

УДК 521.9

## Исследование дисторсии рефлектора АЗТ-3

А. В. Клабукова

По фотоснимкам скопления Ясли для рефлектора АЗТ-3 ( $D=45$  см,  $F=2.035$  м), специально не предназначенного для решения задач фотографической астрометрии, получен коэффициент дисторсии  $c = (0.489 \pm 0.001) \cdot 10^{-4}$  мм/мм<sup>3</sup>. После нахождения центра симметрии дисторсии аналитическим способом с точностью 0.1 мм и учета регулярной дисторсии поле диаметром 37' можно считать пригодным для определения положений одиночных объектов.

*THE INVESTIGATION OF FIELD DISTORTION OF THE REFLECTOR A3T-3, by Klabukova A V.—The field distortion coefficient  $c = (0.489 \pm 0.001) \cdot 10^{-4}$  mm/mm<sup>3</sup> has been obtained for the reflector ( $D=45$  cm,  $F=2.035$  m) specially not intended for photographic astrometry. After finding the centre of symmetry of distortion with the precision of 0.1 mm and accounting for the regular distortion the field with the diameter 37' becomes suitable for the determinations of positions of single objects.*

Рефлектор АЗТ-3 ( $D=45$  см,  $F=2.035$  м) на станции Маяки Одесской астрономической обсерватории не предназначен специально для целей астрометрии. Этот телескоп — самый светильный на станции. Поэтому возник вопрос о его пригодности для решения отдельных задач фотографической астрометрии, в частности для получения положений комет. Определение положений контрольных звезд по снимкам, полученным на АЗТ-3 методами шести и двенадцати постоянных, свидетельствует о больших астрометрических ошибках поля изображений, во много раз превышающих ошибки измерений. Данная работа устанавливает источник и величину этих ошибок.

Фотографирование проводится в прямом фокусе на пластинах размером 6 см  $\times$  6 см (поле 1.5°  $\times$  1.5°). Перед кассетой с фотопластинкой на расстоянии 60.3 мм имеются две коррекционные линзы. По паспортным данным диаметр исправленного от aberrаций поля составляет 1°08' (40.3 мм на пластинке).

Таблица 1. Коэффициенты дисторсии по  $\alpha$  и  $\delta$  для отдельных пластинок

Номер пластины	Дата	$c_1$	$c_2$	$\sigma_\alpha$	$\sigma_\delta$
1	24.01.75	$0.491 \cdot 10^{-4}$ мм/мм <sup>3</sup>	$0.491 \cdot 10^{-4}$ мм/мм <sup>3</sup>	0.44"	0.36"
2	28.01.75	$0.492 \cdot 10^{-4}$	$0.485 \cdot 10^{-4}$	0.52	0.43
3а	14.03.76	$0.484 \cdot 10^{-4}$	$0.489 \cdot 10^{-4}$	0.52	0.44
3б	14.03.76	$0.486 \cdot 10^{-4}$	$0.487 \cdot 10^{-4}$	0.57	0.48
3в	14.03.76	$0.485 \cdot 10^{-4}$	$0.485 \cdot 10^{-4}$	0.52	0.44

Для определения астрометрических ошибок поля изображений применялся способ получения точных положений звезд с помощью уравнений Тернера по фотоснимкам области неба с большим количеством звезд. Использовались три пластиинки (см. табл. 1) рассеянного звездного скопления Ясли ( $\alpha_{1950.0} = 8^{\text{h}}37.5^{\text{m}}$ ,  $\delta_{1950.0} = 19^{\circ}50.9'$ ), снятых с экспозицией 3 мин на эмульсии ORWO ZP-1 с желтым фильтром. На пластиинку 3 скопление снималось три раза с некоторым сдвигом по  $\alpha$  и  $\delta$ . Всего обрабатывалось пять снимков скопления.

Пластиинки измерялись на координатно-измерительной машине «Астекорекорд» (каждое звездное изображение — четыре раза). Средняя квадратичная ошибка измерений составила 0.0015 мм. На пластиинках

1 и 2 измерено около 50 звезд, координаты которых есть в каталоге AGK-3, на пластинке 3—36 звезд.

Оценки расстояний между двумя изображениями одной и той же звезды на пластинке 3, полученными при разных экспозициях для звезд в центре и на краю пластиинки, показали, что поле изображений значительно искажено дисторсией.

Как известно, вследствие дисторсии расстояние  $r$  от центральной звезды в оптическом центре пластиинки не удовлетворяет закону тангенса и представляется выражением

$$r = F \operatorname{tg} \sigma + v_1 \operatorname{tg}^3 \sigma + v_2 \operatorname{tg}^5 \sigma + \dots, \quad (1)$$

где  $\sigma$  — угловое расстояние от центральной звезды [2].

Дисторсия появляется после коррекции изображений, поскольку у параболического зеркала она отсутствует. Если дисторсия регулярна, то она симметрична относительно точки пересечения оптической оси с пластиинкой, т. е. относительно геометрического центра. В реальной оптической системе дисторсия может не обладать полной симметрией вследствие недостаточной центрировки оптики, а также из-за наклона пластиинки к оптической оси, так как в нашем случае расстояние от коррекционной системы мало.

Пластиинки на АЗТ-3 чаще всего получают без гидирования, поскольку не всегда можно подобрать достаточно яркую звезду на поле  $1^\circ \times 1^\circ$ . Геометрический центр пластиинки можно определить по кружку на эмульсионном слое, вырезанному кассетой, с точностью около 0.5 мм. Для учета дисторсии в нашем случае этой точности недостаточно. Уточнение положения центра симметрии дисторсии (предполагается, что в среднем она симметрична) проводилось аналитическим путем.

Рассмотрим подробно обработку пластиинки 1.

На пластиинке выбрано 44 звезды, по возможности равномерно покрывающих поле диаметром 40 мм. В первом приближении оптическим центром считалась звезда с известными координатами, находящаяся вблизи геометрического центра. Используя уравнения Тернера и ограничиваясь в выражении (1) третьим порядком углового расстояния относительно принятого центра, мы составили уравнения

$$\begin{cases} \xi - x = ax + by + c + kx^2 + lxy - c_1x(x^2 + y^2) \\ \eta - y = dx + ey + f + qxy + ry^2 - c_2y(x_2 + y^2) \end{cases}, \quad (2)$$

где  $x, y$  — измеренные координаты, приведенные к центру;  $\xi, \eta$  — тангенциальные координаты (в единицах фокусного расстояния);  $c_1, c_2$  — искомые коэффициенты дисторсии [2].

Решив уравнения способом наименьших квадратов, мы получили очень большие коэффициенты дисторсии  $c_1, c_2$  (примерно  $0.5 \times 10^{-4}$  мм/мм<sup>3</sup>) и относительно большие невязки для многих звезд. Анализ распределения невязок по полю с учетом их величин, знаков, расстояний звезд от центра привел к выводу о том, что для более точного учета дисторсии необходимо изменить положение центра.

В самом деле, если принятое положение центра не совпадает с центром симметрии дисторсии, то расстояния звезд от центра, а также полученные коэффициенты дисторсии несколько отличаются от действительных. Частично ошибки, вызванные неполным учетом дисторсии, компенсируются другими коэффициентами (это особенно хорошо заметно, как позже выяснилось, по изменению коэффициентов при квадратичных членах). Это обстоятельство позволяет уточнить центр симметрии дисторсии аналитически, выбирая тем или иным способом новые центры около принятого в первом приближении центра и решая для каждого из них уравнения (2). Критерием найденного с определенной точностью положения центра симметрии дисторсии должно быть минимальное значение суммы квадратов невязок по двум координатам  $S = S_a + S_b$ . Для координат трех центров ( $x_0 = 0.5$  мм,  $y_0$ ), ( $x_0, y_0$ ) и

$(x_0 + 0.5 \text{ мм}, y_0)$  эта сумма составляет соответственно 0.00317, 0.00225 и 0.00722  $\text{мм}^2$ .

Пробные центры можно выбирать различными способами. Сначала процедура уточнения положения центра проводилась методом последовательных приближений. В каждом приближении центр получали с определенной точностью — 0.5 мм, 0.2 мм, 0.1 мм. К принятому положению центра  $x_0, y_0, a_0, b_0$  прибавлялись поправки  $\pm \Delta x_i, \pm \Delta y_i$  и вычислялись координаты  $a_i, b_i$  четырех новых центров  $x_0 + \Delta x, y_0; x_0 - \Delta x, y_0; x_0, y_0 + \Delta y; x_0, y_0 - \Delta y$ . Для каждого из них после решения уравнений (2) вычислялась сумма  $S$ . По минимальному  $S$  из пяти значений (с центральным) выбирался новый центр, и если он не был центральным, то к нему добавлялись новые центры так, чтобы минимальное значение суммы находилось в окружении центров с большими  $S$ . Этот центр становился центральным для следующего приближения. Такую процедуру уточнения центра симметрии дисторсии можно полностью выполнить на ЭВМ.

На практике простым в программировании, наглядным и удобным для контроля случайных грубых ошибок оказался способ, предложенный на этом этапе работы Е. Н. Крамером и испытанный Л. Я. Скобликовой. В этом способе новые центры образуют сетку с шагом 1 мм по  $x$  и  $y$ . Искомый центр симметрии дисторсии находится графически по минимальному значению суммы средних квадратичных ошибок для одной звезды по двум координатам  $\Sigma = \sigma_a + \sigma_b$ . Этим способом центр можно найти с точностью около 0.1 мм.

После расчетов по всем пластинкам выяснилось, что при определении центра с точностью 0.1 мм коэффициенты  $k, l, q, r$  в (2), учитывающие наклон пластинки к оптической оси, дифференциальную рефракцию и аберрацию, значительно уменьшаются и становятся пренебрежимо малыми. Оценки поправок за дифференциальную рефракцию показывают, что до зенитных расстояний  $z < 60^\circ$  для столь малого поля они не превышают 0.1", а поправки за дифференциальную аберрацию еще меньше [1]. Следовательно, наклон пластинки к оптической оси также мал, и уравнения Тернера можно решать ограничиваясь линейными членами.

Без учета членов второго порядка в уравнениях (2) получены положение центра с внутренней точностью 0.1 мм и коэффициенты дисторсии  $c_1$  и  $c_2$  по всем пластинкам (табл. 1). Приведены также средние квадратичные ошибки для одной звезды по  $a$  и  $b$  ( $\sigma_a, \sigma_b$ ). Окончательный расчет проведен после того, как из массива звезд были исключены звезды, которые, находясь на разных расстояниях от центра, показали невязки по одной из координат более 1.3" по всем пластинкам. Понятно, эти ошибки не связаны с исследуемой регулярной частью дисторсии. Расчеты с добавлением в уравнения (2) члена пятой степени угла наклона лучей в выражении (1) показали, что на исследуемом поле  $1^\circ 08'$  вклад его в поправку за дисторсию несуществен и учитывать его не следует. Из табл. 1 определено среднее значение коэффициента дисторсии  $c$  по  $a$  и  $b$  по всем пластинкам:

$$n = 10, \quad c = (0.489 \pm 0.001) \cdot 10^{-4} \text{мм}/\text{мм}^3, \quad \sigma = 0.3 \cdot 10^{-6}. \quad (3)$$

На краю исследованного поля поправки за дисторсию достигают 39". Для учета дисторсии положение центра необходимо знать с большой точностью. Оценим ошибки, возникающие из-за неточного определения коэффициента дисторсии и положения центра.

Пусть коэффициент дисторсии  $c$  определен с некоторой ошибкой  $\Delta c$ , а расстояние звезды  $r$  от центра — с ошибкой  $\Delta r$ , тогда поправка за дисторсию равна

$$cr^3 = (c_0 + \Delta c)(r_0 + \Delta r)^3 \approx c_0 r_0^3 + 3c_0 r_0 \Delta r + \Delta c r_0^3 \quad (4)$$

(остальными членами разложения можно пренебречь). На краю исследованного поля вторые члены составляют 2.9", 1.2", 0.6" для  $\Delta r$ , рав-

ных соответственно 0.5, 0.2, 0.1 мм; третий член (возникающий из-за ошибки  $c$  на  $0.1 \times 10^{-7}$  мм/мм<sup>3</sup>) равен 0.08" на краю поля.

При редукции измеренных координат к идеальным эти ошибки сглаживаются масштабными коэффициентами (так как на одном краю пластиинки они положительны, на другом — отрицательны) и в среднем достигают половины полученных значений.

Таким образом, основная проблема учета большой дисторсии заключается в определении центра с достаточной точностью.

Таблица 2. Средние квадратичные ошибки положения одной звезды

Зона	Радиус, мм	Пластинка 1			Пластинка 2		
		Количество звезд	$\sigma_\alpha$	$\sigma_\delta$	Количество звезд	$\sigma_\alpha$	$\sigma_\delta$
1	11	16	0.35"	0.36"	15	0.38"	0.38"
2	15	27	0.40	0.38	25	0.46	0.38
3	18	37	0.42	0.39	36	0.55	0.41
4	20	40	0.49	0.41	39	0.62	0.44

Пластинку 3 можно использовать для оценки внешней точности определения центра. Все измерения на пластинке проведены в одной системе. Так как на пластинке имеются три независимых изображения скопления, то измеренные координаты центра учета дисторсии для этих изображений должны быть одними и теми же. Средняя квадратичная ошибка найденного центра по трем определениям составила 0.09 мм.

Для определения точности получаемых на данном телескопе положений на двух основных пластинках 1 и 2 выделены четыре концентрические зоны (каждая последующая включала предыдущие). В измеренные координаты вносились поправки за дисторсию, редукция осуществлялась с шестью постоянными. Полученные средние квадратичные ошибки приведены в табл. 2.

Невязки условных уравнений включают каталожную ошибку, ошибку измерения, ошибку, вызванную недочетом дисторсии. Ошибка одного положения звезды каталога AGK-3 составляет 0.25", собственного движения — 0.01" за год (или 0.16", учитывая разность эпох наших наблюдений и каталога).

Таким образом, для положения одной звезды каталожная ошибка составляет 0.30". В невязки условных уравнений входит также ошибка измерения одного положения 0.15", что вместе с каталожной ошибкой составит 0.34". Из табл. 2 следует, что поле первой зоны диаметром 37' после тщательного учета регулярной дисторсии пригодно для определения положений одиночных объектов (малых планет, комет). На поле второй и третьей зон дисторсия учитывается несколько хуже. Если задаться получением положения с максимальной точностью, возможной для данного инструмента, то опорные звезды и определяемый объект должны находиться на поле диаметром 37'; если же допустима более низкая точность, можно использовать поле диаметром 1°.

В заключение автор выражает благодарность Е. Н. Крамеру и Л. Я. Скобликовой за полезные обсуждения данной работы, предложение удобного способа поиска центра.

1. Бугославская Е. А. Фотографическая астрометрия.— М.; Гостехиздат, 1947.— 296 с.

2. Подобед В. В. Фундаментальная астрометрия.— М.; Наука, 1968.— 452 с.