

УДК 523.34:629.61

## Сравнение моделей физической либрации Луны применительно к задаче определения положения космического аппарата относительно Луны

А. М. Ширенин

Приведены результаты численных исследований по сравнению восьми моделей физической либрации Луны. Установлено, что точность определения положения космического аппарата (КА) и привязки измерений относительно Луны составляет приблизительно 2,5 км по положению и 0,6 м/с по скорости при использовании несложных моделей (типа модели Экхардта, 1970) и 10 м и 0,01 м/с при использовании высокоточных моделей Экхардта (1981).

Выявлена зависимость распределения этих ошибок от времени и высоты КА, даны рекомендации по использованию конкретных моделей на различных этапах проведения космического эксперимента. Вычисления проведены по комплексу программ, составленных на ФОРТРАН-IV.

*COMPARISON OF LUNAR PHYSICAL LIBRATION MODELS APPLIED TO THE PROBLEM OF SPACECRAFT POSITION RELATIVE TO THE MOON, by Shirenin A. M.*—The results of numerical analysis of comparison of eight lunar physical libration models are given. The position accuracy of spacecraft and measurement control relative to the Moon were found to be, on an average, 2.5 km in position and 0.6 m/s in speed when using simple models of Eckhardt's type (1970), and 10 m and 0.1 m/s when using high accuracy models (1981). The dependence of errors distribution on time and altitude of spacecraft is determined. Recommendations on use of specific models at different stages of space experiment are given. Calculations are carried out with FORTRAN-IV program package.

В настоящее время известны работы [1, 8, 10, 15, 16], в которых проведено сравнение моделей физической либрации Луны, разработанных в последние годы. В них как критерий точности моделей приняты рассогласования в угловых составляющих либрации или динамических постоянных Луны, которые возникают при расчетах по вновь созданной модели и какой-либо из ранее известных. Такая информация о точности модели позволяет судить о том, насколько подробно в ней учтены возмущающие силы, влияющие на движение Луны, и как согласуются между собой значения астродинамических постоянных, использованных в сравниваемых моделях. Однако без дополнительных численных исследований нельзя ответить на вопрос, к каким ошибкам в определении положения КА относительно Луны могут привести эти рассогласования, если воспользоваться одной из предлагаемых моделей. Именно этот вопрос нас интересует, когда приходится решать такие задачи: выведение и посадка КА в заданный район поверхности Луны, прогноз движения КА по орбите, привязка результатов измерений к физической поверхности Луны и т. д. Существенный вопрос возникает при выборе той или иной модели: с какой точностью и скоростью необходимо выполнять перечисленные задачи на различных этапах космического эксперимента. Обычно космический эксперимент осуществляется в три этапа: планирование, полет и послеполетная обработка научных материалов.

На этапе планирования эксперимента имеет смысл воспользоваться несложной теорией движения Луны, так как в основном нас интересует качественная сторона решения задачи, которую можно получить при многократных расчетах, варьируя исходными данными. На этапе полета КА можно воспользоваться более сложной теорией, однако приходится учитывать такой фактор, как время счета на ЭВМ, который заметно влияет на скорость оперативных работ, связанных с определением положения и ориентации КА относительно Луны. Этап окончательной обработки материалов эксперимента длится иногда несколько лет. При этом основное требование заключается в максимальной точности, с которой необходимо получить результаты. Поэтому использование здесь самой сложной современной теории движения Луны вполне оправданно.

В связи с этим цель настоящей работы заключается в том, чтобы: 1) выяснить, каких значений могут достигать ошибки в определении положения КА и привязке ре-

зультатов измерений относительно Луны при использовании различных моделей физической либрации Луны, установить интервал разброса этих ошибок в зависимости от времени и элементов орбиты КА; 2) определить время счета на ЭВМ, необходимое для вычислений по той или иной модели; 3) дать рекомендации по использованию конкретных моделей на различных этапах космического эксперимента.

**Модели физической либрации Луны, принятые для расчетов.** Для конкретных расчетов приняты модели, которые наиболее часто применяются при решении различных астрономических и астродинамических задач и отличаются друг от друга по точности. Такой подход к выбору моделей, во-первых, вызван тем, что в процессе эксперимента приходится пользоваться самыми разнообразными материалами, полученными в результате обработки разных видов измерений, проведенных в разные годы; следовательно, они имеют различную точность. Для того, чтобы провести эксперимент надежно, необходимо учитывать этот фактор. Во-вторых, появляется возможность проследить, как влияет неучет той или иной возмущающей силы на точность решения задач в эксперименте.

Итак, выбраны следующие модели:

1. Хайн—Козел, 1949 — публиковалась в Астрономическом ежегоднике СССР (АЕ) до выпуска на 1984 г., для вычислений эфемерид кратера Мёстинг А, относительно которого из микрометрических измерений определяются селенографические координаты точек лунной поверхности.

2. Козел, 1968 — уточненная модель Козела (1965) по лазерным измерениям топцентрических расстояний до поверхности Луны [7]. Модель использована при построении селенодезической системы координат по материалам съемки с КА «Аполлон-15—17» [11].

3. Экхардт, 1970 — создана на основе полуаналитической теории физической либрации Луны [12]. Модель использована при создании в СССР единой релятивистской теории движения внутренних планет и Луны [5, 6]. С АЕ на 1985 г. модель публикуется для вычислений эфемерид кратера Мёстинг А [4].

Модели № 1, 2, 3 выведены с учетом представления гравитационного поля Луны с точностью до гармоник второго порядка.

4. Каула — Бакса, 1973 — основана на результатах лазерных измерений, проведенных в 1969—1973 гг. с привлечением измерений по уголкового светотражателю, установленному на аппарате «Луноход-2» [14]. Моделью учитывается гравитационное поле Луны до четвертого порядка, гармоники которого определены из траекторных измерений КА «Лунар Орбитер». Использована при выводе численной теории движения Луны LURE-1.

Следующие модели построены на основе полуаналитической теории вращения Луны, разработанной Экхардтом в 1981 г., с использованием астрономических постоянных, рекомендованных Международным астрономическим союзом (МАС) в 1976 г. [13]. При построении модели использована «Аналитическая лунная эфемерида» (АЛЭ), разработанная Депри, Хенраром и Ромом (1972) и отнесенная на эпоху 2000.0. АЛЭ дополнена возмущениями орбиты Луны, вызываемыми дополнительными и планетарными членами из «Улучшенной лунной эфемериды» (УЛЭ), разработанной на основе теории Брауна (1910), вращением эклиптики и динамическим сжатием Земли. УЛЭ с некоторыми исправлениями соответствует эфемериде Луны с номенклатурным индексом  $j=2$ . Теория Экхардта представлена в виде нескольких моделей, которым присвоены порядковые номера 500÷514, причем модель № 500 принята как основная, а остальные даны в виде рассогласований в составляющих либрации от основной при варьировании значений постоянных Луны и состава возмущающих сил. Модели были выбраны с учетом замечания, изложенного в начале этого пункта.

5. Модель № 500 — выведена в предположении, что Луна абсолютно твердое тело. Моделью учитывается влияние гравитационного поля Луны до третьего порядка. Эта модель рекомендована МАС и используется при вычислении точных эфемерид Луны [9], а с 1984 г. стала публиковаться в АЕ [4].

6. Модель № 500+№ 501 — дополнена коэффициентами в разложениях либрации, учитывающими влияние гармоник четвертого порядка.

7. Модель № 500+№ 501+№ 513 — дополнена коэффициентами, учитывающими эффект изменения главных моментов инерции Луны, вызванный упругостью Луны.

8. Модель № 500+№ 501+№ 513+коэффициенты от возмущений планетарных и дополнительных членов. Эта модель условно названа полной моделью Экхардта, 1981 и принята как номинальная, относительно которой определяются рассогласования в составляющих либрации моделей, перечисленных выше.

**Алгоритм решения.** Для проведения численных исследований достаточно ввести следующие системы координат:

$X_{\zeta}Y_{\zeta}Z_{\zeta}$  — селеноцентрическая динамическая вращающаяся система координат с началом в центре масс Луны, где оси  $Z_{\zeta}$  и  $X_{\zeta}$  направлены соответственно по наименьшей и наибольшей главным центральным осям эллипсоида инерции Луны, а ось  $Y_{\zeta}$  дополняет систему до правой. Эта система координат жестко закреплена в теле Луны и используется при определении положения КА, а также при привязке измерений относительно Луны.

$X_{\odot}Y_{\odot}Z_{\odot}$  — селеноцентрическая эклиптическая система координат с началом в центре масс Луны, где ось  $Z_{\odot}$  направлена к северному полюсу средней эклиптики, ось  $X_{\odot}$  — в точку среднего георавноденствия, а ось  $Y_{\odot}$  дополняет систему до правой. Система принята как инерциальная, в которой средние эклиптика и георавноденствие отнесены к принятой начальной эпохе. В этой системе координат описывается вращательное движение Луны относительно центра масс. Теория, описывающая возмущения в равномерном вращении Луны (подчиняющиеся законам Кассини), представляется обычно в виде модели физической либрации Луны, в которой эти возмущения расписываются в виде разложений в ряд угловых составляющих либрации в

$$\text{долготе} - \tau = \sum_i a_i \sin h_i, \quad \text{наклоне} - \rho = \sum_i b_i \cos h_i,$$

$$\text{долготе восходящего узла} - \sigma \sin I = \sum_i c_i \sin h_i,$$

где  $h_i$  — аргументы периодических членов, вычисляемый в виде комбинации фундаментальных аргументов лунной теории Брауна;  $h_i = kL + jL' + mF + nD$  ( $k, j, m, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ );  $a_i, b_i, c_i$  — коэффициенты, зависящие от динамических постоянных либрации  $f = \alpha/\beta$ ;  $I$  — наклон среднего (кассиниева) экватора Луны к средней эклиптике.

Таким образом, выбрав модель либрации можно определить ориентацию динамической системы координат в эклиптической, описываемой углами Эйлера

$$\psi = (\Omega + 180^\circ) + \sigma, \quad \theta = I + \rho, \quad \varphi = F + (\tau - \sigma), \quad (2)$$

где  $\Omega$  — средняя долгота восходящего узла орбиты Луны.

Следовательно, задавшись фазовым вектором КА ( $R_{\odot}, V_{\odot}$ ) в эклиптической системе координат на момент  $t$  ( $R_{\odot}$  — радиус-вектор и  $V_{\odot}$  — вектор скорости), мы можем определить составляющие этого вектора в динамической системе координат ( $R_{\zeta}, V_{\zeta}$ ), используя зависимость

$$(R_{\zeta}, V_{\zeta}) = \Phi(\psi, \theta, \varphi, R_{\odot}, V_{\odot}) \quad (3)$$

или

$$(R_{\zeta}, V_{\zeta}) = \Phi_1(a_i, b_i, c_i, L, L', F, D, I, R_{\odot}, V_{\odot}). \quad (4)$$

Отсюда видно, что точность определения положения КА и привязки измерений относительно Луны зависит от того, с какой точностью известны составляющие в выражении (4), т. е. от точности выбранной модели. Оценка точности составляющих ( $R_{\zeta}, V_{\zeta}$ ) представляет собой довольно трудоемкий процесс, даже если он осуществляется на ЭВМ, так как функциональная зависимость (4) имеет нелинейный характер, а общее число коэффициентов в рядах (1) составляет иногда более 1500. Поэтому для определения ошибок в ( $R_{\zeta}, V_{\zeta}$ ) был использован конечно-разностный метод, который позволил получить вполне реальные оценки этих составляющих. Алгоритм решения по этому методу состоит в следующем.

1. Пусть задан вектор ( $R_{\zeta}, V_{\zeta}$ ) и на момент  $t$  вычислены углы Эйлера (2) с использованием модели № 8, принятой в качестве номинальной. Применяя общий алгоритм формирования матриц перехода от одной системы координат к другой по углам Эйлера [3], вычисляем  $M$  — матрицу перехода от динамической вращающейся системы координат к эклиптической. Тогда заданный вектор в эклиптической системе координат определяется так:

$$R_{\odot} = MR_{\zeta}, \quad V_{\odot} = M(V_{\zeta} + \omega \times R_{\zeta}), \quad (5)$$

где  $\omega = (0, 0, \omega)$  — вектор угловой скорости вращения Луны, направленный вдоль оси  $Z_C$ .

2. Для определения ошибок в номинальном  $(R_C, V_C)$  из-за рассогласований между составляющими либрации в модели № 8 и  $i$ -й модели необходимо провести обратный переход относительно выражения (5)

$$R_{Ci} = M_i^T R_C, \quad V_{Ci} = M_i^T (V_C - \omega \times R_C), \quad (6)$$

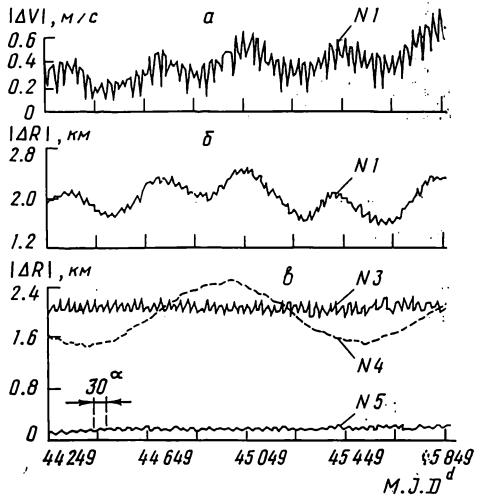
где  $M_i^T$  — транспонированная матрица  $M$ , вычисленная при  $I_i, \tau_i, \rho_i, \sigma_i$  в выражении (2);  $i = 1, 2, \dots, 7$ .

3. Используя выражения (5) и (6), получим искомые ошибки

$$\Delta R_i = R_C - R_{Ci}, \quad \Delta V_i = V_C - V_{Ci} \quad (7)$$

Проектируя ошибки на поверхность Луны с помощью известных формул перехода от прямоугольных координат к сферическим, определим размеры области с центром, соответствующим номинальному вектору  $(R_C, V_C)$ , в которой может находиться КА или, например, точка пересечения оси прибора с поверхностью Луны в момент  $t$ .

**Результаты счета.** Для определения максимально возможного разброса ошибок на длительном интервале времени счет проводился для полного периода обращения узла Луны, т. е. 18.6 лет с шагом 10 сут. Фундаментальные аргументы лунной теории вычислялись по эфемериде  $j=2$  для всех выбранных мо-



Зависимость распределения ошибок в векторе  $(R_C, V_C)$  от времени при учете ошибок в моделях либрации Луны

делей либрации. При задании вектора  $(R_C, V_C)$  были использованы элементы орбит  $i$  (наклон) и  $H$  (высота), которые имели КА «Луна» и «Лунар Орбитер»:  $i=15-85^\circ$ ,  $H=10-350$  км [2].

В результате многочисленных расчетов при варьировании значений  $i, H$  и шага на отдельных временных интервалах было построено много графиков и таблиц ошибок, по которым проводился соответствующий анализ точности. Наиболее характерная зависимость распределения этих ошибок по времени показана на рисунке, на примере конкретного варианта счета для периода 1980—1985 гг. при  $i=65^\circ$  и  $H=100$  км, где  $|\Delta R|$  и  $|\Delta V|$  — соответственно длины векторов ошибок по положению и скорости (7), а  $M. J. D.^d$  — модифицированная юлианская дата. Максимальные значения этих ошибок и рассогласований между моделями приведены в таблице, в которой  $K$  — общее число коэффициентов в рядах (1),  $T$  — время счета на ЭВМ ЕС-1030 по модели на один момент времени. Для модели № 8 —  $K=520$  и  $T=2.0$  с.

1. Установлено, что период изменения ошибок  $|\Delta R|$  и  $|\Delta V|$  практически одинаков (для модели № 1 — рисунок, а, б). Модели № 2 и 3 довольно хорошо согласуются между собой, так как рассогласования между ними и моделью № 8 приводят к ошибкам в пределах 20—40 м по  $|\Delta R|$  и 0.02—0.03 м/с по  $|\Delta V|$  (поэтому график для модели № 2 не показан). Аналогичное согласование наблюдалось между моделями № 6, 7 и моделью № 5, где эти ошибки составляли 5—20 м и 0.01 м/с.

2. Ошибки для моделей № 1—4 располагаются в среднем около прямой, соответствующей 2.0 км, и отклоняются от нее с различными амплитудами и периодами. Наибольшее отклонение имеет модель № 1, для которой оно достигает 0.6 км с периодом 1.7 года, соответственно для модели № 3—0.3 км и 2 мес, для модели № 4—0.5 км и 3 года. Из модели № 5 следует, что неучет возмущений от планетарных и дополнительных членов приводит к ошибкам в среднем до 0.2 км с разбросом по ам-

плитуде 50 м и периодом 1 мес. Неучет этих возмущений в моделях № 1—4 проявляется в виде «пилю» вдоль графиков, аналогичной той, которая наблюдается на графике для модели № 5. Из таблицы следует, что возмущения от гармоник гравитационного поля Луны четвертого порядка или от эффекта упругости Луны могут приводить к ошибкам до 20 м и 0.01 м/с. Значительное отклонение модели № 4 от модели № 8 можно объяснить тем, что при их выводе использованы значения гармоник  $C_{30}$ , существенно отличающиеся друг от друга.

**Максимальные ошибки: полная модель либрации Экхардта (№8) минус  $i$ -я модель**

Модель	$ \Delta R $ , км	$ \Delta V $ , м/с	$\tau$	$I\sigma$	$\rho$	$K$	$T$ , с
1. Хайн — Козел, 1949	2.64	0.76	288"	109"	110"	11	0.15
2. Козел, 1968	2.30	0.61	236	93	95	20	0.16
3. Экхардт, 1970	2.34	0.63	243	93	96	19	0.16
4. Каула — Бакса, 1973 Экхардт, 1981	2.50	0.98	295	30	35	83	0.20
5. № 500	0.24	0.23	22	12	15	150	1.80
6. № 500+№ 501	0.25	0.23	24	11	15	162	1.81
7. № 500+№ 501+№ 513	0.23	0.22	24	11	11	167	1.82

3. Установлено, что при варьировании наклонов орбиты КА ошибки практически не изменяются. В то же время при увеличении высоты КА на 100 км  $|\Delta R|$  они увеличиваются в среднем на 15 %, а  $|\Delta V|$  — уменьшается на 7 %, т. е. ошибки по положению более чувствительны к изменениям высоты, чем ошибки по скорости. Учитывая то что зависимость между ошибками и высотой линейная и располагая данными таблицы, можно определить ошибки при любой другой высоте КА.

4. Модель № 3 можно рекомендовать для расчетов на этапе планирования космического эксперимента, так как ее ошибки остаются в течение нескольких лет практически постоянными, а время счета по ней вполне приемлемо для массовых расчетов, что существенно облегчает оценку точности планируемых измерений. Модель № 5 приемлема на этапе полета КА, а модель № 8 — в период послеполетной обработки материалов эксперимента при решении высокоточных астродинамических задач, несмотря на то что время счета по ней примерно в 10 раз больше, чем по моделям № 1—4.

Следует еще раз отметить, что приведенные ошибки получены при рассогласованиях между моделями относительно модели № 8. Но если учесть, что точность этой модели довольно высокая (оцениваемая ошибками составляющих либрации до 0.2" [16], которые в свою очередь приводят к ошибкам менее 10 м и 0.01 м/с), то можно утверждать, что точность определения положения КА и привязки измерений в селеноцентрической динамической системе координат будет не хуже той, которая приведена в таблице, если учитывать только ошибки принятой для расчетов модели.

В процессе выполнения настоящей работы был составлен комплекс программ, позволяющий вычислить по модели № 8 не только составляющие либрации, но и селеноцентрические векторы направлений в центр масс Земли и полюс эклиптики, которые могут быть использованы при составлении эфемерид для светолокационных наблюдений Луны. Комплекс включает ряды разложения либрации до 1650 коэффициентов с вычислением 900 различных комбинаций тригонометрических функций по фундаментальным аргументам лунной теории и осуществляет расчет по модели на один момент времени за 2.5 с. Программы написаны на ФОРТРАН-IV.

**Выводы.** 1. В настоящее время точность определения положения КА и привязки измерений относительно Луны характеризуется значениями приблизительно 2.5 км и 0.6 м/с при использовании моделей физической либрации Луны типа моделей № 1—4 и 10 м и 0.01 м/с при использовании моделей, сравнимых по точности с моделью № 8.

2. Результаты данной работы можно использовать в качестве априорной информации при планировании и обработке различных измерений, что сделано автором при решении некоторых задач, связанных с построением селенодезической системы координат на Луне.

Автор выражает благодарность Е. П. Алексашину за ценные замечания, сделанные при обсуждении работы, а также сотрудникам отдела Астрономического ежегодника СССР ИТА АН СССР за консультации по отдельным вопросам.

1. Абалакин В. К. Использование лазерных светолокационных наблюдений Луны для решения некоторых задач небесной механики и геодинамики // Тр. Ин-та теорет. астрон. АН СССР.— 1978.— Вып. 17.— С. 82—133.
2. Аким Э. Л., Бажинков И. К., Павлов В. П., Почукаев В. Н. Поле тяготения Луны и движение ее искусственных спутников.— М.: Машиностроение.— 1984.— 285 с.
3. Алексашин Е. П., Ширенин А. М. Алгоритмы и программы расчета матриц преобразований координат // Реф. сб. ЦНИИГАиК.— 1976.— № 46.— С. 27—33.
4. Астрономический ежегодник СССР на 1986 год / Под ред. В. К. Абалакина.— Л.: Наука, 1984.— 691 с.
5. Кислик М. Д., Колоко Ю. Ф., Котельников В. А. и др. Единая релятивистская теория движения внутренних планет Солнечной системы // Докл. АН СССР.— 1980.— 255, № 3.— С. 545—547.
6. Красинский Г. А., Питьева Е. В., Свешников М. И., Свешникова Е. С. Уточнение эфемерид внутренних планет и Луны по радиолокационным, лазерным и меридианным измерениям 1961—1980 гг. // Бюл. Ин-та теорет. астрон. АН СССР.— 1982.— 15, № 3.— С. 145—164.
7. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике / Под ред. Г. Н. Дубошина.— М.: Наука, 1976.— 862 с.
8. Ширяев А. А. Построение модели физической либрации Луны на основе численного интегрирования уравнений лунного орбитально-вращательного движения // Бюл. Ин-та теорет. астрон. АН СССР.— 1985.— 15, № 7.— С. 396—405.
9. *Astronomical almanac for year 1986.* Washington, U. S. Government printing office / С. К. Roberts, A. Boksenberg.— 1984.— 620 p.
10. Cappallo R. J., King R. W., Counselman C. C. et al. Numerical model of the Moon's rotation // Moon and Planets.— 1981.— 24, N 3.— P. 281—289.
11. Doyle F. J., Elassal A. A., Lucas J. B. Selenocentric geodetic reference system // NOAA Techn. Rep. NOS70, NGS5.— 1977.— P. 53.
12. Eckhardt D. H. Lunar libration tables // Moon.— 1970.— 1, N 2.— P. 264—275.
13. Eckhardt D. H. Theory of the libration of the Moon // Moon and Planets.— 1981.— 25, N 1.— P. 3—49.
14. Kaula W. M., Vaxa P. A. The physical libration of the Moon including higher harmonic effects // Moon.— 1973.— 8, N 3.— P. 287—307.
15. Migus A. M. Analytical lunar libration tables // Moon and Planets.— 1980.— 23, N 4.— P. 391—427.
16. Moons M. Analytical theory of the libration of the Moon // Ibid.— 1982.— 27, N 3.— P. 257—284.

ЦНИИ геодезии, аэросъемки и картографии,  
Москва

Поступила в редакцию 24.12.85,  
после доработки 29.01.86

## Научные конференции

### СИМПОЗИУМ МАС № 130 «ЭВОЛЮЦИЯ КРУПНОМАСШТАБНЫХ СТРУКТУР ВО ВСЕЛЕННОЙ»

Симпозиум состоится в Балатонфюред (Венгрия) в июне 1987 г. Научная программа:

1. Происхождение флуктуаций; 2. Эволюция больших структур и неоднородностей; 3. Анизотропия излучения  $T=3K$  и дилатации чернотельного излучения; 4. Скучивание галактик в скопления и сверхскопления, исследование красных смещений; 5. Эволюция и динамика скоплений; 6. Динамика образования галактик и ранняя эволюция (протогалактики); 7. Образование и скучивание квазаров, абсорбционные системы при больших красных смещениях; 8. Скрытая масса.