

Т. В. Карнаухова, В. Г. Карнаухов

Активне демпфування вимушених резонансних згинальних коливань ізотропних в'язкопружних циліндричних панелей з невідомими граничними умовами при дії на них невідомого механічного навантаження

(Представлено академіком НАН України В. Д. Кубенком)

Запропоновано новий підхід до активного демпфування вимушених резонансних згинальних коливань ізотропних в'язкопружних циліндричних панелей за допомогою розподілених п'єзоелектричних сенсорів та актуаторів. Механічні граничні умови та механічне навантаження вважаються невідомими. Одержано формулу для компенсуючої зовнішньої механічної навантаження різниці потенціалів, яка визначається через експериментальні показники сенсора.

У роботах [1–3] запропоновано новий підхід до активного демпфування вимушених резонансних коливань тонких пластин при дії на них невідомого механічного навантаження. При цьому вважалося, що граничні умови відомі.

У даній роботі вказаний підхід узагальнюється на випадок, коли невідомі не тільки механічне навантаження, але й граничні умови. Показано, що різниця потенціалів, яку необхідно подати на актуатор для компенсації механічного навантаження, може бути визначена через експериментальні показники сенсора.

Розглянемо прямокутну циліндричну панель розміром $a \times b$ з ізотропного в'язкопружного матеріалу, на яку діє гармонічний за часом невідомий нерівномірний тиск $p = p_0(x, y)e^{i\omega t}$ з частотою, близькою до резонансної частоти пластини.

Обмежимося випадком тришарової панелі, середній шар якої товщиною h_0 виготовлено з пасивного в'язкопружного ізотропного матеріалу, а два зовнішніх шари однакової товщини h_1 — з п'єзоелектричного трансверсально-ізотропного матеріалу з однаковими електро-механічними властивостями і протилежним напрямком поляризації. Тоді рівняння руху матиме вигляд:

$$D\Delta\Delta w - \frac{h}{R} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \tilde{\rho}\omega^2 w = p_0 + \Delta M_0; \quad (1)$$

$$\Delta\Delta\Phi + \frac{E}{R} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = 0.$$

Тут D і E — комплексні жорсткісні характеристики, які визначаються через електромеханічні характеристики пластини; $\tilde{\rho}$ — приведена густина пластини;

$$M_0 = \gamma_{31}(h_0 + h_1)V_A; \quad (2)$$

V_A — різниця потенціалів, яка підводиться до актуатора.

Рівняння (1) описує коливання панелі при дії на неї механічного навантаження p_0 та електричного навантаження V_A .

Якщо частота електромеханічного навантаження близька до резонансної частоти коливань панелі, розв'язок задачі про вимушені коливання можна подати в одномодовому наближенні:

$$\begin{aligned} w &= Af_1(x, y), \\ \Phi &= Bf_2(x, y), \end{aligned} \quad (3)$$

де A — невідома амплітуда коливань; $f_1(x, y)$, $f_2(x, y)$ — невідомі моди резонансних коливань. Для визначення A , B застосуємо метод Бубнова–Гальоркіна. Одержимо

$$A = \frac{A_1}{A_2}, \quad (4)$$

де

$$\begin{aligned} A_1 &= \iint_{(S)} p_0 f_1 dS + \iint_{(S_1)} f_1 \Delta M_0 dS, \\ A_2 &= \iint_{(S)} [Df_1 \Delta \Delta f_1 - \tilde{\rho} \omega^2 f_1^2] dS + \frac{hE}{R} \frac{\iint_{(S)} f_1 \frac{\partial^2 f_2}{\partial x^2} dS \iint_{(S)} f_2 \frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2} dS}{\iint_{(S)} f_2 \Delta \Delta f_2 dS}. \end{aligned} \quad (5)$$

Тут S , S_1 — площі панелі та нанесеного на неї актуатора.

З (4), (5) видно, що амплітуда резонансних коливань дорівнюватиме нулю при виконанні співвідношення

$$\iint_{(S)} p_0 f_1 dS + \iint_{(S_1)} f_1 \Delta M_0 dS = 0. \quad (6)$$

Ввівши позначення

$$M_0 = V_A \varphi(x, y),$$

знайдемо ту різницю потенціалів, яку необхідно підвести до актуатора для компенсації дії механічного навантаження:

$$V_A = - \frac{\iint_{(S)} p_0 f_1 dS}{\iint_{(S_1)} f_1 \Delta \varphi dS}. \quad (7)$$

Для визначення V_A необхідно знати чисельник і знаменник виразу (7), які є інтегральними характеристиками. Якщо форма коливань $f_1(x, y)$, навантаження p_0 , властивості і розміри

панелі та актуатора відомі, то V_A легко знаходиться з (7). Але ми вважаємо, що вказані величини невідомі. Для їх визначення розглянемо такі дві задачі.

Задача 1 — це задача про коливання панелі при дії на неї нерівномірного тиску $p_0(x, y)$ і нульової різниці потенціалів $V_A = 0$. Зобразимо її прогин у вигляді

$$w = w_1 f_1(x, y). \quad (8)$$

Тут w_1 — невідома амплітуда резонансних коливань. Для визначення w_1 застосовуємо метод Бубнова–Гальоркіна. В результаті з (4), (5) одержимо співвідношення

$$w_1 = \frac{\iint_{(S)} p_0 f_1 dS}{A_2}. \quad (9)$$

Розглянемо тепер **задачу 2** про коливання панелі при дії на неї нульового механічного тиску $p_0 = 0$ та одиничної різниці потенціалів $V_A = 1$. Наведемо її прогин у вигляді

$$w = w_2 f_1(x, y). \quad (10)$$

Для визначення амплітуди w_2 також застосовуємо метод Бубнова–Гальоркіна і використаємо (4), (5). В результаті матимемо

$$w_2 = \frac{\iint_{(S)} f_1 \Delta \varphi dS}{A_2}. \quad (11)$$

З (9) і (11) знаходимо

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{\iint_{(S)} p_0 f_1(x, y) dS}{\iint_{(S_1)} f_1 \Delta \varphi dS}. \quad (12)$$

З (7) і (12) матимемо

$$V_A = -\frac{w_1}{w_2}. \quad (13)$$

Таким чином, задача визначення тієї різниці потенціалів, яку необхідно підвести до актуатора для компенсації механічного навантаження, зведена до визначення величин w_1 і w_2 .

Різницю потенціалів, яку показує сенсор при довільному механічному навантаженні, знаходимо з співвідношень:

1) для короткозамкнутих електродів з сенсора знімається заряд

$$Q = \gamma_{31}(h_0 + h_1) \iint_{(S_1)} \Delta w dx dy; \quad (14)$$

2) для розімкнутих електродів різниці потенціалів, яка знімається з сенсора, дається формулою

$$V_S = \frac{\gamma_{31} h_1 (h_0 + h_1) \iint_{(S_1)} \Delta w dx dy}{S_1 \gamma_{33}}. \quad (15)$$

З (15) маємо, що для задачі 1

$$V_S^{(1)} = \frac{\gamma_{31} h_1 (h_0 + h_1)}{S_1 \gamma_{33}} w_1 \iint_{(S_1)} \Delta f_1 dS. \quad (16)$$

Звідси знаходимо

$$w_1 = \frac{S_1 \gamma_{33} V_S^{(1)}}{\gamma_{31} h_1 (h_0 + h_1) \iint_{(S_1)} \Delta f_1 dS}. \quad (17)$$

Аналогічно, для задачі 2 знаходимо

$$w_2 = \frac{S_1 \gamma_{33} V_S^{(2)}}{\gamma_{31} h_1 (h_0 + h_1) \int_{(S_1)} \Delta f_1 dS}. \quad (18)$$

З (17), (18) маємо

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{V_S^{(1)}}{V_S^{(2)}}. \quad (19)$$

З (13) і (19) одержуємо

$$V_A = -\frac{V_S^{(1)}}{V_S^{(2)}}. \quad (20)$$

Таким чином, для визначення тієї різниці потенціалів, яку необхідно підвести до актуатора для компенсації дії невідомого поперечного тиску при резонансних коливаннях циліндричної панелі з невідомими механічними граничними умовами, необхідно: 1) зняти з сенсора, розміщеного на панелі, різницю потенціалів $V_S^{(1)}$; 2) визначити з експерименту еталонне значення показника сенсора $V_S^{(2)}$ при дії на панель одиничної різниці потенціалів та нульового механічного тиску. Еталонне значення $V_S^{(2)}$ визначається експериментально до початку роботи панелі, як елемента конструкції.

Резонансна частота також визначається експериментально.

Легко бачити, що наведені вище міркування мають місце не тільки при коливаннях на резонансних частотах, а й у всіх тих випадках, коли прогин може бути представлено у вигляді (3).

1. Карнаухова Т. В. О новом подходе к активному демпфированию вынужденных резонансных изгибных колебаний изотропных вязкоупругих пластин // Доп. НАН України. – 2009. – № 5. – С. 78–82.
2. Карнаухова Т. В. Активное демпфирование вынужденных резонансных изгибных колебаний изотропной вязкоупругой прямоугольной пластины с жестким защемлением торцов // Там само. – 2009. – № 6. – С. 68–72.
3. Карнаухова Т. В. Влияние механических граничных условий на активное демпфирование вынужденных изгибных резонансных колебаний изотропных вязкоупругих прямоугольных пластин // Там само. – 2009. – № 8. – С. 58–62.

НТУ України “Київський політехнічний інститут”
Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка
НАН України, Київ

Надійшло до редакції 12.03.2009

T. V. Karnaukhova, V. G. Karnaukhov

Active damping of forced resonant bending vibrations of isotropic viscoelastic cylindrical panels with unknown boundary conditions and mechanical loading

A new approach to the active damping of the forced resonant bending vibrations of viscoelastic isotropic panels by distributed piezoelectric sensors and actuators is proposed. It is supposed that the boundary conditions and the mechanical load are unknown. The formula for a potential difference to compensate the forced vibrations of a plate in a resonant mode is obtained. The potential difference is found by the experimental potential differences of a sensor.