табл. 3, до 1800 г. открывались преимущественно кометы с прямым движением с перигелием в направлении 90° . Максимум перигелиев в направлении 270° стал быстро возникать после 1800 г. включительно за счет комет с обратным движением. Это обстоятельство — серьезный аргумент в пользу того, что поступающие в текущем столетии кометы с обратным движением с перигелиями в точке зимнего солнцестояния были выброшены сравнительно недавно планетой X_1 из области своего восходящего узла. В числе этих комет знаменитые «царапающие» кометы Крейца.

Таблица 3. Распределение молодых и старых комет по i и L

T_0	$i < 45^\circ$	$i > 135^\circ$	$L = 270 \pm 90^\circ$	$L = 90 \pm 90^\circ$
До 1800 г.	39	19	19	39
После 1800 г.	39	69	59	49

Вернемся к рис. 1. Штриховая ломаная линия представляет зависимость от L отношения числа $n_{B>0}$ перигелиев с $B > 0$ к числу $n_{B<0}$ перигелиев с $B < 0$ в пределах тех же квадрантов эклиптики. Четко выраженный минимум в области $L=180^\circ$ свидетельствует о том, что соответствующие квадранты трасс обеих планет находятся здесь под эклиптикой. Напомним, что к этому выводу мы пришли ранее совершенно независимым путем. Избыток легко открываемых комет с $B > 0$ в районе Υ вызывает лишь незначительное ослабление минимума общего числа комет в этом направлении. Сам факт существования минимума, возникшего вопреки эффекту селекции, является весьма существенным аргументом в пользу геометрической интерпретации феномена. При любом другом объяснении максимумов кривой $n(L)$ они должны были бы сохраняться и для мало наклоненных к эклиптике орбит. Между тем, если взять кометы с $i < 25^\circ$ и $i > 170^\circ$ (всего 61 комета), то число комет в узловых (31) и промежуточных (30) квадрантах оказывается одинаковым. Это еще один довод в пользу нашей геометрической версии.

Для сепарации узлов и наклонов орбит планет X_1 и X_2 построим кривые $n(L)$ отдельно для прямых и обратных орбит (рис. 2). Кривая $n_+(L)$ имеет более правиль-

ный вид и одинаковые максимумы и минимумы. Характер кривой $n_i^-(L)$ свидетельствует о том, что кометы с обратным движением полностью ответственны за избыток комет при $L=270^\circ$ на общем графике (рис. 1).

По положению максимумов и минимумов на обеих кривых и по отношениям $n_{i\Omega}^+/n_i^+$ и $n_{i\Omega}^-/n_i^-$ определяем узлы и наклоны орбит планет X_1 и X_2 (табл. 1). В дальнейшем будем использовать средние арифметические значения Ω и i , полученные этими двумя независимыми методами.

Гипертрофированный максимум кривой $n_i^-(L)$ при $L=270^\circ$ еще раз свидетельствует о том, что он образован именно планетой X_1 , и что она находилась в эпоху

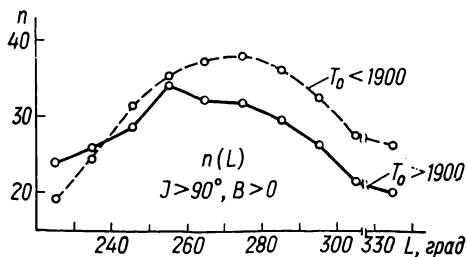
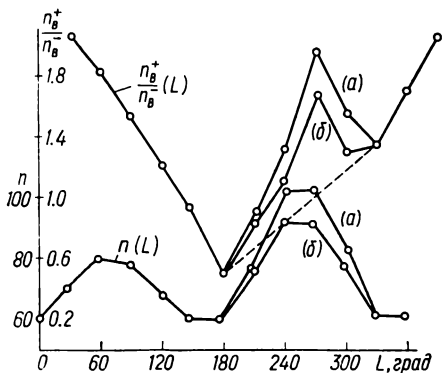


Рис. 3. Кривая зависимости n_B^+/n_B^- от L для комет с обратным движением

Рис. 4. Смещение максимума кривой $n_i^-(L)$ для комет с обратным движением за 150 лет

выброса соответствующих комет в точке с долготой $L=90^\circ$. Однако, зная наклон и узел ее орбиты, нетрудно определить широту планеты X_1 в ту же эпоху. Тогда она составляла $B=-12^\circ$. Следовательно, выбрасываемые ею кометы должны были иметь в среднем $B>0$. Поэтому, если построить зависимость n_B^+/n_B^- от L для комет с $i>90^\circ$, где n_B^+ и n_B^- — число комет с положительной и отрицательной широтой перигелия в квадранте эклиптики, ограниченном долготами $L\pm 45^\circ$, то «пик» над точкой с $L=270^\circ$ должен обостриться. Сравнение рисунков 1 и 3 превосходно подтверждает данный прогноз. Вероятность случайности пика на рис. 3, образованного сотней комет ($n_B^+=68$, $n_B^-=35$) близка к нулю ($8 \cdot 10^{-4}$). Если срезать этот пик (как показано штриховой линией на рис. 3), то оставшиеся кометы покажут четко выраженный геометрический эффект. Пик при $L=270^\circ$ является указателем места выброса ($L=90^\circ$) молодых комет, еще не успевших «размазаться» по всему графику. К этому пику относятся и кометы Крейца (линия a). Однако, если их исключить (линия b), то и место и характер пика остаются без изменения. Все это подтверждает идею о молодости комет Крейца.

Если гипертрофированный максимум кривой $n_i^-(L)$ в районе $L=270^\circ$ обусловлен сложением геометрического эффекта с эффектом выброса молодых комет, то этот максимум должен смещаться от одной эпохи к другой в сторону движения материнской планеты. Для проверки данного предположения мы отобрали кометы с $i>90^\circ$ и $B>0$, которые были разделены на две группы с $T_0>1900$ и $T_0<1900$. Различие средних эпох составляет около 150 лет. Для более тонкого разрешения максимумов графики зависимости числа молодых (n_y) и старых (n_a) комет от L были построены в районе общего максимума ($180^\circ < L < 360^\circ$) с шагом 10° . При получении результатов, представленных на рис. 4, мы подошли к пределам возможностей кометной статистики. Число комет, используемых при построении обоих графиков, понизилось до 91, вероятные отклонения возросли до 50 % по ординатам. И тем не менее чрезвычайно гладкий характер обеих кривых $n_y(L)$ и $n_a(L)$ внушает доверие к выдаваемой ими информации, которая состоит в том, что за 150 лет максимум сместился в нужном направлении на 20° . Такое смещение произошло в районе узла орбиты с наклоном 140° . Следовательно, сама планета сместилась за то же время на 26° , что соответствует периоду планеты X_1 около 2000 лет.

Время τ , в течение которого параболическая комета приходит в перигелий с расстояния $r=A$, определяется формулой Лагранжа

$$\tau = (\sqrt{2/3}\sqrt{\mu_1}) (A + 2q) \sqrt{A - q}. \quad (21)$$

По этой формуле легко находим, что при $A \gg q$ время τ составляет одинаковую долю периода планеты для любых значений A . Таким образом, пока комета, выброшенная планетой с орбиты произвольного радиуса A , придет в перигелий, сама материнская планета успеет продвинуться на 27° .

Кометы с $i > 90^\circ$ в среднем пришли из точки с $L = 90^\circ$ в 1880 г. За время их передвижения планета X_1 продвинулась в обратном направлении на 27° . Кроме того, за последние сто лет она дополнительно переместилась на 17° , а всего ее путь по орбите составил 44° (в проекции на эклиптику — 35°). Таким образом, легко находим, что в данную эпоху планета X_1 имеет координаты

$$\begin{array}{ll} \text{эклиптические} & L = 55^\circ, \quad B = +16^\circ; \\ \text{экваториальные} & \alpha = 4^h, \quad \delta = +35^\circ. \end{array} \quad (22)$$

В радиусе 15° от этой точки, совпадающей со звездой ξ Персея, следует искать планету X_1 (отметим, что ее годовое движение составляет около 0.2°).

Принимая радиус орбиты планеты X_1 равным 160 а. е. и учитывая, что она вызывает эффект рандеву в сегменте радиусом 22° [5], по формуле (20) находим массу X_1 (табл. 1). По известной массе путем экстраполяции данных таблицы из работы [11] получаем видимую величину X_1 , заключенную в пределах $17-18^m$.

Мы убедились в том, что формула (14) позволила с хорошей точностью получить период Юпитера. Для применения этой формулы к планетам X_1 и X_2 следовало бы преобразовать угловые элементы почти параболических комет к плоскостям орбит каждой планеты. Однако, наклоны и узлы их орбит известны нам с вероятным отклонением $\pm 10^\circ$. Поэтому ограничимся приближенной оценкой периодов планет X_1 и X_2 по каталогу [8], дающему готовые значения $Q/2$ относительно плоскости Лапласа (практически то же, что плоскость эклиптики) и значения $\frac{1}{2} Q \sec i_z$, а также i_g относительно плоскости Галактики.

Для планеты X_2 плоскость Галактики близка к собственной, поэтому в данном случае есть надежда получить лишь слегка заниженное значение периода P_2 .

Для планеты X_1 обе плоскости отклонены от собственной на $20-40^\circ$, что должно привести к значительно заниженному периоду P_1 .

При вычислении средних значений H и Q для обеих планет были отброшены 42 кометы с $|H| > 0.01$ по следующим соображениям: во-первых, для уменьшения дисперсии по H ; во-вторых, кометы с периодом менее 1000 лет подвержены значительному влиянию Юпитера. Результат обработки остальных 547 комет приведен в табл. 4.

Таблица 4. Средние значения \bar{Q} и \bar{H} в плоскости эклиптики (E) и Галактики (G) для планет X_1 и X_2

Планета	Плоскость	n	\bar{Q}	\bar{H}	P , год
X_1	E	288	-1.516	-0.000 46	-1650
X_1	G	263	-1.384	-0.000 56	-1240
X_2	E	259	+1.444	-0.000 61	+1180
X_2	G	284	+1.418	-0.000 50	+1420

В плоскости Галактики периоды обеих планет оказались взаимно заниженными. Поэтому период планеты X_1 в плоскости эклиптики оказался больше, чем в плоскости Галактики, хотя последняя и ближе к собственной плоскости планеты X_1 . Период планеты X_1 в плоскости эклиптики занижен в основном по геометрическим причинам. Таким образом, принятое нами значение $P_1 = 2000$ лет можно считать косвенно подтвержденным. По-видимому, не будет большой ошибкой принять для планеты X_2 близкое к P_1 значение периода, т. е. около 1800 лет.

Остановимся на вопросе, почему планета X_1 не была обнаружена при выполнении программы поиска трансеплутоновых планет в Ловелловской обсерватории. Напомним, что по невязкам в движении кометы Галлея в работе [12] рассчитано положение планеты с обратным движением (В) с $A=60$ а. е. и $m=3.7$ земных масс. Соответствующие возмущения кометы накапливались в основном в 1870-х годах, когда она находилась в районе афелия. В эту эпоху трансверсальные возмущения от гипотетических планет X_1 и В были одинаковыми по величине и направлению. Таким образом, ответственность за возмущение кометы Галлея вполне может быть возложена на планету X_1 . Но, будучи массивнее планеты В пропорционально отношению квадратов их расстояний от кометы в эпоху ее максимального возмущения, планета X_1 почти в три раза дальше от нас, чем планета В. Блеск планет пропорционален отношению $m^{2/3}/A^4$. Поэтому планета X_1 и не была открыта, хотя в период поисков она находилась на расстоянии около 30° от планеты В. Решающую роль сыграло различие в блеске на две величины.

В заключение хотелось бы поставить вопрос о возможном механизме образования планеты с обратным движением. Не связан ли он с повышенной скоростью осевого вращения комет-гигантов? И не являются ли планеты X_1 и X_2 продуктами ротационного распада некогда одиночной или двойной планеты?

Автор выражает благодарность Б. И. Фесенко и всем членам Рабочей группы Астрономического совета АН СССР по динамике комет и малых планет за обсуждение работы и полезные советы.

1. *Артемьев А. В., Радзиевский В. В.* Кометный атлас.— Горький, 1985.— 70 с. (Рукопись деп. в ВИНТИ; № 61 252—85—Деп.).
2. *Беллев Н., Карсак Л., Питтих Э., Пушкарев А.* Каталог периодических комет.— Братислава : Изд-во Словац. АН, 1986.— 408 с.
3. *Мамедов М. А., Радзиевский В. В.* Статистический каталог параметров орбит почти параболических комет.— Баку : Элм, 1986.— 99 с.
4. *Радзиевский В. В.* О систематических движениях В-звезд и о причине К-эффекта // Бюл. Всесоюз. астрон.-геод. о-ва.— 1949.— № 6.— С. 16—27.
5. *Радзиевский В. В.* Орбиты рандеву.— Горький, 1985. (Рукопись деп. в ВИНТИ; № 4558—85).
6. *Радзиевский В. В.* О существовании трансеплутоновых массивных тел с обратным движением // Анализ движения тел солнечной системы и их наблюдение.— Рига : Изд-во Латв. ун-та, 1986.— С. 126—143.
7. *Радзиевский В. В., Артемьев А. В., Левакова С. А. и др.* Кометный глобус для поиска R-эффекта.— Горький, 1985.— 13 с. (Рукопись деп. в ВИНТИ; № 4635—85—Деп.).
8. *Радзиевский В. В., Томанов В. П.* Статистический каталог параметров орбит долгопериодических комет в лапласовой системе координат.— М. : Всесоюз. астрон.-геод. о-во, 1985.— 132 с.
9. *Радзиевский В. В., Томанов В. П.* Новые применения критерия Тиссерана // Астрон. журн.— 1986.— 63, № 1.— С. 198—200.
10. *Томанов В. П.* Критерий Радзиевского — Тиссерана // Комет. циркуляр.— 1984.— № 328.— С. 4.
11. *Чеботарев Г. А.* Поиски трансеплутоновых планет с помощью периодических комет // Бюл. Ин-та теорет. астрономии.— 1972.— 13, № 3.— С. 145—147.
12. *Brady J. L.* The effect of a trans-Plutonian planet of Halley's comet // Publ. Astron. Soc. Pac.— 1972.— 84, N 498.— P. 314—322.
13. *Drobyshevski E. M.* The origin of the solar system: implications for trans-Neptunian planets, and the nature of the long-period comets // Moon and Planets.— 1978.— 18, N 2.— P. 145—194.
14. *Marsden B. G.* Catalogue of cometary orbits. Fourth Edition.— Cambridge, Mass : Smithson. Astrophys. observ., 1982.— 97 p.
15. *Seidelman P. K.* A dynamical search for a transplutonian planet // Astron. J.— 1971.— 76, N 8.— P. 740—742.

Горьков. пед. ин-т им. М. Горького,
Горький

Поступила в редакцию 21.03.86,
после доработки 23.06.86