

УДК 523.61

Эволюция блеска кометы Джакобини — Циннера

М. З. Маркович

Методом математического моделирования и анализа размерностей получены оптимальные выражения для изменения яркости кометы за период 1900—1972 гг., что позволило получить значения для абсолютного блеска кометы — H_0 . Обнаружено существенное влияние на величину H_0 условий видимости. Построены математические модели, дающие зависимость H_0 от условий видимости, фазового угла, уровня солнечной активности и времени.

BRIGHTNESS EVOLUTION OF COMET GIACOBINI-ZINNER, by Markovitch M. Z.— Optimum expressions for brightness variations of the comet over the period 1900—1972 are deduced by mathematical simulation and dimensional analysis. The cometary absolute brightness H_0 is evaluated. An essential effect of seeing conditions upon H_0 are revealed. The mathematical models are developed giving dependence of H_0 on seeing conditions, phase angle, solar activity level and time.

Комета Джакобини — Циннера (открыта в 1900 г.) имеет период обращения примерно 6.5 лет, наблюдалась в 10 появлениях. С ней связан метеорный поток Драконид, и на ее движение влияют негравитационные эффекты [6].

Вопрос о вековом изменении блеска обсуждали неоднократно [1, 7, 15, 16]. Однако в этих и других подобного рода работах рассматривали, как правило, изменение величины H_{10} [1], соответствующей фотометрическому параметру $y=10$. Между тем у

конкретных комет величина y часто существенно отличается от 10.

В нашу задачу входила возможно более точная и обоснованная оценка интегрального блеска кометы H_0 . Для этого согласно [10] подбиралась кривая блеска, наилучшим образом соответствующая наблюдениям. Она включала зависимость приведенного к геоцентрическому расстоянию $\Delta=1$ а. е. блеска кометы m_{Δ} от всех или некоторых из следующих входных переменных: гелиоцентрического

Таблица 1. Модификации кривой блеска

Номер кривой блеска	Математическое выражение кривой блеска
1	$m_{\Delta} = H_0 + B_2(t-t_1)/r^2$
2	$m_{\Delta} = H_0 + y \lg r$
3	$m_{\Delta} = H_0 + B_3(\vartheta - \vartheta_1)$
4	$m_{\Delta} = H_0 + y \lg r + B_3(\vartheta - \vartheta_1)$
5	$m_{\Delta} = H_0 + B_1(r^{\alpha} - 1)$
6	$m_{\Delta} = H_0 + 5 \lg r + B_6(t-t_1)$

Примечание: B_1 , B_2 и B_3 — постоянные.

расстояния r , времени $t = T - T_{\odot}$ (где T — момент наблюдения и T_{\odot} — момент прохождения перигелия), фазового угла кометы ϑ или от специально подобранных функций этих величин. Всего рассматривали шесть модификаций кривой блеска, приводимых в табл. 1. После выбора оптимального выражения для кривой блеска, параметры H_0 , y или другие вычисляли методом наименьших квадратов. Использовали в основном визуальные оценки блеска кометы, приведенные в [1—4, 14], а также в отдельных случаях и фотографические оценки, ошибки которых примерно того же порядка, что и величина показателя цвета комет (в среднем $0.4^m - 0.5^m$) [1, 11]. Разнородность оценок учитывали введением веса p для каждого наблюдения по методике, изложенной в [11]. При наличии большого числа наблюдений (1959 VIII, 1972 VI) строили систему нормальных точек и определяли их веса. Доперигелийные и послеперигелийные оценки блеска рассматривали отдельно. Сводные данные за период 1900—1972 гг. представлены в табл. 2, где H_0 — абсолютная величина кометы, p_{H_0} — ее вес, $\Delta t = T_{\odot} - T_{\delta}$ — условие видимости в смысле Голечека, T_{δ} — дата наиболее тесного сближения кометы с Землей, n — сезонный индекс видимости по

Таблица 2. Сводка данных о комете Джаковини—Циннера за 1900—1972 гг.

Комета	Интервал наблю- дений по τ	Оптимальный закон изменения блеска*	H_0	P_{H_0}	Δt , сутки	n	Ψ	Φ_{12} , рад/даны	τ , годы	\tilde{H}_0 по (7)	\tilde{H}_0 по (11)
I. До прохождения перигелия											
1926 VI	1.271—1.027	1) $t_1 = 6.281$ $B_2 = 0.06 \pm 0.02$	11.45 ± 0.58	0.213	11.1	5	63.9	0.9507	25.035	11.30	11.62
1933 III	1.591—1.0	2) $y = 15.2 \pm 9.5$	11.46 ± 0.99	0.073	23.2	0	2.8	0.9020	32.653	11.50	11.42
1940 I	—	—	9.77 ± 2.02	0.018	4.0	5	59.4	0.3981	39.245	10.83	11.56
1946 V	1.791—1.031	3) $\phi_1 = 1.4404$ $B_3 = -7.8 \pm 2.9$	9.27 ± 1.56	0.029	0.5	2	94.4	1.4404	45.825	10.54	10.64
1959 VIII	2.350—0.94	4) $\phi_1 = 1.2988$ $y = 23.3 \pm 5.0$ $B_3 = -0.153$	10.38 ± 0.98	0.075	-2.1	3	111.4	1.2988	58.893	10.04	10.35
1966 I	—	—	11.68 ± 2.93	0.008	-6.2	4	34.5	0.1267	65.418	12.30	11.01
1972 VI	2.101—0.996	5) $\alpha = 28$ $B_1 = (4.0 \pm 8.6) \cdot 10^{-3}$	10.21 ± 0.35	0.584	13.9	1	119.7	1.0834	71.696	10.12	10.12
II. После прохождения перигелия											
1900 III	1.020—1.490	2) $y = 23.8 \pm 4.7$	10.32 ± 0.58	0.160	-13.5	4	0.3	1.0968	0	10.13	10.44
1913 V	0.980—1.253	2) $y = 26.3 \pm 12.8$	10.76 ± 0.60	0.149	-26.4	4	0.7	0.8926	12.913	10.77	11.02
1926 VI	0.996—1.500	3) $\phi_1 = 0.9713$ $B_1 = 10.3 \pm 4.6$	10.44 ± 1.08	0.046	-11.1	5	63.9	0.9713	25.073	10.77	10.97
1933 III	1.000—1.606	3) $\phi_1 = 0.9020$ $B_3 = -19.8 \pm 14.6$	11.20 ± 2.80	0.007	23.2	0	2.8	0.9020	32.653	12.75	11.20
1946 V	1.080—1.930	6) $t_1 = 1.838$ $B_3 = 0.06 \pm 0.02$	9.56 ± 0.99	0.055	0.5	2	94.4	1.4384	45.837	9.64	10.14
1959 VIII	0.940—2.562	2) $y = 13.8 \pm 5.7$	10.52 ± 0.37	0.392	-2.1	3	111.4	1.3718	59.005	10.51	10.42
1972 VI	0.995—1.948	5) $\alpha = 0.1$ $B_1 = 48 \pm 25$	11.60 ± 0.53	0.191	13.9	1	119.7	1.0708	71.730	11.63	11.21

* Номера законов даны в соответствии с табл. 1.

Добровольскому [9], W — среднее число Вольфа за месяц, на который приходится прохождение кометы положения $r=1$ а.е., ϕ_1 — фазовый угол кометы при $r=1$ а.е., τ — время в годах, отсчитываемое от момента прохождения кометы положения $r=1$ а.е. в 1900 г. (после перигелия).

Таблица 3. Частные и сводные коэффициенты корреляции для кометы Джакобини—Циннера

Коэффициенты корреляции	До перигелия	После перигелия
$r_{H_0, \Delta t n, W, \phi_1, \tau}$	-0.404	0.801
$r_{H_0, n \Delta t, W, \phi_1, \tau}$	-0.368	0.779
$r_{H_0, W \Delta t, n, \phi_1, \tau}$	0.01	-0.767
$r_{H_0, \phi_1 \Delta t, n, W, \tau}$	-0.403	-0.861
$r_{H_0, \tau \Delta t, n, W, \phi_1}$	-0.270	0.852
$R_{H_0, 0}$	0.837	0.928
$R_{\Delta t, 0^*}$	0.992	0.974
$R_{n, 0}$	0.996	0.975
$R_{W, 0}$	0.985	0.996
$R_{\phi_1, 0}$	0.993	0.867
$R_{\tau, 0}$	0.991	0.995

* Сводный коэффициент корреляции между независимыми переменными $\Delta t, n, W, \phi_1$ и τ рассчитывается по формуле $R_{j,0} = \sqrt{1 - B/B_{jj}}$, где $B = A_{11}$, а B_{jj} — соответствующий минор матрицы B .

Числой или с совокупностью величин. Так называемые частные корреляции позволяют выделить влияние отдельно каждого фактора на величину H_0 . С этой целью по данным табл. 2 составлены корреляционные матрицы $|r_{ij}|$ [9]. Коэффициенты корреляции между указанными выше переменными вычислены согласно [5]. Для малого объема выборочной совокупности ($v=7$) вычисление ошибки коэффициента корреляции по обычной формуле практически ничего не дает. В этом случае для проверки значимости коэффициента корреляции используют критерий Фишера [13]. Коэффициенты корреляции оказались значимыми с надежностью от 20 % ($r_{\min}=0.124$) до 99.9 % ($r_{\max}=0.974$).

Частный коэффициент корреляции, например, $r_{1j/2,3,\dots,j-1,j+1,\dots,k}$ (в нашем случае $k=6$) оценивает тесноту линейной связи между переменными $x_1(H_0)$ и x_j при условии когда остальные переменные остаются неизменными —

$$r_{1j/2,3,\dots,j-1,j+1,\dots,k} = A_{1j} / \sqrt{A_{11}A_{jj}}, \quad (1)$$

где A_{ij} — алгебраическое дополнение элемента r_{ij} корреляционной матрицы $|r_{ij}|$, взято с соответствующим знаком $((-1)^{i+j})$. Мерой линейной связи между x_i и остальными $k-1$ величинами служит совокупный, или сводный коэффициент корреляции [12]:

$$R_{i,0} = \sqrt{1 - \Delta_r / A_{ii}}, \quad (2)$$

где Δ_r — величина определителя корреляционной матрицы r_{ij} . Частные и сводные коэффициенты корреляции, вычисленные по данным табл. 2, даны в табл. 3. Полученные результаты свидетельствуют о существенном влиянии на величину H_0 условий видимости ($\Delta t, n$ и ϕ_1). После перигелия заметна связь H_0 с солнечной активностью (W), а также вековое ослабление блеска.

Таблица 4. Коэффициенты линейной регрессии (7)

Коэффициенты	До перигелия	После перигелия
H_0	10.55±0.64	10.68±0.59
$\beta_{\Delta t}$	-0.09±1.61	0.05±1.05
β_n	-0.69±13.40	0.45±4.78
β_W	5.10 ⁻⁴ ±0.37	-0.03±0.27
β_{ϕ_1}	-2.40±13.30	-1.95±13.20
β_τ	-0.03±0.81	0.07±0.50
$\overline{\Delta t}$	7.3	-4.6
\overline{n}	2.0	2.9
\overline{W}	96.2	74.8
$\overline{\phi_1}$	1.0484	1.1809
$\overline{\tau}$	56.562	42.657

Величина H_0 зависит от $\Delta t, n, W, \phi_1$ и τ и возможно от других не известных нам или не поддающихся учету факторов. Первые четыре из зависимых переменных образуют в каждом появлении случайные сочетания. Если величина H_0 коррелирована с одной или несколькими из указанных величин, то это может быть всего лишь отражением того факта, что величины этой пары коррелированы с некоторой третьей вели-

Близкие к 1 сводные коэффициенты корреляции позволяют построить линейную регрессию (модель) [8, 9] типа:

$$\tilde{x}_i = \bar{x}_i + \sum_{j \neq i} \beta_{ij} (x_j - \bar{x}_j), \quad (3)$$

где

$$\bar{x}_i = \Sigma p x_i; (\bar{H}_0 = \Sigma p H_0), \quad (4)$$

$$\beta_{ij} = -(A_{ij}/A_{ii}) \cdot (\sigma_i/\sigma_j), \quad (5)$$

$$\sigma_i = [\Sigma p (x_i - \bar{x}_i)^2 / (v - 1)]^{1/2}, (\Sigma p = 1). \quad (6)$$

Для рассматриваемого случая модель имеет вид:

$$\begin{aligned} \tilde{H}_0 = \bar{H}_0 + \beta_{\Delta t} (\Delta t - \bar{\Delta t}) + \beta_n (n - \bar{n}) + \beta_W (W - \bar{W}) + \\ + \beta_{\Phi} (\Phi_1 - \bar{\Phi}_1) + \beta_{\tau} (\tau - \bar{\tau}). \end{aligned} \quad (7)$$

Ошибки коэффициентов β_j вычисляются по формуле:

$$\Delta \beta_j = t \cdot \sigma_0 / \sqrt{p_j}, \quad \sigma_0^2 = \Sigma p (H_0 - \tilde{H}_0)^2 / v - k, \quad (8)$$

где

$$p_j = \sigma_j \cdot B / B_{jj}, \quad (9)$$

$B = A_{11}$, B_{jj} — соответствующий минор определителя B , σ_j — дисперсия переменного относительно его среднего весового значения, t — коэффициент Стьюдента (для $\Delta \beta$ принято $t_{2; 0.95} = 4.303$). Ошибка получаемого из модели (7) значения \tilde{H}_0 получается из выражения

$$\Delta \tilde{H}_0 = \sqrt{(\Delta \bar{H}_0)^2 + \sum_j (\Delta \beta_j)^2 \cdot (x_j - \bar{x}_j)^2}. \quad (10)$$

Значения коэффициентов из (7) и их ошибки приведены в табл. 4. Как видно из этой таблицы, ошибки $\Delta \beta_j$ значительно превосходят сами значения. Поэтому полученные коэффициенты β нельзя считать надежными. Это связано с небольшим количеством исходных данных ($v=7$) и их малой дисперсией относительно среднего весового. Как отмечено в [12], при увеличении тесноты связи между независимыми переменными ($R_{j,0} \rightarrow 1$, см. табл. 3) снижается точность оценивания коэффициентов регрессионного уравнения, т. е. $\Delta \beta_i \rightarrow \infty$. Более или менее надежно определяется величина H_0 , вносящая основной вклад в модельную величину \tilde{H}_0 . Этим и объясняется хорошее согласие (в пределах ошибок) величин \tilde{H}_0 и H_0 (табл. 2). В этом смысле полученные модели, по-видимому, можно использовать для оценки H_0 в пропущенных появлениях кометы. Так, в 1900 и 1913 гг. (до перигелия) и 1940 и 1966 гг. (после перигелия) комета не наблюдалась. Для этих случаев по (7) вычислены величины \tilde{H}_0 , оказавшиеся больше 12^m . Сочетание условий видимости было неблагоприятным, и поэтому комета не наблюдалась.

Из моделей (7) можно получить закон векового изменения блеска для определенных условий видимости и уровня солнечной активности ($\Delta t = 1.4$, $n = 2.5$, $W = 85.5$ и $\Phi_1 = 1.1146$ рад. = 63.86°): до перигелия $\tilde{H}_0 = 10.55 - 0.03$ ($\tau - 56.562$), после перигелия $\tilde{H}_0 = 10.68 + 0.07$ ($\tau - 42.657$), и средний весовой закон $\tilde{H}_0 = \bar{H}_0^{(p)} + \beta_{\tau}^{(p)}$ ($\tau - 46.411$), где $\bar{H}_0^{(p)} = 10.62 \pm 0.16$, $\beta_{\tau}^{(p)} = 0.04 \pm 0.17$.

Несколько более надежной оказывается «укороченная» модель, построенная по методу [10]:

$$\tilde{H}_0 = \bar{H}_0 + \beta_{\Phi_1} (\Phi_1 - \bar{\Phi}_1) + \beta_{\tau} (\tau - \bar{\tau}). \quad (11)$$

Значения коэффициентов в (11) и их ошибки даны в табл. 5.

Очевидно, что модели типа (7) или (11) могут быть получены и для параметра y . Модельные значения параметров \tilde{H}_0 и \tilde{y} можно использовать для прогноза блеска ко-

Таблица 5. Коэффициенты линейной регрессии (11)

Коэффициент	До перигелия	После перигелия
\bar{H}_0	10.60 ± 0.45	10.68 ± 0.44
β_{Φ_1}	-0.73 ± 1.88	-2.21 ± 1.68
β_{τ}	-0.03 ± 0.02	0.01 ± 0.02
$\bar{\Phi}_1$	1.0484	1.1809
$\bar{\tau}$	55.562	42.567

меты в предстоящих появлениях. Однако вследствие обычно малой точности параметра y и ряда других причин, построение модели не всегда оказывается возможным. В неблагоприятных случаях можно воспользоваться средним весовым значением $y^{(p)}$:

$$y^{(p)} = \sum p_i y_i, \quad (\sum p_i = 1), \quad (12)$$

$$\sigma_{y^{(p)}} = \sqrt{\sum p_i (y_i - y^{(p)})^2 / \nu - 1}, \quad (13)$$

$$\Delta y^{(p)} = t_{\nu-1, \alpha} \sigma_{y^{(p)}}, \quad (14)$$

где $t_{\nu-1, \alpha}$ — коэффициент Стьюдента при заданной надежности α . При небольшом числе полученных из наблюдений оценок блеска (2—5) для каждой из них находится

$$H_{0i} = m_{\Delta i} - y^{(p)} \lg r_i, \quad (15)$$

$$\Delta H_{0i} = \sqrt{(\Delta m_{\Delta})^2 + (\lg r_i \Delta y^{(p)})^2}, \quad (16)$$

а затем в качестве H_0 принимается их среднее весовое.

Выводы: 1. Абсолютный блеск кометы H_0 , кроме физических факторов, зависит также от случайных сочетаний условий видимости (Δt , n , ϕ_1), уровня солнечной активности (W) и времени τ .

2. Абсолютный блеск кометы до перигелия в рассматриваемый период 1900—72 гг. возрастал ($0.20^m \pm 0.13$ за обращение). Вопрос о вековом изменении блеска после перигелия остается открытым из-за неуверенных значений коэффициента β_τ .

3. Математическая модель типа (7), дающая зависимость фотометрических параметров H_0 и y от условий видимости, уровня солнечной активности и времени, будет эффективной при достаточно большой дисперсии всех рассматриваемых величин относительно их среднего значения и отсутствии корреляции между входными переменными (Δt , n , W , ϕ_1 и τ). В неблагоприятных случаях можно построить «укороченную» модель типа (11), дающую связь между H_0 , τ и одной из переменных, характеризующих условия видимости.

1. *Всехсвятский С. К.* Физические характеристики комет.— М.: ГИФМЛ, 1958.—576 с.
2. *Всехсвятский С. К.* Физические характеристики комет, наблюдавшихся в 1954—1960 гг.— М.: Наука, 1966.— 88 с.
3. *Всехсвятский С. К.* Физические характеристики комет 1971—1975 гг.— Киев: Наук. думка, 1979.—116 с.
4. *Всехсвятский С. К., Ильчишина Н. И.* Физические характеристики комет 1965—1970 гг.— М.: Наука, 1971.— 112 с.
5. *Гришин В. К.* Статистические методы анализа и планирования эксперимента.— М.: Изд-во МГУ, 1975.— 128 с.
6. *Гырдымов А. А., Евдокимов Ю. В.* О связи негравитационных эффектов в движении комет Джакобини—Циннера и Брукса II с активностью Солнца.— *Кометы и метеоры*, 1982, № 33, с. 35—38.
7. *Добровольский О. В.* О причине колебаний абсолютной величины кометы Энке и других короткопериодических комет.— *Бюл. Сталинабадской астрон. обсерватории*, 1957, № 19, с. 11—25.
8. *Кендалл М. Дж., Стюарт А.* Статистические выводы и связи.— М.: Наука, 1973.— 900 с.
9. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике.— М.: Наука, 1974.—832 с.
10. *Маркович М. З.* Математическая модель процесса изменения яркости кометы.— *Комет. циркуляр*, 1982, № 298, с. 3.
11. *Маркович М. З.* Распределение относительных ошибок визуальных оценок блеска комет.— *Пробл. косм. физики*. 1983, № 18, с. 74—78.
12. *Плескуин В. И., Воронина Е. Д.* Теоретические основы организации и анализа выборочных данных в эксперименте.— Л.: Изд-во ЛГУ, 1979.— 232 с.
13. *Фишер Р. А.* Статистические методы для исследователей.— М.: ГИФМЛ, 1958.— 268 с.
14. *Beyer M.* Physische Beobachtungen von Kometen. XII.— *Astron. Nachr.*, 1962, 282, N 5, p. 211—232.
15. *Sekanina Z.* Secular variations in the absolute brightness of short period comets.— *Bull. Astron. Inst. Czech.*, 1964, 15, N 1, p. 1—7.
16. *Svoeň J.* Secular variations in the absolute brightness of short period comets.— *Pr. Astronomiskeho Observatoria na Skalnatom Plese*, 1979, 8, p. 105—140.