

УДК 523.942

Модели конвективной зоны Солнца

А. С. Гадун

На основании теории длины перемешивания получены модели конвективной зоны Солнца, согласованные на внутренней границе с моделью внутреннего строения Солнца Абрахама, Ибена (1971), а на внешней — с полуэмпирическими моделями атмосферы Солнца HSRA, HOLMU, VAL80 и с теоретической двумерной моделью Нельсона (1978). Вычисленные скорости подъема конвективных элементов сравнивались с наблюдаемыми величинами.

MODELS OF SOLAR CONVECTIVE ZONE, by Gadun A. S.— Models of solar convective zone, agreed with Abraham's and Eben's model of internal solar structure on inner boundary and HSRA, HOLMU, VAL 80 semi-empirical models and Nelson's (1978) theoretical two-dimensional model on outer boundary, were received on the base of the mixing length theory. Calculated velocities of rising convective elements were compared with the observed ones.

Теория длины перемешивания не может являться достаточно подходящим методом для исследования конвекции в звездах. Однако из-за простоты применения она активно используется при построении моделей звезд в теории пульсаций, при расчете эволюционных треков. В связи с этим целесообразно, воспользовавшись идеей Спруита [24], [23] о вариации некоторых приближенно определяемых в теории длины перемешивания параметров, рассчитать модель конвективной зоны Солнца, потребовав, чтобы она удовлетворяла полуэмпирической модели атмосферы Солнца на внешней границе и одной из приемлемых моделей его внутреннего строения на внутренней. Тем самым мы сможем

оценить правильность выбора численного значения этих свободных параметров теории длины перемешивания и получить одновременно модель конвективной зоны Солнца.

Требования к модели.

1. Вычислительная модель должна удовлетворять одной из полуэмпирических моделей атмосферы Солнца на внешней границе конвек-

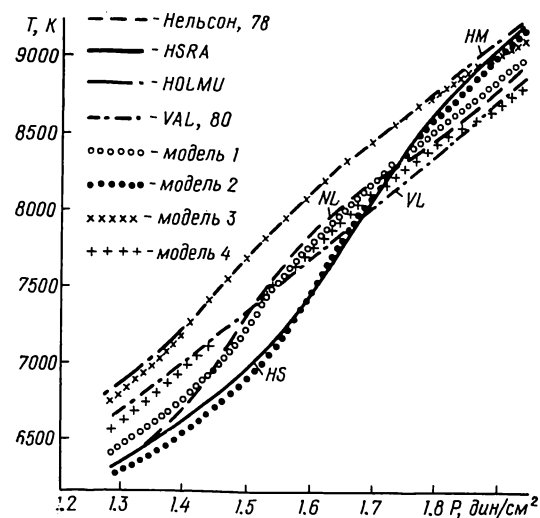


Рис. 1. Изменения температуры от давления для исходных и вычисленных моделей

тивной зоны. В качестве таковых брались модели: HSRA [15], Холвегера—Мюллер (HOLMU) [18], Вернаццы, Авретта, Лойзера (VAL, 80) [25], а также двумерная теоретическая модель Нельсона [22].

Расчитанная модель считалась удовлетворяющей исходной, если относительное различие между изменениями интенсивности при переходе центр-край не превышало 1% от задаваемых в исходной модели при $\lambda = 5000 \text{ \AA}$ и $\lambda = 16500 \text{ \AA}$ [23]. Зависимость температуры от давления исходных моделей показана на рис. 1.

2. На внутренней границе полученная модель должна удовлетворять одной из моделей внутреннего строения Солнца. Мы использовали стандартную модель Абрахама, Ибена [6]. Сравнение этой модели с «собирающей», приведенной Алленом [2], показано на рис. 2.

Согласование нашей модели с моделью Абрахама, Ибена осуществлялось по трем величинам: ρ — T — r (плотности — температуре — радиусу). Допустимым считалось расхождение до 15 % по плотности (в оптимальных моделях оно меньше).

3. Максимальная скорость подъема конвективных элементов не должна противоречить экспериментально установленным данным. Тре-

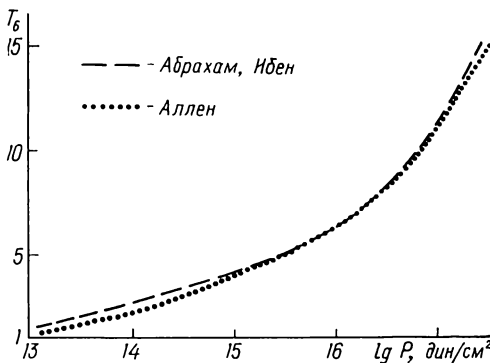
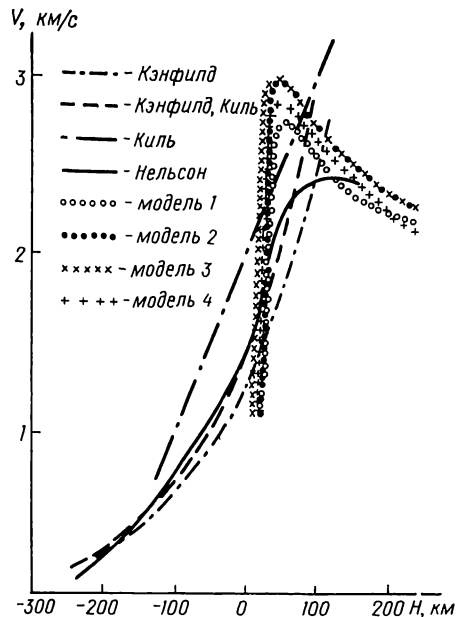


Рис. 2. Сравнение модели внутреннего строения Солнца Абрахама, Ибена [6] с «собирающей» моделью Аллена [2]

Рис. 3. Вычисленные и наблюдаемые распределения скоростей подъема конвективных элементов по глубине



бовать хорошего совпадения не следует, так как в теории длины перемешивания не учитывается инерционность движения конвективных элементов.

Сравнение проводилось с результатами работ: Кэнфилд [11], Кэнфилд, Киль [12], Киль [19], Нельсон [22]. Соответствующие распределения грануляционных скоростей по глубине показаны на рис. 3.

Основные уравнения. При вычислениях использована методика расчета стационарных оболочек звезд [1], [7], [16], [17]. Система обыкновенных дифференциальных уравнений задавалась в виде:

$$\frac{d \ln m_r}{d \ln P} = - \frac{4\pi r^4}{Gm_r^2} P, \quad (1)$$

$$\frac{d \ln r}{d \ln P} = - \frac{r}{G\sigma m_r} P, \quad (2)$$

$$\frac{d \ln T}{d \ln P} = \begin{cases} \nabla_r, & \text{если } \nabla_r < \nabla_{ad}, \\ \nabla, & \text{если } \nabla_{ad} \leq \nabla_r, \end{cases} \quad (3)$$

$$\frac{d \ln M_F}{d \ln P} = \frac{4\pi r^4}{Gm_r} \frac{P}{M_F}, \quad (4)$$

где m_r — масса вещества внутри сферы радиуса r ; M_F — вне сферы радиуса r ; G — гравитационная постоянная; ∇ — логарифмический температурный градиент среды при конвективном переносе энергии. Остальные обозначения общепринятые.

В качестве уравнения состояния было взято уравнение состояния идеального газа (с учетом давления излучения), состоящего из смеси H I , H II , He I , He II , He III и электронов. При этом мы пренебрегали давлением ионизации, ионными взаимодействиями и другими побочными эффектами, не учитывали наличие тяжелых элементов.

Логарифмический температурный градиент при лучистом переносе энергии (∇_r) вычисляли в приближении диффузии фотонов в звездном веществе [17]:

$$\nabla_r = \frac{3\kappa LP}{16\pi ac Gm_r T^4}, \quad (5)$$

где L — светимость Солнца; a — постоянная плотности излучения; c — скорость света.

Коэффициент непрозрачности (κ) принимался усредненным в смысле Росселанда и задавался таблично по данным работы Кокса и Тора [13] для химического состава $X=0.70$, $Y=0.28$, $Z=0.02$. Значения κ между узлами таблицы определяли двойным логарифмическим интерполированием.

В области, где возможна конвективная неустойчивость (по критерию Шварцшильда), ∇ определяли из решения системы уравнений [10] (при проведении настоящих расчетов мы не пользовались модификациями теории длины перемешивания [21], [20]):

$$F_r = \frac{4acT^4}{3\kappa\rho H_P} \nabla, \quad (6)$$

$$F_c = B \cdot C_P \rho l v \frac{T}{H_P} (\nabla - \nabla'), \quad (7)$$

$$F_r + F_c = \frac{4acT^4}{3\kappa\rho H_P} \nabla_r, \quad (8)$$

$$v^2 = \frac{1}{A} \frac{g}{H_P} l^2 Q (\nabla - \nabla'), \quad (9)$$

$$\frac{\nabla - \nabla'}{\nabla' - \nabla_{ad}} = \gamma_0 v, \quad (10)$$

$$\gamma_0 = F \frac{C_P \rho}{8\sigma T^3 \theta}, \quad (11)$$

$$\Theta = \frac{\omega}{1 + y\omega^2}, \quad (12)$$

$$y = \frac{3}{4\pi^2}, \quad (13)$$

$$\omega = l\kappa\rho, \quad (14)$$

где C_P — теплоемкость при постоянном давлении; F_r — поток энергии при лучистом переносе энергии; F_c — поток энергии при конвективном переносе энергии; ∇' — логарифмический температурный градиент внутри конвективного элемента; v — средняя скорость подъема элемента; H_P — шкала высот давления; θ — ускорение силы тяжести; Q — фактор ионизации; l — длина пути перемешивания.

Выражения для вычисления фактора эффективности конвекции ($\gamma_0 v$) — (10) — (14) заимствованы из [16]. B , $1/A$, F — параметры, значения которых находятся на основании требований к модели. Параметр B при ламинарной конвекции равен 1, а при развитой — $B=1/2$

[9]. Параметр $1/A$ показывает, какая часть работы, совершаемая внешними силами, превращается в кинетическую энергию поднимающегося элемента. Если эта часть, к примеру, $1/2$, то (с некоторыми предположениями при нахождении средней скорости движения элемента [10]) $1/A=1/8$. Рассчитывались модели и при $1/A=1/4, 1$ [5].

Фактор эффективности конвекции ($\gamma_0 v$) равен отношению энергии, переносимой элементом, к энергии, потерянной им на излучение за время движения. Его величина определяется характером распределения

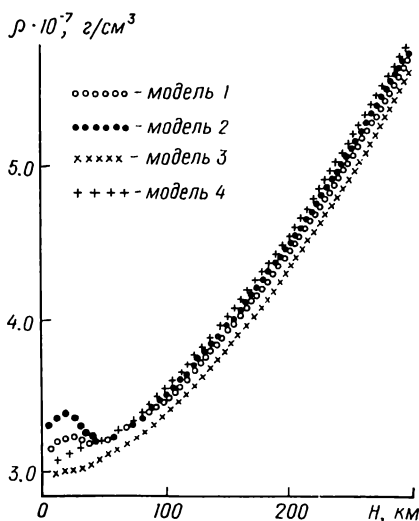
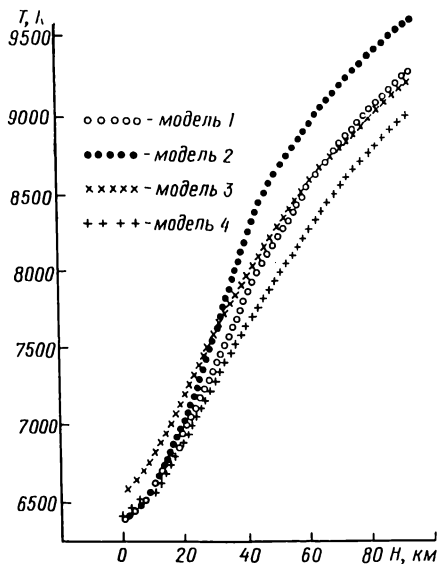


Рис. 4. Изменения температуры от глубины для вычисленных моделей

Рис. 5. Изменения плотности от глубины для вычисленных моделей

температуры внутри элемента и геометрической формой. Параметр F призван корректировать величину общей доли энергии, теряемой элементом на пути l с учетом того, что среда «возвращает» часть этой энергии, а также подправлять геометрическую модель элемента.

При расчетах для B задавалось значение $1/2$. Варьировались параметры A и F .

Длину пути перемешивания определяли из выражения:

$$l = 1.5 H_p. \tag{15}$$

Результаты. По описанной методике получено четыре модели конвективной зоны Солнца (табл. 1). Модели представлены в табл. 2, 3, 4, 5, где: N — номер слоя; H — глубина от уровня $\tau_R=1$ в см (τ_R — росселандова оптическая глубина); M_F — масса вещества вне сферы радиуса $(R_\odot - H)$ в г; P — газовое и лучистое давление в дин/см², T — темпера-

Таблица 1. Характеристики моделей конвективной зоны Солнца

Модель	Внешние граничные условия по:	A	B	F	Глубина зоны, км	v_m , км/с
Модель 1	Nelson	5.5	0.5	2.0	187 000	2.76
Модель 2	HSRA	4.0	0.5	0.5	188 000	3.01
Модель 3	HOLMU	4.5	0.5	3.25	189 000	2.99
Модель 4	VAL	5.0	0.5	6.0	192 000	2.87

Примечание: A, B, F —параметры теории длины перемешивания; v_m —максимальная скорость подъема конвективных элементов.

тура в градусах Кельвина; ρ — плотность в г/см³; v — скорость подъема конвективных элементов в см/с; F_c/F_T — отношение конвективного потока энергии к полному в процентах.

Зависимости температуры от давления на внешней границе этих моделей, в сравнении с исходными моделями, показаны на рис. 1, температуры от глубины — на рис. 4, а распределение усредненных скоростей подъема конвективных элементов по глубине — на рис. 3.

Следует отметить, что Доррант, Маттиг, Несис [14], Бэссген, Дойбнер [8] получили распределения грануляционных скоростей, значительно отличающиеся от тех, с которыми сравнивались вычисленные скорости конвективных элементов. Если использовать эти распределения

Таблица 2. Модель 1

N	H	M_F	P	T	ρ	v	F_c/F_T
1	7.357E05	2.745E23	1.328E05	6.549E03	3.145E-07	1.957E04	0.018
2	1.492E06	2.891E23	1.393E05	6.755E03	3.199E-07	4.745E04	0.272
3	2.276E06	3.044E23	1.462E05	7.036E03	3.222E-07	1.105E05	3.600
4	3.098E06	3.205E23	1.535E05	7.407E03	3.209E-07	2.012E05	23.311
5	3.965E06	3.374E23	1.611E05	7.800E03	3.192E-07	2.561E05	52.951
6	4.878E06	3.551E23	1.691E05	8.153E03	3.198E-07	2.739E05	72.185
7	5.830E06	3.737E23	1.775E05	8.457E03	3.226E-07	2.763E05	82.589
8	6.818E06	3.932E23	1.863E05	8.723E03	3.272E-07	2.731E05	88.437
9	7.838E06	4.137E23	1.955E05	8.959E03	3.332E-07	2.679E05	91.918
10	8.887E06	4.352E23	2.052E05	9.173E03	3.403E-07	2.621E05	94.134
11	9.964E06	4.578E23	2.153E05	9.368E03	3.484E-07	2.563E05	95.606
12	1.107E07	4.815E23	2.260E05	9.550E03	3.572E-07	2.506E05	96.617
13	1.220E07	5.064E23	2.372E05	9.720E03	3.669E-07	2.453E05	97.346
14	1.335E07	5.324E23	2.489E05	9.880E03	3.772E-07	2.403E05	97.884
15	1.452E07	5.598E23	2.613E05	1.003E04	3.882E-07	2.355E05	98.287
16	1.694E07	6.187E23	2.878E05	1.031E04	4.123E-07	2.268E05	98.826
17	1.945E07	6.836E23	3.170E05	1.058E04	4.390E-07	2.190E05	99.169
18	2.204E07	7.550E23	3.492E05	1.082E04	4.685E-07	2.119E05	99.396
19	2.471E07	8.337E23	3.847E05	1.105E04	5.008E-07	2.053E05	99.549
20	2.746E07	9.203E23	4.238E05	1.127E04	5.361E-07	1.993E05	99.652
21	3.617E07	1.237E24	5.664E05	1.189E04	6.619E-07	1.832E05	99.829
22	4.883E07	1.830E24	8.339E05	1.265E04	8.862E-07	1.650E05	99.921
23	6.270E07	2.702E24	1.228E06	1.339E04	1.196E-06	1.493E05	99.959
24	7.779E07	3.985E24	1.808E06	1.413E04	1.621E-06	1.355E05	99.977
25	9.415E07	5.873E24	2.662E06	1.488E04	2.203E-06	1.232E05	99.987
26	1.118E08	8.649E24	3.919E06	1.567E04	3.000E-06	1.121E05	99.992
27	1.310E08	1.273E25	5.770E06	1.650E04	4.086E-06	1.022E05	99.995
28	1.626E08	2.273E25	1.031E07	1.787E04	6.488E-06	8.928E04	99.997
29	1.981E08	4.055E25	1.842E07	1.941E04	1.028E-05	7.824E04	99.999
30	2.383E08	7.233E25	3.290E07	2.119E04	1.620E-05	6.885E04	99.999
31	2.839E08	1.290E26	5.879E07	2.327E04	2.540E-05	6.083E04	99.999
32	3.359E08	2.298E26	1.050E08	2.573E04	3.956E-05	5.393E04	100.000
33	3.957E08	4.095E26	1.876E08	2.870E04	6.118E-05	4.792E04	100.000
34	4.649E08	7.292E26	3.352E08	3.228E04	9.397E-05	4.263E04	100.000
35	5.455E08	1.298E27	5.988E08	3.665E04	1.432E-04	3.811E04	100.000
36	6.403E08	2.309E27	1.070E09	4.212E04	2.161E-04	3.443E04	100.000
37	7.529E08	4.104E27	1.911E09	4.925E04	3.216E-04	3.150E04	100.000
38	8.887E08	7.288E27	3.415E09	5.882E04	4.708E-04	2.892E04	100.000
39	1.118E09	1.564E28	7.402E09	7.652E04	7.692E-04	2.522E04	99.999
40	1.606E09	4.889E28	2.363E10	1.137E05	1.612E-03	1.956E04	99.998
41	2.336E09	1.512E29	7.541E10	1.704E05	3.356E-03	1.588E04	99.987
42	3.440E09	4.599E29	2.407E11	2.649E05	6.812E-03	1.295E04	99.886
43	5.116E09	1.364E30	7.682E11	4.186E05	1.370E-02	1.047E04	99.173
44	7.612E09	3.893E30	2.452E12	6.643E05	2.750E-02	8.427E03	95.546
45	1.019E10	8.246E30	5.855E12	9.400E05	4.638E-02	7.082E03	87.748
46	1.351E10	1.677E31	1.398E13	1.330E06	7.821E-02	5.711E03	69.163
47	1.868E10	3.718E31	4.051E13	2.033E06	1.482E-01	8.566E02	0.365
48	2.745E10	1.010E32	1.904E14	2.972E06	4.784E-01	0.0	0.0
49	3.582E10	2.389E32	8.946E14	4.008E06	1.686E 00	0.0	0.0
50	4.164E10	4.300E32	2.855E15	4.980E06	4.401E 00	0.0	0.0

Таблица 3. Модель 2

N	H	M_F	P	T	ρ	v	F_c/F_T
1	7.365E05	2.753E23	1.406E05	6.565E03	3.323E-07	1.017E04	0.002
2	1.496E06	2.908E23	1.476E05	6.797E03	3.367E-07	2.523E04	0.031
3	2.287E06	3.070E23	1.549E05	7.128E03	3.368E-07	6.994E04	0.704
4	3.126E06	3.241E23	1.626E05	7.622E03	3.300E-07	1.962E05	16.994
5	4.029E06	3.419E23	1.707E05	8.167E03	3.222E-07	2.854E05	60.020
6	4.991E06	3.607E23	1.791E05	8.582E03	3.204E-07	3.007E05	80.415
7	5.998E06	3.804E23	1.880E05	8.899E03	3.229E-07	2.990E05	88.741
8	7.043E06	4.011E23	1.973E05	9.156E03	3.278E-07	2.934E05	92.753
9	8.121E06	4.228E23	2.071E05	9.376E03	3.345E-07	2.871E05	94.965
10	9.227E06	4.456E23	2.173E05	9.571E03	3.424E-07	2.809E05	96.305
11	1.036E07	4.695E23	2.281E05	9.748E03	3.513E-07	2.750E05	97.190
12	1.152E07	4.946E23	2.394E05	9.910E03	3.610E-07	2.694E05	97.805
13	1.270E07	5.209E23	2.513E05	1.006E04	3.715E-07	2.642E05	98.242
14	1.390E07	5.486E23	2.637E05	1.020E04	3.827E-07	2.592E05	98.563
15	1.513E07	5.776E23	2.768E05	1.034E04	3.947E-07	2.546E05	98.810
16	1.638E07	6.080E23	2.905E05	1.047E04	4.073E-07	2.501E05	99.005
17	1.765E07	6.399E23	3.049E05	1.060E04	4.205E-07	2.459E05	99.160
18	1.894E07	6.735E23	3.200E05	1.072E04	4.345E-07	2.419E05	99.286
19	2.024E07	7.086E23	3.358E05	1.083E04	4.491E-07	2.381E05	99.389
20	2.157E07	7.456E23	3.525E05	1.095E04	4.645E-07	2.344E05	99.474
21	2.292E07	7.843E23	3.699E05	1.106E04	4.805E-07	2.308E05	99.543
22	2.429E07	8.250E23	3.883E05	1.116E04	4.973E-07	2.273E05	99.598
23	2.567E07	8.676E23	4.075E05	1.127E04	5.148E-07	2.241E05	99.645
24	2.708E07	9.124E23	4.277E05	1.137E04	5.331E-07	2.208E05	99.686
25	2.850E07	9.594E23	4.489E05	1.148E04	5.522E-07	2.177E05	99.722
26	3.289E07	1.115E24	5.190E05	1.177E04	6.146E-07	2.088E05	99.803
27	3.899E07	1.360E24	6.297E05	1.215E04	7.107E-07	1.979E05	99.870
28	5.207E07	2.019E24	9.272E05	1.289E04	9.569E-07	1.786E05	99.938
29	8.177E07	4.415E24	2.010E06	1.433E04	1.761E-06	1.468E05	99.981
30	9.848E07	6.513E24	2.959E06	1.509E04	2.399E-06	1.334E05	99.989
31	1.261E08	1.165E25	5.287E06	1.629E04	3.817E-06	1.160E05	99.995
32	1.682E08	2.525E25	1.146E07	1.811E04	7.081E-06	9.676E04	99.998
33	2.175E08	5.465E25	2.484E07	2.025E04	1.306E-05	8.126E04	99.999
34	2.757E08	1.182E26	5.386E07	2.288E04	2.386E-05	6.874E04	99.999
35	3.449E08	2.554E26	1.168E08	2.616E04	4.309E-05	5.853E04	100.000
36	4.284E08	5.516E26	2.531E08	3.036E04	7.684E-05	5.001E04	100.000
37	5.302E08	1.190E27	5.487E08	3.579E04	1.353E-04	4.294E04	100.000
38	6.562E08	2.565E27	1.189E09	4.308E04	2.342E-04	3.748E04	100.000
39	9.115E08	8.095E27	3.796E09	6.047E04	5.082E-04	3.148E04	100.000
40	1.293E09	2.541E28	1.212E10	9.007E04	1.060E-03	2.511E04	99.999
41	1.867E09	7.912E28	3.867E10	1.334E05	2.227E-03	1.973E04	99.996
42	2.729E09	2.433E29	1.234E11	2.030E05	4.584E-03	1.616E04	99.970
43	4.037E09	7.336E29	3.940E11	3.185E05	9.255E-03	1.312E04	99.741
44	6.012E09	2.146E30	1.257E12	5.045E05	1.859E-02	1.059E04	98.314
45	8.920E09	6.000E30	4.014E12	8.011E05	3.732E-02	8.491E03	92.398
46	1.305E10	1.572E31	1.281E13	1.273E06	7.491E-02	6.539E03	73.536
47	1.861E10	3.769E31	4.089E13	2.022E06	1.504E-01	2.394E03	5.896
48	2.740E10	1.025E32	1.921E14	2.976E06	4.822E-01	0.0	0.0
49	3.581E10	2.423E32	9.029E14	4.016E06	1.698E 00	0.0	0.0
50	4.166E10	4.356E32	2.882E15	4.990E06	4.434E 00	0.0	0.0

Таблица 4. Модель 3

N	H	M_F	P	T	ρ	v	F_c/F_T
1	7.577E05	2.746E23	1.286E05	6.755E03	2.951E-07	5.987E04	0.414
2	1.540E06	2.888E23	1.349E05	6.999E03	2.988E-07	1.284E05	4.286
3	2.354E06	3.036E23	1.416E05	7.309E03	3.001E-07	2.136E05	21.021
4	4.098E06	3.356E23	1.560E05	7.968E03	3.023E-07	2.941E05	65.719
5	5.990E06	3.707E23	1.718E05	8.519E03	3.098E-07	2.993E05	84.878
6	8.007E06	4.095E23	1.893E05	8.971E03	3.221E-07	2.890E05	92.282
7	1.013E07	4.522E23	2.085E05	9.355E03	3.378E-07	2.766E05	95.605
8	1.236E07	4.992E23	2.297E05	9.692E03	3.564E-07	2.649E05	97.281

N	H	M_F	P	T	ρ	ν	F_c/F_T
9	1.468E07	5.510E23	2.530E05	9.993E03	3.777E-07	2.544E05	98.224
10	1.709E07	6.080E23	2.787E05	1.027E04	4.014E-07	2.450E05	98.773
11	1.958E07	6.708E23	3.070E05	1.053E04	4.278E-07	2.365E05	99.126
12	2.215E07	7.400E23	3.382E05	1.077E04	4.568E-07	2.288E05	99.363
13	2.480E07	8.162E23	3.725E05	1.099E04	4.885E-07	2.217E05	99.526
14	2.753E07	9.001E23	4.104E05	1.121E04	5.232E-07	2.151E05	99.633
15	3.033E07	9.925E23	4.520E05	1.142E04	5.610E-07	2.089E05	99.713
16	4.229E07	1.466E24	6.655E05	1.220E04	7.480E-07	1.873E05	99.880
17	5.542E07	2.162E24	9.799E05	1.294E04	1.007E-06	1.690E05	99.943
18	6.974E07	3.187E24	1.443E06	1.366E04	1.363E-06	1.531E05	99.968
19	8.526E07	4.694E24	2.124E06	1.440E04	1.852E-06	1.390E05	99.982
20	1.021E08	6.911E24	3.128E06	1.516E04	2.522E-06	1.263E05	99.990
21	1.202E08	1.017E25	4.605E06	1.596E04	3.437E-06	1.151E05	99.994
22	1.398E08	1.497E25	6.780E06	1.681E04	4.683E-06	1.049E05	99.996
23	1.610E08	2.202E25	9.983E06	1.772E04	6.377E-06	9.585E04	99.997
24	1.839E08	3.239E25	1.470E07	1.871E04	8.672E-06	8.770E04	99.998
25	2.086E08	4.764E25	2.164E07	1.980E04	1.177E-05	8.038E04	99.999
26	2.355E08	7.006E25	3.186E07	2.099E04	1.595E-05	7.380E04	99.999
27	2.647E08	1.030E26	4.691E07	2.231E04	2.155E-05	6.789E04	99.999
28	2.966E08	1.514E26	6.907E07	2.379E04	2.904E-05	6.256E04	100.000
29	3.315E08	2.226E26	1.017E08	2.545E04	3.902E-05	5.773E04	100.000
30	3.697E08	3.272E26	1.497E08	2.732E04	5.225E-05	5.333E04	100.000
31	4.117E08	4.808E26	2.205E08	2.944E04	6.976E-05	4.930E04	100.000
32	4.580E08	7.064E26	3.246E08	3.184E04	9.285E-05	4.560E04	100.000
33	5.093E08	1.038E27	4.779E08	3.459E04	1.232E-04	4.226E04	100.000
34	5.662E08	1.524E27	7.036E08	3.774E04	1.628E-04	3.929E04	100.000
35	6.297E08	2.237E27	1.036E09	4.141E04	2.141E-04	3.672E04	100.000
36	7.008E08	3.283E27	1.525E09	4.577E04	2.800E-04	3.451E04	100.000
37	7.810E08	4.816E27	2.246E09	5.103E04	3.636E-04	3.258E04	100.000
38	9.222E08	8.551E27	4.012E09	6.116E04	5.309E-04	2.987E04	100.000
39	1.162E09	1.835E28	8.698E09	7.971E04	8.665E-04	2.592E04	99.999
40	1.477E09	3.923E28	1.886E10	1.039E05	1.418E-03	2.182E04	99.999
41	1.949E09	9.179E28	4.502E10	1.396E05	2.472E-03	1.840E04	99.996
42	2.851E09	2.817E29	1.437E11	2.133E05	5.074E-03	1.507E04	99.963
43	4.222E09	8.472E29	4.587E11	3.352E05	1.023E-02	1.222E04	99.690
44	6.286E09	2.468E30	1.464E12	5.312E05	2.056E-02	9.868E03	98.030
45	9.316E09	6.858E30	4.673E12	8.436E05	4.127E-02	7.905E03	91.503
46	1.278E10	1.528E31	1.229E13	1.241E06	7.375E-02	6.375E03	76.171
47	1.826E10	3.684E31	3.923E13	1.971E06	1.480E-01	3.249E03	16.537
48	2.706E10	1.009E32	1.844E14	2.950E06	4.666E-01	0.0	0.0
49	3.553E10	2.392E32	8.664E14	3.985E06	1.641E 00	0.0	0.0
05	4.142E10	4.305E32	2.765E15	4.952E06	4.286E 00	0.0	0.0

Таблица 5. Модель 4

N	H	M_F	P	T	ρ	ν	F_c/F_T
1	7.389E05	2.740E23	1.286E05	6.575E03	3.033E-07	5.301E04	0.320
2	1.498E06	2.881E23	1.349E05	6.774E03	3.087E-07	1.106E05	3.034
3	2.283E06	3.030E23	1.416E05	7.026E03	3.124E-07	1.826E05	14.329
4	3.099E06	3.185E23	1.486E05	7.317E03	3.146E-07	2.391E05	34.235
5	4.837E06	3.521E23	1.637E05	7.907E03	3.199E-07	2.855E05	68.893
6	6.708E06	3.890E23	1.804E05	8.431E03	3.290E-07	2.874E05	85.100
7	8.701E06	4.297E23	1.987E05	8.880E03	3.422E-07	2.773E05	92.170
8	1.080E07	4.744E23	2.189E05	9.270E03	3.587E-07	2.653E05	95.522
9	1.300E07	5.238E23	2.411E05	9.615E03	3.782E-07	2.538E05	97.239
10	1.530E07	5.781E23	2.656E05	9.925E03	4.004E-07	2.434E05	98.207
11	1.768E07	6.380E23	2.925E05	1.021E04	4.254E-07	2.342E05	98.774
12	2.015E07	7.039E23	3.222E05	1.047E04	4.530E-07	2.259E05	99.132
13	2.270E07	7.765E23	3.550E05	1.072E04	4.835E-07	2.183E05	99.370
14	2.533E07	8.565E23	3.910E05	1.095E04	5.169E-07	2.114E05	99.536
15	2.804E07	9.445E23	4.307E05	1.117E04	5.534E-07	2.050E05	99.643

<i>N</i>	<i>H</i>	<i>M_F</i>	<i>P</i>	<i>T</i>	ρ	<i>v</i>	<i>F_c/F_T</i>
16	3.082E07	1.042E24	4.744E05	1.138E04	5.932E-07	1.990E05	99.721
17	3.961E07	1.396E24	6.341E05	1.199E04	7.347E-07	1.830E05	99.860
18	5.237E07	2.059E24	9.337E05	1.274E04	9.864E-07	1.648E05	99.934
19	6.631E07	3.036E24	1.375E06	1.347E04	1.333E-06	1.491E05	99.965
20	8.144E07	4.472E24	2.024E06	1.421E04	1.810E-06	1.352E05	99.981
21	9.783E07	6.585E24	2.980E06	1.496E04	2.462E-06	1.229E05	99.989
22	1.155E08	9.693E24	4.388E06	1.575E04	3.354E-06	1.118E05	99.993
23	1.347E08	1.426E25	6.460E06	1.659E04	4.570E-06	1.019E05	99.996
24	1.553E08	2.099E25	9.511E06	1.749E04	6.224E-06	9.306E04	99.997
25	1.777E08	3.087E25	1.400E07	1.847E04	8.466E-06	8.510E04	99.998
26	2.019E08	4.541E25	2.062E07	1.953E04	1.150E-05	7.795E04	99.999
27	2.281E08	6.677E25	3.036E07	2.069E04	1.558E-05	7.153E04	99.999
28	2.566E08	8.819E25	4.470E07	2.198E04	2.107E-05	6.576E04	99.999
29	2.877E08	1.444E26	6.581E07	2.342E04	2.842E-05	6.056E04	100.000
30	3.216E08	2.122E26	9.689E07	2.503E04	3.821E-05	5.585E04	100.000
31	3.587E08	3.119E26	1.427E08	2.684E04	5.120E-05	5.158E04	100.000
32	3.996E08	4.584E26	2.100E08	2.889E04	6.842E-05	4.766E04	100.000
33	4.689E08	8.163E26	3.753E08	3.250E04	1.151E-04	4.240E04	100.000
34	5.496E08	1.453E27	6.704E08	3.689E04	1.601E-04	3.789E04	100.000
35	6.444E08	2.584E27	1.198E09	4.239E04	2.416E-04	3.420E04	100.000
36	7.995E08	5.564E27	2.596E09	5.238E04	4.093E-04	3.036E04	100.000
37	9.998E08	1.196E28	5.629E09	6.709E04	6.751E-04	2.692E04	100.000
38	1.263E09	2.562E28	1.220E10	8.768E04	1.101E-03	2.306E04	99.999
39	1.610E09	5.472E28	2.645E10	1.140E05	1.804E-03	1.946E04	99.998
40	2.267E09	1.541E29	7.664E10	1.649E05	3.537E-03	1.603E04	99.991
41	3.333E09	4.696E29	2.446E11	2.554E05	7.195E-03	1.309E04	99.917
42	4.952E09	1.397E30	7.808E11	4.031E05	1.448E-02	1.059E04	99.382
43	6.674E09	3.089E30	1.864E12	5.696E05	2.442E-02	9.023E03	97.704
44	8.964E09	6.643E30	4.452E12	8.058E05	4.119E-02	7.655E03	93.262
45	1.232E10	1.490E31	1.171E13	1.185E06	7.360E-02	6.256E03	81.143
46	1.571E10	2.727E31	2.539E13	1.614E06	1.171E-01	4.971E03	57.332
47	1.922E10	4.460E31	4.996E13	2.114E06	1.759E-01	9.523E02	0.529
48	2.869E10	1.265E32	2.586E14	3.153E06	6.135E-01	0.0	0.0
49	3.509E10	2.396E32	8.255E14	3.950E06	1.577E 00	0.0	0.0
50	4.108E10	4.311E32	2.635E15	4.909E06	4.113E 00	0.0	0.0

в качестве одного из критериев при согласовании моделей, то это приведет к иным значениям величин *A* и *F*.

Инверсия плотности ярко выражена в моделях 1 и 2, менее в модели 3 и отсутствует в модели 4 (рис. 5). Следовательно, чем больше эффективность конвекции, тем меньше инверсия плотности, что согласуется с выводами Эргмы [4] для звезд с массами меньше $4 M_{\odot}$.

Анализируя полученные значения параметров *A* и *F*, видим, что *A* колеблется в небольших пределах от 4 до 5.5, *F* же изменяется в 12 раз (табл. 1). Это вызвано необходимостью изменения эффективности конвекции во внешней части конвективной зоны в зависимости от того, какая исходная модель аппроксимируется.

Из рассматриваемых полуэмпирических моделей HSRA дает завышенные значения температуры в нижней фотосфере ($\tau_{5000} > 1$), а наилучшим образом согласуется с наблюдениями модель HOLMU [3]. Поэтому целесообразно считать, что в рамках принятых предположений параметр *A* теории длины перемешивания находится в пределах 4.5—5.5, а *F*: 2 — 6.

Автор выражает благодарность сотрудникам отдела физики Солнца ГАО АН УССР за помощь при проведении работы и за полезное обсуждение полученных результатов.

1. Алешин В. И. Оценка длины пути перемешивания при помощи теории звездной перемешиваемости. I. Адиабатные пульсации моделей переменных звезд типа δ Сер, и RR Лyg.—Астрон. журн., 1967, 44, с. 1228—1238.

2. Аллен К. У. Астрофизические величины.— М.: Мир, 1977, с. 233—234.
3. Эрретт Ю. Модели солнечной атмосферы.— В кн.: Поток энергии Солнца и его изменения.— М.: Мир, 1980, с. 356—359.
4. Эргма Э. Конвективные зоны и инверсия плотности в оболочках звезд различных масс.— Научн. инф. АН СССР, 1970, 16, с. 32—47.
5. Эргма Э., Памятных А. А. Конвективные зоны и истощение лития в звездах типа Солнца.— Научн. инф. АН СССР, 1971, 20, с. 71—79.
6. Abraham Z., Iben I. More solar models and neutrino fluxes.— *Astrophys. J.*, 1971, 170, p. 157—163.
7. Baker N., Kippenhahn R. The pulsations of models of δ Cephei stars.— *Z. Astrophys.*, 1962, 54, S. 114—151.
8. Bässgen M., Deubner F. L. On the magnitude and the height dependence of the granular vertical flow velocity.— *Astron. Astrophys.*, 1982, 111, p. L1—L3.
9. Böhm K. H., Stückl E. Die untere thermische Grenzschicht der solaren Konvektionszone.— *Z. Astrophys.*, 1967, 66, s. 487—495.
10. Böhm—Vitense E. Über die Wasserstoffkonvektionszone in Sternen verschiedener Effektivtemperaturen und Leuchtkräfte.— *Z. Astrophys.* 1958, 46, S. 108—143.
11. Canfield R. C. The height variation of granular and oscillatory velocities.— *Solar Phys.*, 1976, 50, p. 239—254.
12. Canfield R. C., Kiel S. L. The height variation of velocity and temperature fluctuations in the solar photosphere.— *Astron. Astrophys.*, 1978, 70, p. 169—179.
13. Cox A., Tabor J. Radiative opacity tables for 40 stellar mixtures.— *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 1976, 31, p. 271—312.
14. Durrant C. J., Mattig W., Nesis A., Reiss G., Schmidt W. Studies of granular velocities.— *Solar Phys.*, 1979, 61, p. 251—270.
15. Gingerich O., Noges R. W., Kalkofen W., Cuny Y. The Harvard-Smithsonian reference atmosphere.— *Solar Phys.*, 1971, 18, p. 347—365.
16. Henyey L., Vardya M. S., Bodenheimer P. Studies in stellar evolution. III. The calculation of model envelopes.— *Astrophys. J.*, 1965, 142, p. 841—867.
17. Hofmeister E., Kippenhahn R., Weigert A. Sternentwicklung I. Ein Programm zur Lösung der zeitabhängigen Aufbaugleichungen.— *Z. Astrophys.*, 1964, 59, S. 215—241.
18. Holweger H., Müller E. A. The photospheric barium spectrum: Solar abundance and collision broadening of Ba II lines by hydrogen.— *Solar Phys.*, 1974, 39, p. 19—30.
19. Kiel S. L. The interpretation of solar line shift observations.— *Astron. Astrophys.*, 1980, 82, p. 144—151.
20. Kwing L. C., Wolff C. L., Sofia S. A variable mixing—length ratio for convection theory.— *Astrophys. J.*, 1981, 244, p. 582—586.
21. Lester J. B., Lane M. C., Kurucz R. L. A study of convective model stellar atmospheres using a modified mixing—length theory.— *Astrophys. J.*, 1982, 260, p. 272—285.
22. Nelson G. D. A two-dimensional solar model.— *Solar Phys.*, 1978, 60, p. 5—18.
23. Spruit H. C. A model of the solar convection zone.— *Solar Phys.*, 1974, 34, p. 277—290.
24. Spruit H. C. A convection zone model.— In: *Magnetic Flux Tubes and Transport of Heat in the Convection Zone of the Sun.*— Utrecht, Elinkwijk, 1977, p. 17—34.
25. Vernazza J. E., Avrett E. H., Loeser R. Structure of the solar chromosphere. III. Models of the EUV brightness components of the quiet Sun.— Preprint Center for Astrophysics. Cambridge, 1980, No 1308.— 105 p.

Главная астрономическая обсерватория АН УССР,
Киев

Поступила в редакцию
16.07.1984

РЕФЕРАТ ПРЕПРИНТА

УДК 521.182.2

Цесис М. Л.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ТРАЕКТОРИЙ ИСКУССТВЕННЫХ СПУТНИКОВ ЗЕМЛИ. АЛГОРИТМЫ ОПТИМАЛЬНОГО ПОРЯДКА ТОЧНОСТИ.

(Препринт ИТФ—84—61Р)

Исследованы алгоритмы численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений, использующие специальное размещение подшагов. Это размещение позволяет достигнуть оптимального порядка точности численного решения. Определен достижимый порядок точности непосредственного интегрирования дифференциальных уравнений произвольного порядка методом Рунге—Кутты.