КИНЕМАТИКА И ФИЗИКА НЕБЕСНЫХ ТЕЛ №1 1985

УДК 523.36

Эллипсоид инерции Луны

В. С. Кислюк

Обсуждается проблема установления системы динамических параметров Луны, характеризующих лунный эллипсоид инерции и его ориентировку. Показано, что современные модели гравитационного поля Луны дают более менее уверенное значение смещения по широте направленной к Земле главной оси инерции Луны от среднего направления на Землю. Аналогичное смещение по долготе определяется с бóльшей ненадежностью из-за неточного знания гармоники S_{33}.

ELLIPSOID OF THE MOON INERTIA, by Kislyuk V. S.— A problem is discussed for establishing a system of dynamical parameters of the Moon which characterize the lunar ellipsoid of inertia and its orientation. It is shown that the modern models of gravitational field of the Moon give a more or less reliable value of a latitude shift of the earth-ward principal moment of inertia axis from the mean sub-Earth point. Analogous shift in longitude is obtained with a most uncertainty because of inaccurate knowledge of harmonic S_{33}.

Динамическая фигура Луны, изучение которой является одной из основных задач селенодезии, определяется ее эллипсоидом инерции. Эллипсоид задан, если известны главные моменты инерции A, B, C (соответственно относительно наибольшей оси, направленной к Земле, средней оси, направленной на восток, и наименьшей оси, направленной к северному полюсу Луны) и углы, характеризующие его ориентировку. В рамках классических теорий вращения Луны задача сводилась лишь к определению главных моментов инерции. Что касается ориентировки эллипсоида, то она считалась известной, так как предполагалось, что оси динамической системы (главные оси инерции Луны) направлены вдоль осей селенографической координатной системы, отнесенной к среднему направлению на Землю.

Положение изменилось после того, как с помощью космической техники появилась возможность детального изучения гравитационного поля Луны. Учет гармоник выше 2-го порядка в разложении селенопотенциала приводит к появлению больших непериодических членов в разложении физической либрации, что принципиально меняет наши представления об ориентировке лунного эллипсоида инерции. Наиболее основательными в настоящее время являются теории физической либрации Луны, разработанные с учетом гармоник 3-го порядка в разложении селенопотенциала: аналитические теории Мигюса [29] и Монс [30], а также полуаналитическая теория Экхардта [17]. Все они опираются на одну и ту же модель гравитационного поля Луны по Вильямсу (см. [23]), полученную с привлечением результатов лазерной локации Луны. В итоге все три теории дают одни и те же значения непериодических членов физической либрации (214″ в долготе, 80″ в широте).

В данной работе рассмотрены практически все современные модели гравитационного поля Луны и дано обоснование значений параметров, характеризующих лунный эллипсоид инерции и его ориентировку.

Главные моменты инерции Луны. Непосредственно из наблюдений величины A, B, C не определяются, а находятся лишь их комбинации: гармоники C_{20} и C_{22} селенопотенциала — из анализа данных о слежении за эволюцией ИСЛ, динамические сжатия $\beta=(C-A)/B$ и $\gamma=$

$=(B-A)/C$ — из лазерной локации уголковых отражателей или из других либрационных измерений. Только три из этих параметров независимые, а четвертый может быть выражен через остальные по формуле:

$$C_{20} = -2C_{22}(2\beta - \gamma + \beta\gamma)/(\gamma + \beta\gamma). \quad (1)$$

Для определения ориентировки эллипсоида инерции Луны необходимо знать также гармоники 3-го порядка и степени в разложении селенопотенциала (вклад более высоких гармоник небольшой [17]).

Характеристика различных моделей гравитационного поля Луны дана в хронологическом порядке в табл. 1 (n, m — соответственно порядок и степень разложения, в последнем столбце указан вид измере-

Таблица 1. **Модели гравитационного поля Луны**

Номер модели	Автор, ссылка, год издания			$n \times m$	Измерения, примечания
1	Аким,	[1]	1966		Л—10, найдено 11 коэффициентов
2	Толсон, Гапцинский,	[33]	1968	5×5	ЛО—(1—5), ДД, плохое разделение неизвестных
3	Лорелл, Съегрен,	[25]	1968	8×4	ЛО—(1—4), ДД, плохое разделение неизвестных
4	Гапцинский и др.,	[21]	1969	7×7	ЛО—(1—5), КД, грубая модель (см. [12])
5	Майкл и др.,	[27]	1970	13×13	ЛО—(1—5), КД, 12600 измерений
6	Лорелл (JPL — 3),	[26]	1970	8×4	ЛО—(1—5), всего 8 моделей
7*	Съегрен,	[32]	1971	3×3	ЛО—4
8*	Лю, Лайн,	[24]	1971	15×8	ЛО — (1—5), уточнение и расширение работы [26]
9	Майкл, Блэкшир,	[28]	1972	13×13	ЛО—(1—5), КД, продолж. работы [27] (>20000 измерений)
10	Феррари,	[18]	1972	4×4	ЛО—(1—3,5), C_{20} и C_{22} фиксированы по Козелу
11*	Брайент, Вильямсон,	[16]	1974	3×3	Э—49 (234 дня)
12*	Гапцинский и др.,	[22]	1975	C_{20}, C_{40}	Э—35 (2145 дней), Э—49 (230 дней)
13*	Вильямс,	в [23]	1976	3×3	ЛЛЛ, фиксированы C_{20}, C_{22}, C_{31}, C_{33}, S_{31}
14*	Кинг и др.,	[23]	1976	3×3	ЛЛЛ, ДБРИ, фиксированы C_{20}, C_{22}
15*	Калам,	в [31]	1977	3×3	ЛЛЛ, фиксированы C_{20}, C_{22}, C_{31}, S_{31}
16*	Блэкшир, Гапцинский	[15]	1977	6×0	Э—35 (2145 дней), Э—49 (830 дней), фиксированы C_{22}
17	Феррари,	[19]	1977	16×16	ЛО—5, SSA—(15, 16), низкие орбиты
18	Ананда,	[13]	1977	20×20	ЛО—5, SSA—(15—16) (117 точечных масс), низкие орбиты
19	Аким, Власова (M_1),	[2]	1977	7×3	Л—(10, 12, 14, 19, 22), ДД
20	Аким, Власова (M_2),	[2]	1977	7×4	Те же
21	Аким, Власова (M_3),	[2]	1977	7×3	Л—(10, 14, 19, 22), ДД
22	Аким, Власова (M_4),	[2]	1977	7×4	Те же
23	Аким, Власова (M_5),	[2]	1977	7×3	Л—(10, 12, 14, 19, 22), с учетом данных [7]
24	Аким, Власова (M_6),	[2]	1977	7×4	Те же
25*	Билз, Феррари,	[14]	1980	16×16	ЛО—(1—5), А—(8, 12, 15, 16), ЛЛЛ
26*	Феррари и др.,	[20]	1980	7×7	ЛО—4, ЛЛЛ
27	Аким, Власова (M_7),	]3[	1983	7×4	Л—(10—12, 14—24), с учетом JPL — 3, [26], ДД+КД
28	Аким, Власова (M_8),	[3]	1983	7×4	Л—(10—12, 14—24), ДД+КД
29	Аким, Власова (M_9),	[3]	1983	7×4	Те же, завышен вес КД
30	Таджидинов,	[11]	1983	16×16	[19, 20], M_8, ЛУКСМ, ТМ
31	Мещеряков и др.	[8]	1983	12×12	[19], ЛУКСМ

Примечание: ЛО — «Лунар Орбитер», Э — «Эксплорер», SSA — субсателлиты КК «Аполлон», ЛЛЛ — лазерная локация Луны, ДБРИ— длиннобазисная радиоинтерферометрия комплектов ALSEP (Apollo Lunar Surface Experiment Package), А — «Аполлон», КД — короткие дуги, ДД — длинные дуги, ЛУКСМ — лучевые ускорения командно-служебных модулей КК «Аполлон», ТМ — точечные массы.

ний, на основании которых построены модели). В связи с различием моделей неоднократно предпринимались попытки вывода согласованных значений гармоник селенопотенциала. Варианты согласований гармоник C_{20}, C_{22} можно найти в работах [7, 10].

С точки зрения надежности определения гармоник 2-го и 3-го порядков наиболее подходящими являются модели, построенные на основании доплеровских слежений за высокими ИСЛ. Кроме того, для этой цели следует использовать лазерные измерения и измерения с помощью длинно-базисной радиоинтерферометрии. Достоинство последних в том, что они позволяют определять динамические сжатия Луны, чего нельзя получить с помощью траекторных измерений. Модели, отобранные нами для вывода согласованной системы динамических параметров Луны, отмечены в табл. 1 звездочкой. Этот отбор выполнен на основании указанных выше требований, а также с учетом примечаний (табл. 1). Следует отметить, что модели 7—9 (здесь и дальше нумерация моделей дается согласно табл. 1) использовались при создании «лазерных» моделей 13, 15, гармонические коэффициенты в них C_{20}, C_{31}, C_{33}, S_{31} взяты как средние значения по данным моделей 7—9, а коэффициент C_{22} вычислен через C_{20}, β и γ по формуле (1). Однако нами модель 9 не использована. При внимательном рассмотрении модели оказалось, что она дает аномальное значение коэффициента C_{30} (с противоположным знаком), что ставит под сомнение данные этой модели.

По-видимому, лучшими в настоящее время являются модели 25 и 26, построенные на основании лазерных и доплеровских измерений, так как при таком сочетании достигается хорошее разделение неизвестных при решении систем уравнений. В общем эти модели неплохо согласуются между собой. Все же различия в некоторых коэффициентах (особенно C_{30}, C_{31}, C_{33}) значительно больше случайных ошибок их определения.

Неподходящими для выделения низких гармоник являются модели 17 и 18. Модели созданы с целью детального изучения особенностей гравитационного поля Луны с привлечением только низких орбит (ниже 200 км над лунной поверхностью). Несмотря на использование одного и того же состава измерений, эти модели существенно различаются между собой.

Отдельную группу составляют модели, построенные на основании измерений советских ИСЛ серии «Луна». Дающие в общем хорошее представление гравитационного поля Луны, они построены, по-видимому, в координатной системе, значительно отличающейся от динамической.

В моделях 30, 31 реализованы попытки использования измерений лучевых ускорений командно-служебных комплексов КК «Аполлон», причем модель 30 является промежуточной, так как при ее построении использованы данные советских и американских КА.

Как отмечается в работе [20], по лазерным измерениям точнее определяются не сами величины β и γ, а их комбинации с гармоническими коэффициентами C_{31} и C_{33} в виде:

$$\begin{aligned} \beta' &= \beta + \frac{R}{2a}\left(\frac{M_{☾}R^2}{B}\right)(30\,C_{33} - 11\,C_{31}); \\ \gamma' &= \gamma + \frac{R}{2a}\left(\frac{M_{☾}R^2}{C}\right)(90\,C_{33} - C_{31}), \end{aligned} \tag{2}$$

где β', γ' — динамические сжатия, которые соответствуют координатной системе, связанной со средним направлением на Землю; a — большая полуось лунной орбиты; $M_{☾}$ — масса Луны; R — ее средний радиус.

В табл. 2 (2-й столбец) приведены значения β, γ, а также β', γ' по данным работы Феррари и др. [20] (модель 26), откуда следует подтверждение сказанному. В столбцах 3—5 этой же таблицы приведены значения β и γ по данным «лазерных» моделей 13—15. Используя приведенные здесь значения гармоник C_{31} и C_{33} для этих моделей, можно найти согласно (2) значения β', γ', которые также показаны в табл. 2. Видно, что эти значения по разным определениям практически совпадают, чего нельзя сказать о величинах β и γ. Средние арифметические значения по всем четырем определениям будут

$$\beta' = (629.960 \pm 0.014)\cdot 10^{-6}, \quad \gamma' = (228.574 \pm 0.020)\cdot 10^{-6}. \tag{3}$$

Эти значения можно рекомендовать в качестве реперных или стандартных. Для редуцирования их к главным осям инерции Луны требуется знание гармоник C_{31}, C_{33}. В качестве наиболее достоверных значений этих и других гармоник 2-го и 3-го порядков взяты средние взвешенные значения, полученные по данным моделей, отмеченных в табл. 1 звездочкой.

Средние взвешенные значения гармоник 2-го и 3-го порядков приведены в табл. 3, к которой следует сделать следующие замечания: 1. Гармоники C_{20}, C_{22}, C_{30} для моделей 8, 11 предварительно приводились к главным осям инерции Луны, а гармоники, отмеченные в отдельных моделях, как фиксированные, при осреднении не учитывались. 2. Лазерные измерения имеют отличную чувствительность к гармоникам C_{32} и S_{32}, а также хорошо «чувствуют» гармонику C_{30} [20]. Поэтому гармоники C_{32} и S_{32} целесообразно взять как средние взвешенные значения по данным моделей 13—15, 25, 26, в которых они практически не различаются. Гармоника C_{30} в рамках «лазерных» моделей различается более существенно, в связи с чем осреднение выполнено по всем отмеченным звездочкой моделям. Для сравнения в табл. 3 приведены

Таблица 2. **Динамические сжатия Луны**

Параметр в ед. 10^{-6}	Феррари и др., [20]	Вильямс, [23]	Кинг и др., [23]	Калам, [31]
β	631.687±0.132	631.26±0.3	631.27±0.03	631.28
γ	228.022±0.100	227.37±0.7	227.7±0.7	227.18
C_{31}	30.71	(28.6)	26±4	(28.6)
C_{33}	1.436	(2.7)	2±2	2.9
β'	629.980±0.016	629.918	629.971	629.973
γ'	228.593±0.051	228.602	228.585	228.515

Примечание: Значения C_{31} и C_{33}, стоящие в круглых скобках, фиксированы как средние арифметические по данным работ [24, 28, 32].

Таблица 3. **Значения гармоник 2-го и 3-го порядков (в ед. 10^{-6}).**

Гармоника	Данная работа	Вильямс [23]	Гармоника	Данная работа	Вильямс [23]
C_{20}	—202.23±0.26	—203.822*	C_{33}	1.92±0.14	2.7***
C_{22}	22.27±0.04	22.4**	S_{31}	7.97±0.94	8.8***
C_{30}	—12.17±1.09	—10.44±4	S_{32}	1.661±0.018	1.71±0.15
C_{31}	26.84±1.40	28.6***	S_{33}	—0.474±0.120	—1.14±0.7
C_{32}	4.853±0.023	4.82±0.15			

Примечание: * Значение, фиксированное, как среднее взвешенное по данным работ [24, 28, 32]. ** Значение, найденное по формуле (1) через C_{20} β, γ *** Значения, фиксированные, как средние арифметические по данным работ [24, 28, 32].

значения низких гармоник для модели Вильямса (см. [23]). Как отмечалось выше, эта модель использована при построении современных теорий физической либрации Луны.

С учетом данных табл. 3, теперь по формулам (2) находим

$$\beta = (631.325 \pm 0.112)\cdot 10^{-6}, \quad \gamma = (227.735 \pm 0.080)\cdot 10^{-6}, \tag{4}$$

после чего выражение (1) можно представить в виде:

$$C_{20} = -2.084285\, C_{22}. \tag{5}$$

Нетрудно убедиться, что средние взвешенные значения гармоник C_{20} и C_{22} хорошо согласуются с динамическими сжатиями (4). Применение выражения (5) к другим моделям показывает, что наименее согласованными с динамическими сжатиями Луны являются модели Гапцинского и др. [21], о чем уже отмечалось в работе [12], Лорелла [26], а также большинство моделей, построенных по данным ИСЛ серии «Луна» (модели 1, 19—22, 27, 29). По-видимому, рассогласованность моделей обусловлена наличием систематических различий, без учета которых нельзя проводить осреднение однотипных данных по разным моделям. Приведение значений C_{20}, C_{22} к главным осям инерции хотя несколько и уменьшает рассогласование по формуле (5), все же расхождения остаются значимо большими, на что уже неоднократно указывалось. В частности, «остаточные» расхождения C_{20} и C_{22} для разных моделей на порядок превосходят «эффект» приведения к главным осям инерции [6].

Используя значения (4) и данные табл. 3, безразмерные главные моменты инерции получились следующими:

$$A = 0.3907 \pm 0.0010, \quad B = 0.3908 \pm 0.0010, \quad C = 0.3909 \pm 0.0010. \tag{6}$$

Легко получить также динамические параметры Луны:

$$\begin{gathered} f = 0.6393 \pm 0.0005; \quad g' = 0.5864 \pm 0.0010; \\ d\pi = -1.83'' \pm 0.07''; \quad d\Omega = -16.95'' \pm 0.03'', \end{gathered} \tag{7}$$

где f — функция главных моментов инерции Луны, g' — параметр, характеризующий радиальное распределение плотности Луны ($g'=0.6$ для однородной Луны), $d\pi$ и $d\Omega$ — движение перигея и узла Луны.

Ориентировка эллипсоида инерции Луны. С учетом третьих гармоник в разложении селенопотенциала можно записать:

$$\begin{aligned} p_1 &= \Delta p_1 + a \sin F + c \cos F + \tilde{p}_1 \\ p_2 &= b \cos F - c \sin F + \tilde{p}_2, \\ \tau &= \Delta\tau + \tilde{\tau}, \end{aligned} \tag{8}$$

где p_1 и p_2, согласно обозначений Экхардта [17], —направляющие косинусы полюса эклиптики относительно динамического полюса, определяемого направлением наименьшей оси инерции; τ — физическая либрация Луны в долготе; Δp_1, $\Delta\tau$ — постоянные члены в разложении для p_1 и τ; $\tilde{p}_1$, $\tilde{p}_2$, $\tilde{\tau}$ — периодические члены. В выражении (8) отдельно выделены члены с аргументом $F = l_☾ - \Omega$ (где $l_☾$ — средняя долгота Луны, Ω — средняя долгота восходящего узла лунной орбиты на эклиптике). Ограничимся рассмотрением только членов, обеспечивающих надежность редукций наземных астрометрических наблюдений.

Ориентировку динамической системы относительно эклиптикальной определяют углы Эйлера: $\varphi = 180° + (l_☾ - \Omega) + (\tau - \sigma)$, $\psi = \Omega + \sigma$, $\theta = I + \rho$ (σ, ρ — физическая либрация в узле и наклонности соответственно, I — наклонность экватора Кассини к эклиптике). Учитывая, что

$p_1=-\sin\varphi\sin\theta$, $p_2=-\cos\varphi\sin\theta$ после некоторых преобразований можно записать:

$$\begin{aligned} I\sigma &\approx -\Delta p_1\cos F-(c-I\Delta\tau)+\text{периодич. члены},\\ I+\rho &\approx \Delta p_1\sin F+\frac{1}{2}(a+b)+\text{периодич. члены}. \end{aligned}\tag{9}$$

Нетрудно показать, что постоянный член $(c-I\Delta\tau)$ в разложении $I\sigma$ равен нулю (во всяком случае в пределах вышепринятых ограничений).

Обозначим через $O\xi_k\eta_k\zeta_k$ — систему координат Кассини, а через $O\xi_\partial\eta_\partial\zeta_\partial$ — динамическую систему (ориентировка осей общепринятая: ось ζ направлена в сторону Земли, ось η — к северному полюсу Луны, ось ξ — на восток, дополняя систему до правой). Связь систем можно представить в виде:

$$\begin{pmatrix}\xi_\partial\\ \eta_\partial\\ \zeta_\partial\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & \nu & -\mu\\ -\nu & 1 & \pi\\ \mu & -\pi & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\xi_k\\ \eta_k\\ \zeta_k\end{pmatrix},\tag{10}$$

где μ, ν, π — малые углы типа самолетных, которые выражаются следующим образом через компоненты физической либрации:

$$\mu=\tau,\quad \nu=\rho\cos F+I\sigma\sin F,\quad \pi=-\rho\sin F+I\sigma\cos F.\tag{11}$$

Постоянные члены в разложениях физической либрации изменяют углы μ, ν, π на величины

$$\Delta\mu=\Delta\tau,\quad \Delta\nu=\Delta\rho\cos F,\quad \Delta\pi=-\Delta\rho\sin F-\Delta p_1,\tag{12}$$

где $\Delta\rho$ — постоянный член в наклонности Θ, обусловленный влиянием третьих гармоник.

Таким образом, с геометрической точки зрения величины $\Delta\tau$ и Δp_1 есть угловые смещения соответственно по долготе λ и широте β динамической системы относительно координатной системы, связанной со средним направлением на Землю. В работе [5] последнюю предложено называть квази-динамической системой. Небесно-механическое истолкование углов $\Delta\tau$ и Δp_1 можно найти в работе [4]. Запишем, согласно таблиц Монс [30], основные члены для $\Delta\tau$ и Δp_1:

$$\begin{aligned}\Delta\tau &= 304.2''E_9+50.6''E_5-7.9''E_2E_9-2.0''E_8E_9-1.3''E_2E_5,\\ \Delta p_1 &= -68.7''E_6-20.6''E_3+0.7''E_1E_6,\end{aligned}\tag{13}$$

где $E_1,\dots,E_9$ — функции динамических сжатий Луны β, γ и сферических гармоник селенопотенциала 2-го и 3-го порядков. Выражение (13) можно преобразовать следующим образом:

$$\begin{aligned}\Delta\tau &= \frac{1}{C}\left[(-60.519''+0.131''C_{33})S_{33}+2.011''\right]\cdot 10^6,\\ \Delta p_1 &= -\frac{1}{C}\left[\left(9.882''+0.00867''\frac{C_{20}}{C}\right)C_{32}-0.541''C_{30}\right]\cdot 10^6,\end{aligned}\tag{14}$$

или, с учетом данных табл. 3 и величин (6), привести к виду:

$$\begin{aligned}\Delta\tau &= (-154.154''S_{33}+5.150''S_{31})\cdot 10^6,\\ \Delta p_1 &= (-13.805''C_{32}+1.384''C_{30})\cdot 10^6.\end{aligned}\tag{15}$$

Значения $\Delta\tau$, Δp_1 для всех моделей, найденные по формулам (15), приведены в табл. 4. Отметим неплохое согласие значений Δp_1 для большинства моделей и значительный разброс значений $\Delta\tau$.

Угол $\Delta\tau$ обусловлен главным образом гармониками S_{31} и S_{33} (15). Вклад каждой из них для разных вариантов осреднения и по данным некоторых отдельных моделей представлен в табл. 5. Вклад гармоники S_{33} доминирующий и точность определения угла $\Delta\tau$ практически лимитируется значением гармоники S_{33}.

Таблица 4. **Орентировка эллипсоида инерции Луны**

Номер по табл. 1	$\Delta\tau$	Δp_1	Номер по табл. 1	$\Delta\tau$	Δp_1
1	—	—227″	17	227	—72
2	157″	—231	18	—175	—16
3	803	5	19	907	—51
4	—77	—123	20	1099	—47
5	117	—78	21	785	—48
6	738	—28	22	930	—44
7	175	—91	23	840	—60
8	457	—73	24	1019	—54
9	155	—66	25	90	—79
10	—43	2	26	80	—84
11	94	—111	27	582	—30
12	—	—	28	593	—54
13	221	—81	29	271	—31
14	41	—18	30	204	—66
15	246	—75	31	202	—40
16	—	—			

Таблица 5. **Вклад гармоник S_{31}, S_{33} и C_{30}**

$\Delta\tau$ (S_{31})	$\Delta\tau$ (S_{33})	Δp_1 (C_{30})	Примечание
40″	335″	—18″	Все модели
35	52	—14	13—15, 25, 26
41	740	—12	19—24, 27—29
38	555	—7	28 (M_8)
26	176	—5	30,31
44	170	—14	13
41	73	—17	7, 8, 11, 13—15, 25, 26

Теперь относительно угла Δp_1. Учитывая относительно большую точность определения гармоники C_{32} (табл. 3), второе из выражений (15) можно представить в виде:

$$\Delta p_1 = (-66.9'' \pm 0.3'') + + 1.384'' (C_{30} \cdot 10^6). \quad (16)$$

Вклад гармоники C_{30} для тех же вариантов также показан в табл. 5.

Наконец, в табл. 6 приведено сравнение основных членов в разложении для физической либрации, характеризующих ориентировку эллипсоида инерции Луны, по данным настоящей работы и таблицам Монс [30], что соответствует двум вариантам табл. 3.

Таблица 6. **Сравнение основных членов, характеризующих ориентировку эллипсоида инерции Луны с данными таблиц Монс [30]**

Ряд	Член	Данная работа	Монс, [30]	Разность
p_1	const	—84.053″	—80.644″	—3.409″
	$\sin F$	5563.516	5562.459	1.057
p_2	$\cos F$	5541.384	5540.331	1.053
τ	const	113.949	214.187	—100.238
Θ_0	const	5553.909	5552.854	1.055

На основании полученных результатов можно сделать вывод о том, что современные модели гравитационного поля Луны позволяют более-менее уверенно говорить об ориентировке эллипсоида инерции Луны относительно квази-динамической системы координат по широте (угол Δp_1) и наклонности (угол Θ_0). Что касается угла $\Delta\tau$, то его значение лежит в широких пределах, в основном из-за незнания гармоники S_{33}. Для более уверенного определения значения угла $\Delta\tau$ целесообразно для этой цели помимо траекторных и лазерных измерений привлекать наземные астрометрические наблюдения. В частности, для этой цели с успехом могут применяться наземные фотографические наблюдения Луны одновременно со звездами [9].

1. *Аким Э. Л.* Определение поля тяготения Луны по движению ИСЛ «Луна-10».— ДАН СССР, 1966, **170**, с. 799—802.
2. *Аким Э. Л., Власова З. П.* Модель гравитационного поля Луны по наблюдениям

за движением искусственных спутников «Луна-10, 12, 14, 19 и 22».— ДАН СССР, 1977, **235**, с. 38—41.
3. *Аким Э. Л., Власова З. П.* Исследование гравитационного поля Луны по данным измерений траекторий советских искусственных спутников Луны.— Косм. исслед., 1983, **21**, с. 499—511.
4. *Баркин Ю. В.* Некоторые особенности в поступательно-вращательном движении Луны, обусловленные влиянием третьей и высшей гармоники ее силовой функции.— Письма в Астрон. журн., 1980, **6**, с. 377—380.
5. *Кислюк В. С.* О выборе координатной системы при построении селенодезической опорной сети.— Астрометрия и астрофизика, 1979, вып. 39, с. 73—80.
6. *Марченко А. Н., Абрикосов О. А., Церклевич А. Л.* Об определении ориентировки главных осей инерции планет (Земля, Луна, Марс, Венера, Юпитер).— Львов, 1982.— 48 с. Рукопись деп. в ВИНИТИ, № 4434—82 Деп.
7. *Мещеряков Г. А., Зазуляк П. М., Киричук В. В.* О вычислении моментов инерции Луны.— Астрон. журн., 1976, **53**, с. 620—625.
8. *Мещеряков Г. А., Зазуляк П. М., Зингер В. Е., Киричук В. В.* Модель гравитационного поля Луны, полученная с использованием данных о лучевых ускорениях.— Львов, 1983.— 13 с. Рукопись деп. в Укр. НИИНТИ, № 498Ук—Д83.
9. *Ризванов Н. Г., Щукин Е. М.* Ориентировка осей инерции Луны с помощью наземных наблюдений.— Письма в Астрон. журн., 1984, **10**, с. 138—142.
10. *Сагитов М. У.* Лунная гравиметрия.— М.: Наука, 1979.— 431 с.
11. *Таджидинов Х. Г.* Обобщенная модель гравитационного поля Луны.— Астрон. журн., 1983, **17**, с. 195—201.
12. *Хабибуллин Ш. Т., Чиканов Ю. А.* К вопросу о значениях коэффициентов C_{20} и C_{22} разложения гравитационного поля Луны.— Астрон. журн., 1972, **49**, с. 222—223.
13. *Ananda M. P.* Lunar gravity: a mass point model.— J. Geophys. Res., 1977, **82**, p. 3049—3064.
14. *Bills B. G., Ferrari A. J.* A harmonic analysis of lunar gravity.—J. Geophys. Res., 1980, B85, p. 1013—1025.
15. *Blackshear W. T., Gapcynski J. P.* An improved value of the lunar moment of inertia.— J. Geophys. Res., 1977, **82**, p. 1699—1701.
16. *Bryant W. C., Williamson R. C.* Lunar gravity analysis results from Explorer 49.— AIAA Pap, 1974, N810, p. 1—7.
17. *Eckhardt D. H.* Theory of the libration of the Moon.— Moon and Planets, 1981, **25**, p. 3—49.
18. *Ferrari A. J.* An empirically derived lunar gravity field.— Moon, 1972, **5**, p. 390—410.
19. *Ferrari A. J.* Lunar gravity: a harmonic analysis.— J. Geophys. Res., 1977, **82**, p. 3065—3084.
20. *Ferrari A. J., Sinclair W. S., Sjogren W. L.* et al. Geophysical parameters of the Earth—Moon System.— J. Geophys. Res., 1980, **85**, p. 3939—3951.
21. *Gapcynski J. P., Blackshear W. T., Compton H. R.* Lunar gravitational field as determined from Lunar Orbiter tracking data.— AIAA Journal, 1969, **7**, p. 1905—1908.
22. *Gapcynski J. P., Blackshear W. T., Tolson R. H., Compton H. R.* A determination of the lunar polar moment of inertia.— Geophys. Res. Lett., 1975, **2**, p. 353—356.
23. *King R. W., Counselman C. C. III, Shapiro J. J.* Lunar dynamics und selenodesy: results from analysis of VLBI and laser data.— J. Geophys. Res., 1976, **35**, p. 6251—6256.
24. *Liu A. S., Laing P. A.* Lunar gravity analysis from long—term effects.— Science, 1971, **173**, p. 1017—1020.
25. *Lorell J., Sjogren W. L.* Lunar gravity: preliminary estimations from Lunar Orbiter.— Science, 1968, **159**, p. 625—627.
26. *Lorell J.* Lunar Orbiter gravity analysis.— Moon, 1970, **1**, p. 190—231.
27. *Michael W. H., Blackshear W. T., Gapcynski J. P.* Results on the mass and gravitational field of the Moon as determined from dynamics of lunar satellite.,— In: Dynamics of Satellites.,— Berlin, Heibelderg, New York, 1970, p. 42—56.
28. *Michael W. H., Blackshear W. T.* Recent results on the mass, gravitational field and moments of inertia of the Moon.— Moon, 1972, **3**, p. 388—402.
29. *Migus A.* Analytical lunar librational tables.— Moon and Planets, 1980, **23**, p. 391—427.
30. *Moons M.* Analitical theory of libration of the Moon.— Moon and Planets, 1982, **27**, p. 257—284.
31. *Mulholland J. D.* Scientific achivements from ten years of lunar laser ranging.— Rev. Geophys. and Phys., 1980, **18**, p. 549—564.
32. *Sjogren W. L.* Lunar gravity estimate: independent confirmation.— J. Geophys. Res., 1971, **76**, p. 7021—7026.
33. *Tolson R. H., Gapcynski J. P.* An analysis of the lunar gravitational field as obtained from Lunar Orbiter tracking data.— In: Moon and Planets. II.— Amsterdam, 1968, p. 178—186.

Главная астрономическая обсерватория АН УССР,
Киев

Поступила в редакцию
13.09.1984