

УДК 521.9:521.9(083.8)

## Опыт изучения систематических ошибок опорных каталогов по фотографическим наблюдениям избранных малых планет

С. П. Майор

Оценены зонные ошибки каталогов Yale, SAO и AGK3. С этой целью по наблюдениям 9 избранных малых планет, проводившимся в ГАО АН УССР в 1952—1976 гг., определены средние значения невязок  $O-C$  для отдельных площадок неба и их систематические составляющие по прямому восхождению и склонению. Произведено сопоставление с результатами Д. Пирса.

*EXPERIENCE OF STUDYING THE SYSTEMATIC ERRORS OF STAR CATALOGUES FROM THE ANALYSIS OF PHOTOGRAPHIC OBSERVATIONS OF SELECTED MINOR PLANETS, by Major S. P.*— 424 observations of selected minor planets have been reduced to the systems of Yale, SAO and AGK3 catalogues. The mean  $O-C$  residuals are tabulated for small rectangular fields. Systematic errors of these catalogues are estimated attributing the  $O-C$  residuals to errors in the star positions only. A comparison is made with the Yale corrections determined by D. A. Pierce.

Каждое позиционное наблюдение какого-либо тела Солнечной системы дает два уравнения вида:

$$\Delta\alpha_{obs} + \sum_{i=1}^6 \frac{\partial\alpha}{\partial E_i} \Delta E_i + \sum_{i=1}^4 \frac{\partial\alpha}{\partial E'_i} \Delta E'_i = \Delta\alpha,$$

$$\Delta\delta_{obs} + \sum_{i=1}^6 \frac{\partial\delta}{\partial E_i} \Delta E_i + \sum_{i=1}^4 \frac{\partial\delta}{\partial E'_i} \Delta E'_i = \Delta\delta,$$

где  $\Delta\alpha$  и  $\Delta\delta$  — невязки  $O-C$ ,  $\Delta E_i$  и  $\Delta E'_i$  — неизвестные поправки к орбитальным элементам наблюдаемого объекта и Земли соответственно,  $\Delta\alpha_{obs}$  и  $\Delta\delta_{obs}$  — ошибки наблюдений. Последние включают в себя возможные постоянные ошибки прямых восхождений и склонений, или так называемые ошибки равноденствия и экватора, ошибки координат опорных звезд, а также ошибки измерений и их обработки. Систематические составляющие ошибок измерений снимков обычно тщательно исследуются и по возможности исключаются. Достаточно полно учитывается также влияние разного рода эффектов, искажающих вид фотографируемого участка неба. Неисключенными, следовательно, остаются ошибки элементов орбиты наблюдаемого объекта и ошибки опорного каталога. Именно эти ошибки обычно определяют из анализа отдельных рядов наблюдений. Задачу решают в трех аспектах: 1) определяют поправки к элементам орбиты и систематические ошибки каталога; 2) определяют поправки к элементам орбиты и ошибки равноденствия и экватора; 3) ограничиваются определением только поправок к элементам орбиты. При этом, естественно, делаются те или иные допущения с учетом ошибок опорного каталога.

Предположим, что элементы орбит являются достаточно точными, а ошибки, обусловленные их неточностями, — величины второго порядка малости. Тогда значения  $O-C$  можно рассматривать как ошибки

координат соответствующих групп опорных звезд, т. е. представлять их в виде

$$(O - C)_{\alpha_i} = \varepsilon_{\alpha_i} + \sum_{j=1}^{n_i} D_{ij} \xi_{\alpha_{ij}} + \zeta_{\alpha_i},$$

$$(O - C)_{\delta_i} = \varepsilon_{\delta_i} + \sum_{j=1}^{n_i} D_{ij} \xi_{\delta_{ij}} + \zeta_{\delta_i},$$

где  $\varepsilon$  и  $\xi$  — систематическая и случайная составляющие ошибок прямого восхождения ( $\alpha$ ) и склонения ( $\delta$ )  $j$ -й звезды на  $i$ -м снимке,  $n_i$  и  $D_{ij}$  — количество опорных звезд и их депенденсы,  $\zeta$  — случайная ошибка наблюдения. Сделав такое допущение относительно элементов орбит 10 избранных малых планет, мы попытались оценить зонные ошибки опорных каталогов, а именно Йельских зонных каталогов (Yale), каталога Смитсоновской астрофизической обсерватории (SAO) и AGK3. Данными для этого исследования послужили 424 наблюдения 9 избранных малых планет, которые были выполнены в 1952—1976 гг. в ГАО АН УССР с помощью астрографа 40/550 по программе Каталога слабых звезд [1, 3] (еще одна планета — Партенопа — наблюдалась очень мало и в это исследование не включена).

Сравнение с эфемеридами выполнено в два этапа в ИТА АН СССР [2]. Для вычисления предварительных значений  $O - C$  взяты элементы орбит, опубликованные в сборнике «Эфемериды малых планет на 1966 г.». Для их улучшения В. И. Орельская отобрала наиболее хорошо согласующиеся между собой наблюдения (около 1500 положений). Представление неучаствовавших в улучшении наблюдений показало хорошее качество полученных элементов, и они были положены в основу для образования окончательных значений  $O - C$  для всего наблюдательного материала.

Каждая пара значений  $O - C$  первоначально была определена в системе какого-то каталога. Большинство наблюдений (335) обработано с использованием опорных звезд Йельских каталогов, в остальных случаях использовались каталоги SAO или AGK3. Образовав, где это возможно, для каждой опорной звезды разности координат  $D\alpha_{ij}$ ,  $D\delta_{ij}$  в смысле «Yale минус SAO», «Yale минус AGK3» и «SAO минус AGK3» и используя значения депенденсов  $D_{ij}$ , мы вычислили для каждого наблюдения невязки  $O - C$  в системе двух других каталогов.

Чтобы уменьшить случайные ошибки невязок  $O - C$ , мы их группировали и осредняли. На первом этапе они были осреднены по ячейкам небесной сферы, размеры которых  $10 \times 2.5^\circ$ . Обозначим эти средние невязки через  $(O - C)_{\text{я}}$ . Таковых было получено 243 пары в системе Йельских каталогов, 244 — в системе каталога SAO и 139 — в системе AGK3. Затем зона наблюдений малых планет была разделена на девять подзон (по числу независимых координатных систем, к которым отнесены 16 Йельских каталогов этой зоны), а каждая подзона — на шесть участков по прямому восхождению. Получилось 54 площадки. Распределив значения  $(O - C)_{\text{я}}$  по этим площадкам и осреднив их по каждой из них, мы нашли некоторые средние значения  $d\alpha_i$  и  $d\delta_i$ . Таких пар оказалось: в системе Yale и SAO по 37, в системе AGK3 — 25. Значения  $d\alpha_i$  и  $d\delta_i$  приведены в табл. 1 и 2. По уклонениям отдельных значений  $(O - C)_{\text{я}}$  от их средних  $d\alpha_i$ ,  $d\delta_i$  находились средние квадратичные ошибки последних (табл. 3).

Здесь уместно напомнить результаты работы Д. Пирса [5] по исследованию систематических ошибок Йельских каталогов. Для этой цели он использовал около 6700 фотографических наблюдений 15 избранных малых планет, которые были получены по плану Д. Брауэра [4] в 1935—1948 гг. Анализируя разности  $O - C$ , он нашел одновременно

Таблица 1. Среднегрупповые значения невязок  $d\alpha_i$  и ошибки прямых восхождений Йельских каталогов  $\Delta\alpha_i$  по Пирсу [5], в 0.001"

$\delta$ -зоны	Каталог	$\alpha$ -зоны						Среднее
		0—4 <sup>h</sup>	4—8 <sup>h</sup>	8—12 <sup>h</sup>	12—16 <sup>h</sup>	16—20 <sup>h</sup>	20—24 <sup>h</sup>	
+30°—+20°	Yale	75	16	33	-258	12	—	-24
	SAO	143	102	155	-190	76	—	57
	AGK3	-54	77	-71	-14	45	—	-3
	Yale'	-288	-459	-525	-619	-475	(-165)	-473
+20—+15	Yale	—	152	472	—	254	—	292
	SAO	—	212	372	—	265	—	283
	AGK3	—	86	184	—	212	—	161
	Yale'	(-400)	-284	-306	(-401)	-469	(-444)	-353
+15—+9	Yale	-265	-91	125	-91	-191	120	-66
	SAO	-235	-41	142	-3	-411	739	32
	AGK3	-349	-144	191	45	-323	94	-81
	Yale'	-535	-371	-400	-598	-570	-527	-500
+9—+5	Yale	—	164	268	-15	30	-353	19
	SAO	—	476	-134	-10	238	-421	30
	AGK3	—	74	260	-94	30	-10	52
	Yale'	(-558)	-549	-537	-614	-643	-649	-598
+5—-2	Yale	-345	—	-480	-458	—	-135	-354
	SAO	-260	—	-720	-356	—	-334	-417
	AGK3	-108	—	-255	-57	—	63	-89
	Yale'	-622	(-682)	-637	-639	(-702)	-717	-654
-2°—-10°	Yale	155	—	-119	12	-116	12	-12
	SAO	-88	—	-149	36	-413	-437	-210
	AGK3	—	—	—	139	—	-522	192
	Yale'	-566	(-443)	-467	-367	-364	-258	-406
-10—-14	Yale	521	—	—	-104	-470	556	126
	SAO	89	—	—	91	-682	199	-76
	Yale'	-486	(-598)	(-359)	-614	-486	-278	-466
-14—-20	Yale	—	—	—	-689	-6	-106	-267
	SAO	—	—	—	-674	-16	-545	-412
	Yale'	(-275)	(-468)	(-883)	-694	-377	-474	-515
-20—-30	Yale	—	—	—	—	469	-4	232
	SAO	—	—	—	—	333	575	454
	Yale'	(-692)	(-479)	—	-438	-488	-636	-562
Среднее	Yale	28	60	50	-229	-2	13	—
	SAO	-70	187	-56	-158	-76	-32	—
	AGK3	-170	24	62	4	-9	-94	—
	Yale'	-499	-416	-479	-593	-484	-506	—

Примечание: числа, взятые в скобки, при подсчете средних не учитывались.

Таблица 2. Среднегрупповые значения невязок  $d\delta_i$  и ошибки склонений Йельских каталогов  $\Delta\delta_i$  по Пирсу [5], в 0.001"

$\delta$ -зоны	Каталог	$\alpha$ -зоны						Среднее
		0—4 <sup>h</sup>	4—8 <sup>h</sup>	8—12 <sup>h</sup>	12—16 <sup>h</sup>	16—20 <sup>h</sup>	20—24 <sup>h</sup>	
+30°—+20°	Yale	-360	213	-67	-130	217	—	-25
	SAO	-320	82	-105	-140	248	—	-47
	AGK3	-430	-225	-125	-170	241	—	-142
	Yale'	-57	-98	-16	-27	-65	(-87)	-53
+20—+15	Yale	—	-354	-205	—	170	—	-130
	SAO	—	-58	59	—	508	—	170

δ-зоны	Каталог	α-зоны						Среднее
		0—4 <sup>h</sup>	4—8 <sup>h</sup>	8—12 <sup>h</sup>	12—16 <sup>h</sup>	16—20 <sup>h</sup>	20—24 <sup>h</sup>	
+20—+15	AGK3	—	16	215	—	695	—	309
	Yale'	(-399)	-362	-362	(-362)	-350	(-379)	-358
+15—+9	Yale	-408	-180	-160	117	80	254	-50
	SAO	-107	180	-59	86	300	746	191
	AGK3	21	90	179	3	330	534	193
	Yale'	-220	-316	-291	-128	-102	-311	-228
+9—+5	Yale	—	-120	335	210	600	613	328
	SAO	—	-130	185	28	840	1040	393
	AGK3	—	-150	360	24	220	547	200
	Yale'	(-166)	-296	-148	-48	-57	-92	-128
+5—-2	Yale	-110	—	-1170	-223	—	-260	-441
	SAO	-126	—	-1280	-167	—	302	-318
	AGK3	98	—	-240	374	—	272	126
	Yale'	-252	(-489)	-418	-336	(-315)	-336	-336
2°—10°	Yale	-325	—	460	13	-184	-128	-33
	SAO	28	—	430	60	285	217	204
	AGK3	—	—	—	353	—	50	202
	Yale'	-434	(-409)	-303	-269	-419	-370	-359
-10—-14	Yale	270	—	—	70	260	276	219
	SAO	-235	—	—	8	240	17	8
	Yale'	313	(17)	(141)	40	155	253	190
-14—-20	Yale	—	—	—	0	231	184	138
	SAO	—	—	—	-100	289	-32	52
	Yale'	(300)	(-10)	(149)	163	32	241	145
-20—-30	Yale	—	—	—	—	798	-43	-420
	SAO	—	—	—	—	-100	257	78
	Yale'	(-410)	(-379)	—	(-269)	-213	-340	-276
Среднее	Yale	-187	-110	-134	8	72	128	—
	SAO	-152	18	-128	-32	326	364	—
	AGK3	-104	-67	78	117	372	351	—
	Yale'	-130	-268	-256	-86	-127	-136	—

Примечание: числа взятые в скобки, при подсчете средних не учитывались.

поправки к элементам орбит наблюдавшихся малых планет и систематические поправки к координатам опорных звезд. Последние, взятые с обратным знаком и обозначаемые в дальнейшем через  $\Delta\alpha_i$  и  $\Delta\delta_i$ , приведены в строках Yale' табл. 1 и 2. Средняя точность поправок равна  $0.055''$  по прямому восхождению и  $0.043''$  по склонению. О том, насколько хорошо согласуются между собой полученные в системах разных каталогов среднегрупповые невязки  $d\alpha_i$ ,  $d\delta_i$ , а также об их сходстве с результатами Д. Пирса ( $\Delta\alpha_i$ ,  $\Delta\delta_i$ ), можно судить по данным табл. 4.

Таблица 3. Средние значения средних квадратичных ошибок невязок  $d\alpha_i$  и  $d\delta_i$ , в  $0.001''$

Ошибка	Каталог		
	Yale	SAO	AGK3
$\bar{\sigma}_{d\alpha_i}$	133	184	121
$\bar{\sigma}_{d\delta_i}$	124	116	96

Данные, приведенные в этой таблице, вычислялись по формуле:

$$r(x; y) = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}},$$

где  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$  — сравниваемые величины,  $x$  и  $y$  — их математические ожи-

Таблица 4. Значения выборочного коэффициента корреляции

Невязки	$\Delta\delta_Y$	$\Delta\delta_Y^*$	$d\delta_Y$	$d\delta_Y^*$	$d\delta_S$	$d\delta_S^*$	$d\delta_G^*$	Невязки
$\Delta\alpha_Y$	1	1	0.48	0.48	0	0.19	-0.23	$\Delta\delta_Y$
$\Delta\alpha_Y^*$	1	1	0.48	0.48	0.19	0.19	-0.23	$\Delta\delta_Y^*$
$d\alpha_Y$	0.53	0.52	1	1	0.75	0.88	0.50	$d\delta_Y$
$d\alpha_Y^*$	0.52	0.52	1	1	0.88	0.88	0.50	$d\delta_Y^*$
$d\alpha_S$	0.23	0.28	0.72	0.79	1	1	0.66	$d\delta_S$
$d\alpha_S^*$	0.28	0.28	0.79	0.79	1	1	0.66	$d\delta_S^*$
$d\alpha_G$	0.02	0.02	0.68	0.68	0.67	0.67	1	$d\delta_G^*$

  

Невязки	$\Delta\alpha_Y$	$\Delta\alpha_Y^*$	$d\alpha_Y$	$d\alpha_Y^*$	$d\alpha_S$	$d\alpha_S^*$	$d\alpha_G^*$	Невязки
---------	------------------	--------------------	-------------	---------------	-------------	---------------	---------------	---------

Примечание: индексы Y, S и G указывают на каталог, в системе которого получены соответствующие величины; знаком \* отмечены случаи, когда рассматривалась только область  $\delta > -2^\circ$ ; числа, расположенные выше диагонали относятся к склонениям; числа, расположенные ниже ее, — к прямым восхождениям.

дания. Проверка по  $t$ -критерию показывает, что с вероятностью 0.95 и выше предположение о некоррелированности является необоснованным в 2/3 случаев. Слабо коррелируемыми являются пары, состоящие из последовательностей  $\Delta\alpha_i$  и  $\Delta\delta_i$ , с одной стороны, и среднегрупповых невязок  $d\alpha_i$  и  $d\delta_i$  в системе каталога SAO и AGK3 с другой. Для них  $r < 0.5$ .

Таблица 5. Средние квадратичные ошибки систематических составляющих невязок O—C, в 0.0001"

Каталог	$\bar{\sigma}_{d\alpha_\alpha}$	$\bar{\sigma}_{d\alpha_\delta}$	$\bar{\sigma}_{d\delta_\alpha}$	$\bar{\sigma}_{d\delta_\delta}$
Yale	113	149	142	180
SAO	136	138	129	178
AGK3	97	110	117	139
Yale'	51	58	85	44

Осреднив невязки  $d\alpha_i$ ,  $d\delta_i$  по участкам прямых восхождений и подзонам склонений, мы получили их систематические составляющие по  $\alpha$  и  $\delta$ . Они приведены в табл. 1 и 2 в графах и строках под названием «среднее». Средние квадратичные ошибки этих величин приведены в табл. 5. Там же в последней строке даны аналогичные величины для составляющих  $\Delta\alpha_\alpha$ ,  $\Delta\alpha_\delta$ ,  $\Delta\delta_\alpha$  и  $\Delta\delta_\delta$ . Результаты вычислений выборочного коэффициента корреляции между соответствующими последовательностями значений систематических составляющих приведены в табл. 6. Сопоставив фактические значения показателя достоверности  $t_r = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$ , где  $n$  — количество сравниваемых пар, с фиксированными значениями  $t_i = \{2,78; 4,60; 8,61\}$  при  $n = 6$  или  $t_i = \{2,36; 3,50; 5,41\}$  при  $n = 9$ , которые соответствуют трем степеням вероятности безошибочных суждений 0.95, 0.99 и 0.999, увидим, что для  $r \geq 0.8$  критерий достоверности выше первого порога достоверности. Это соотношение справедливо также для последовательностей  $\Delta\delta_{\delta Y}$  и  $d\delta_{\delta Y}$ .

Таким образом устанавливаем, что составляющие  $d\alpha_\alpha$ ,  $d\delta_\delta$ , найденные нами по невязкам O—C в системе Йельских каталогов, хорошо согласуются с систематическими составляющими ошибок координат опорных звезд, которые получил Д. Пирс, что свидетельствует о реальности этих составляющих. Кроме того, это является доказательством правомер-

ности примененной нами методики по оценке систематических ошибок координат опорных звезд.

Похожие зависимости от прямого восхождения невязок  $(O-C)_{\alpha Y}$  и  $(O-C)_{\alpha S}$  обусловлены, очевидно, тем, что в экваториальной зоне каталога SAO доминируют звезды Йельского каталога. При составлении каталога SAO координаты звезд Йельского каталога как и координаты из других каталогов, были редуцированы на систему FK4. По-видимому, это сделано не очень строго.

Таблица 6. Значения выборочного коэффициента корреляции между систематическими составляющими невязок  $(O-C)_i$  и ошибок  $\Delta\alpha_i$  и  $\Delta\delta_i$

Невязки	$\Delta\delta_{\alpha Y}$ $\Delta\delta_{\delta Y}$	$\Delta\delta_{\alpha Y}^*$ $\Delta\delta_{\delta Y}^*$	$d\delta_{\alpha Y}$ $d\delta_{\delta Y}$	$d\delta_{\alpha Y}^*$ $d\delta_{\delta Y}^*$	$d\delta_{\alpha S}$ $d\delta_{\delta S}$	$d\delta_{\alpha S}^*$ $d\delta_{\delta S}^*$	$d\delta_{\alpha G}^*$ $d\delta_{\delta G}^*$	Невязки
$\Delta\alpha_{\alpha Y}$	1	0.7	0.5	0.4	0.3	0.4	0.4	$\Delta\delta_{\alpha Y}$
$\Delta\alpha_{\delta Y}$	1	1	0.7	0.5	0	0.1	-0.7	$\Delta\delta_{\delta Y}$
$\Delta\alpha_{\alpha Y}^*$	0.9	1	0	0.1	-0.1	-0.1	0.1	$\Delta\delta_{\alpha Y}^*$
$\Delta\alpha_{\delta Y}^*$	1	1	0.5	0.5	0.1	0.1	-0.7	$\Delta\delta_{\delta Y}^*$
$d\alpha_{\alpha Y}$	0.9	0.7	1	1.0	0.9	0.5	0.9	$d\delta_{\alpha Y}$
$d\alpha_{\delta Y}$	0.6	0.6	1	1	0.6	0.9	0.1	$d\delta_{\delta Y}$
$d\alpha_{\alpha Y}^*$	0.7	0.5	0.5	1	1.0	0.9	0.9	$d\delta_{\alpha Y}^*$
$d\alpha_{\delta Y}^*$	0.6	0.6	1	1	0.9	0.9	0.1	$d\delta_{\delta Y}^*$
$d\alpha_{\alpha S}$	0.9	0.8	0.6	0.5	1	1.0	1.0	$d\delta_{\alpha S}$
$d\alpha_{\delta S}$	0.3	0.4	0.9	0.9	1	1	0.5	$d\delta_{\delta S}$
$d\alpha_{\alpha S}^*$	0.7	0.6	0.3	0.8	0.7	1	0.9	$d\delta_{\alpha S}^*$
$d\alpha_{\delta S}^*$	0.4	0.4	0.9	0.9	1	1	0.5	$d\delta_{\delta S}^*$
$d\alpha_{\alpha G}$	0.2	0.1	-0.1	0.8	0.2	0.6	1	$d\delta_{\alpha G}^*$
$d\alpha_{\delta G}$	0	0	0.7	0.7	0.8	0.8	1	$d\delta_{\delta G}^*$

  

Невязки	$\Delta\alpha_{\alpha Y}$ $\Delta\alpha_{\delta Y}$	$\Delta\alpha_{\alpha Y}^*$ $\Delta\alpha_{\delta Y}^*$	$d\alpha_{\alpha Y}$ $d\alpha_{\delta Y}$	$d\alpha_{\alpha Y}^*$ $d\alpha_{\delta Y}^*$	$d\alpha_{\alpha S}$ $d\alpha_{\delta S}$	$d\alpha_{\alpha S}^*$ $d\alpha_{\delta S}^*$	$d\alpha_{\alpha G}$ $d\alpha_{\delta G}$	Невязки
---------	--	--	--	--	--	--	--	---------

См. примечание к табл. 4.

Все невязки вида  $(O-C)_\delta$  одинаковым образом изменяются в зависимости от прямого восхождения. Можно, следовательно, предположить, что соответствующие систематические составляющие ошибок всех трех каталогов одинаковы. С другой стороны, это может быть следствием ошибочности принятых элементов орбит или каких-то систематических ошибок наблюдений. Предположение о безошибочности элементов орбит является упрощением реальности, но верно и то, что действие этих ошибок в значительной мере ослаблено, так как систематические составляющие находились по совокупности некоторого количества планет, наблюдавшихся в течение нескольких оппозиций.

Полученные результаты следует рассматривать как оценки, дающие в первом приближении качественную характеристику каталожных ошибок. Совместно с полученными В. И. Орельской значениями элементов орбит, их можно использовать для дальнейшего уточнения как тех, так и других.

1. Орельская В. И.— В кн.: Тр. 17-й астром. конф. СССР. Л.: Наука, 1967, с. 24—35.
2. Орельская В. И.— Бюл. Ин-та теор. астрономии, 1975, 14, с. 95—101.
3. Самойлова-Яхонтова Н. С.— В кн.: Тр. 11-й астром. конф. СССР, Л., 1955, с. 78—82.
4. Brouwer D.— Astron. J., 1935, 44, p. 57—63.
5. Pierce D. A.— Astron. Pap. of the American Ephemeris, 1978, 22, p. 207—360.