

УДК 504.05:519.65

## НЕЧІТКЕ ПРОГНОЗУВАННЯ ОЧІКУВАНОГО ЗБИТКУ ВІД ПОВЕНЕЙ НА ОСНОВІ ЕКСТРАПОЛЯЦІЙ

Ю. Д. Стефанишина, аспірант  
(Інститут телекомунікацій та глобального  
інформаційного простору НАН України)

*Розглядається задача прогнозування очікуваного збитку від руйнівних повеней на основі використання екстраполяцій та застосування апарату теорії нечітких множин.*

*Рассматривается задача прогнозирования ожидаемого ущерба от катастрофических паводков на основе использования экстраполяций и аппарата теории нечетких множеств.*

*Forecasting problem of the expectable flood damage reviewed. Forecasting based on extrapolation use and apparatus of fuzzy sets applying.*

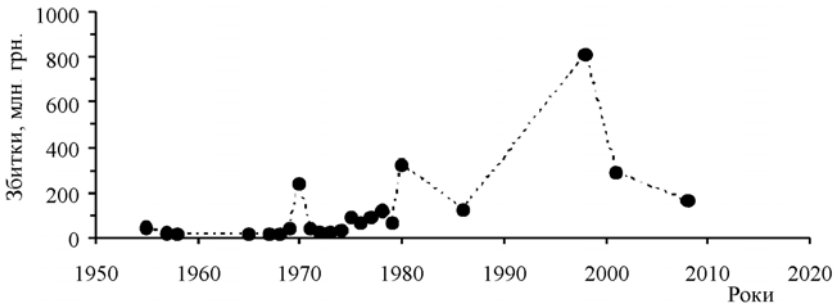
**На сьогоднішній день** явним є посилення небезпеки катастрофічних повеней та наростання збитків від таких повеней в часі [1–3].

Посилення повеневої небезпеки обумовлюється як природними, так і техногенними (антропогенними) чинниками. Серед природних чинників визначальну роль відіграють кліматичні зміни — як глобальні, так і локальні (в межах даного регіону), особливості рельєфу водозбору, морфологія річкової долини тощо. Серед техногенних чинників — інтенсифікація господарського освоєння прирічкових територій, а саме: посилення антропогенного навантаження на лісовий покрив, агро меліорації, неконтрольований видобуток будівельних матеріалів з русла річки [2].

Тенденцію до наростання збитків від повеней в часі можна прослідкувати, проаналізувавши ряд динаміки збитків від руйнівних повеней в Закарпатській області, в басейні р. Тиса (табл. 1, рис. 1).

**Таблиця 1 — Збитки від руйнівних повеней в Закарпатській області в басейні р. Тиса (за даними Державного комітету України по водному господарству)**

<b>Роки</b>	<b>1955</b>	<b>1957</b>	<b>1958</b>	<b>1965</b>	<b>1967</b>	<b>1968</b>	<b>1969</b>	<b>1970</b>
Збитки, млн грн.	43,7	21,3	9,8	14,2	10,9	10,4	34,4	237
<b>Роки</b>	<b>1971</b>	<b>1972</b>	<b>1973</b>	<b>1974</b>	<b>1975</b>	<b>1976</b>	<b>1977</b>	<b>1978</b>
Збитки, млн грн.	35,5	24	23,5	33,6	87,9	60,1	85,2	115,8
<b>Роки</b>	<b>1979</b>	<b>1980</b>	<b>1986</b>	<b>1998</b>	<b>2001</b>	<b>2008</b>		
Збитки, млн грн.	64,4	325	127,9	810	284,9	163		



*Рис. 1. Ряд динаміки збитків від руйнівних повеней в басейні р. Тиса (Закарпатська область, Україна)*

**Слід зауважити**, що загальна тенденція до наростання в часі збитків від повеней, що регулярно повторюються, зазвичай характеризується складним поєднанням різних тенденцій, обумовлених змінами кліматичних, географічних, соціально-економічних факторів, техногенних характеристик водозборів тощо.

В загальному випадку ряди динаміки збитків від повеней можуть характеризуватися не випадковою, яка залежить від часу, та випадковою складовими. Невипадкова складова динамічного ряду може обумовлюватися наявністю декількох компонент: 1) напрямком зміни середнього; 2) аперіодичними (циклічними) коливаннями біля середнього; 3) сезонними змінами; 4) деякою детермінованою складовою, яка, зазвичай, оцінюється за коефіцієнтом внутрішньої рядної кореляції. Тому побудова адекватної екстраполяційної мо-

делі з метою прогнозування збитків від руйнівних повеней з врахуванням перерахованих тенденцій та випадкової складової є досить складною задачею.

Задача прогнозування збитків від повеней може суттєво спрощуватися, якщо мова йде про прогнозування очікуваних (ймовірних, середніх) їх значень на заданому часовому інтервалі. При цьому в якості екстраполяційних моделей можна використати тренди, за якими встановлюються очікувані збитки як деякі оцінки їх математичних сподівань [4—6].

**В даній роботі** пропонується методика нечіткого прогнозування очікуваних збитків від руйнівних повеней на основі екстраполяцій у вигляді кількох трендів, побудованих для різних за початком відліку вибіркових рядів динаміки, та застосуванні апарату теорії нечітких множин.

**Нечіткі множини як моделі** [7] якнайкраще можуть слугувати математичній формалізації вхідної інформації, яка подається у вигляді експертних оцінок. В нашому випадку в якості експертних оцінок слугують оцінки, отримані за різними трендами [8].

В теорії нечітких множин вводиться поняття так званої лінгвістичної змінної, значеннями якої можуть бути слова або вирази природної чи штучної мови. Прикладом лінгвістичної змінної можуть бути невизначеності типу «приблизно дорівнює», «знаходиться в інтервалі», «подібний до », або такі оцінки значень як, скажімо, «незначне», «помітне», «істотне», «катастрофічне» тощо [7].

Формально нечітка множина  $\tilde{A}$  визначається як множина упорядкованих пар або кортежів виду  $\langle x, \mu_A(x) \rangle$ , де  $x$  є елементом певної універсальної множини  $X$ , а  $\mu_A(x)$  — функція належності (або приналежності)  $x$  до  $\tilde{A}$ . Функція  $\mu_A(x)$  ставить у відповідність кожному з елементів  $x \in X$  певне дійсне число з інтервалу  $[0, 1]$ , тобто визначається як відображення [7]:

$$\mu_A : X \rightarrow [0,1]. \quad (1)$$

Якщо  $\mu_A(x) = 1$ , то говорять, що  $x$  визначено належить нечіткій множині  $\tilde{A}$ , якщо  $\mu_A(x) = 0$ , то говорять, що  $x$  визначено не належить нечіткій множині  $\tilde{A}$ .

Функція належності  $\mu_A(x)$  може бути довільною функцією, яка задається аналітично у формі математичного виразу  $f(x)$  або графічно у формі певної кривої. Існує велика різно-

манітність практичних представлень функцій належності: трикутна і трапецієподібна,  $Z$ -подібні та  $S$ -подібні сплайн-функції; сигмоїдальна, дзвоноподібна функції; лінійні  $Z$ -подібні та  $S$ -подібні функції. Це можуть бути і класичні функції розподілу ймовірностей, наприклад, нормальний закон розподілу тощо.

Вибір функцій належності може обумовлюватися і їх наступним практичним використанням при вирішенні поставленої задачі фазифікації (приведення до нечіткості) — тобто моделювання того чи іншого розрахункового параметра у вигляді нечіткого числа або нечіткого інтервалу. Інколи вибір функції належності  $\mu_A(x)$  визначається міркуваннями простоти і зручності.

Експерти можуть безпосередньо задавати функції належності для нечітких параметрів, або фазифікація параметрів здійснюється за допомогою нечіткої лінгвістичної змінної. Лінгвістичну змінну можна визначити як кортеж  $\langle \beta, T, X \rangle$ , де  $\beta$  — найменування лінгвістичної змінної (наприклад, «очікуване значення збитку»;  $T$  — базова терм-множина лінгвістичної змінної або множина її значень (їх називають термами), кожне з яких є собою найменування окремої нечіткої лінгвістичної змінної (наприклад, «менше середнього», «середнє значення», «більше середнього» тощо);  $X$  — область визначення (універсум) нечіткої змінної  $x$ , яка використовуються при визначенні лінгвістичної змінної  $\beta$  (мінімальна та максимальна ціна  $[x_{\min}, x_{\max}]$ ).

Приведення до чіткого значення  $\hat{x}$  нечіткого параметра  $x$  здійснюється через так звану процедуру дефазифікації, наприклад, методом «центра тяжіння». Згідно з цим методом розраховується центроїд площі, «охопленої» функцією належності [7]:

$$\hat{x} = \frac{\int_{Min}^{Max} x \cdot \mu(x) dx}{\int_{Min}^{Max} \mu(x) dx} \quad (2)$$

В (2)  $\hat{x}$  — результат дефазифікації — чітка змінна;  $x$  — нечітка змінна, яка відповідає вихідній лінгвістичній змінній

$\beta$ , визначеній на множині  $T$ ;  $\mu(x)$  — функція належності нечіткої множини, яка відповідає вихідній змінній  $\beta$  після етапу фазифікації;  $min$ ,  $max$  — ліва та права точки інтервалу носія нечіткої множини змінної  $\beta$ , що визначають область визначення  $x$ . Отримане чітке значення  $\hat{x}$  може бути використане як «зважена» оцінка на множині значень нечіткої змінної  $x$ .

В якості прикладу нами була розглянута задача прогнозування очікуваного збитку від повеней в басейні р. Тиса, Закарпатської області. При моделюванні використовувалися дані наведені в таблиці 1 та на рис. 1.

Перспективне прогнозування очікуваного збитку здійснювалося на період до 2020 року. З метою прогнозування будувалися тренди для різних за початком відліку вибіркового рядів. При цьому приймалося, що кожний з модельних трендів відображає певну експертну оцінку очікуваного збитку на перспективу. При побудові трендів використовувалися засоби MS Excel.

Побудова трендів здійснювалася в зворотному відліку — з «заглибленням» в ретроспективу. При цьому було встановлено, що коефіцієнти детермінації трендів по мірі «підключення» додаткових ретроспективних даних закономірно зростають, але для тренду, що має за початок 1970 рік, відбулося зменшення коефіцієнта детермінації в порівнянні з трендом 1971 року. Далі знову спостерігалось збільшення коефіцієнтів детермінації трендів з початком відліку з 1958 до 1970 року. Враховуючи поведінку коефіцієнтів детермінації, нами було виділено дві групи трендів:

- тренди з початком відліку на інтервалі з 1971 до 1986 року; результати прогнозування наведені на рис. 2;

- тренди з початком відліку на інтервалі з 1958 до 1970 року (рис. 3).

Міра довіри до оцінок очікуваного збитку за різними трендами встановлювалася за їх коефіцієнтами детермінації. При цьому значення очікуваного збитку, отримані за трендами з початком відліку на інтервалі з 1971 до 1986 року, та за трендами з початком відліку на інтервалі з 1958 до 1970 року, були віднесені до різних нечітких множин:  $\tilde{A}$ ,  $\tilde{B}$ .

Далі вводилися лінгвістичні змінні.

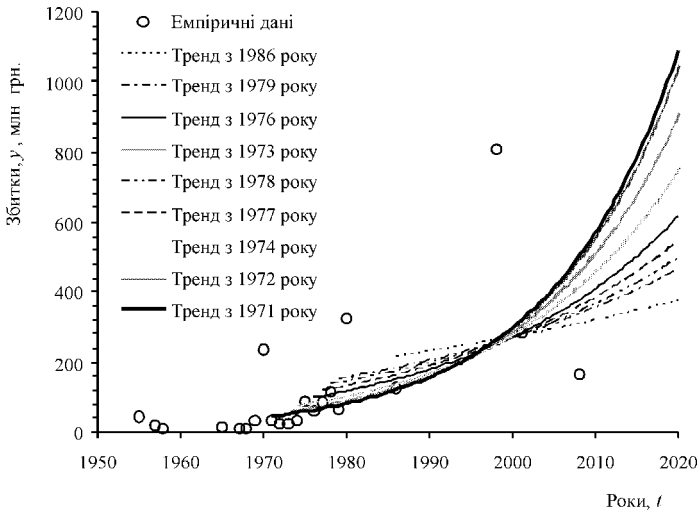


Рис. 2. Результати екстраполяційного прогнозування очікуваного збитку від повеней в басейні р. Тиса, Закарпатської області (тренди з початком відліку з 1986 по 1971 рр.)

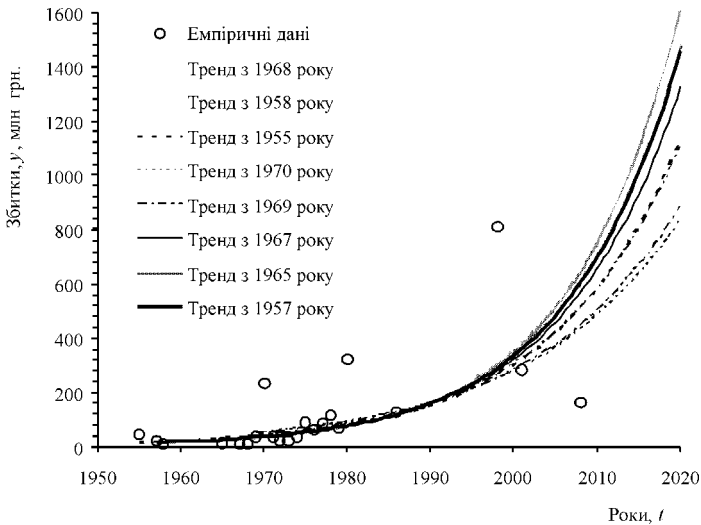


Рис. 3. Результати екстраполяційного прогнозування очікуваного збитку від повеней в басейні р. Тиса, Закарпатської області (тренди з початком відліку з 1970 по 1958 рр.)

Для нечіткої множини  $\tilde{A}$ , яка будувалася за оцінками, отриманими за результатами прогнозування з початками відліку на інтервалі з 1971 до 1986 року, лінгвістична змінна нами визначалася як «очікуване значення збитку до 2020 року буде не більшим».

Для множини  $\tilde{B}$ , яка будувалася за оцінками, отриманими за результатами прогнозування з початками відліку на інтервалі з 1958 до 1970 року, лінгвістична змінна визначалася як «очікуване значення збитку до 2020 року буде не меншим».

Розрахункові,  $i$ -ті, значення функцій належності  $\mu_A(y)$ ,  $\mu_B(y)$  очікуваного збитку  $y$  до відповідних нечітких множин  $\tilde{A}$ ,  $\tilde{B}$  встановлювалися за коефіцієнтами детермінації. При цьому, для множини  $\tilde{A}$

$$\mu_A(y_i) = R_i^2 / R_{i,\max}^2, \quad (3)$$

для множини  $\tilde{B}$ :

$$\mu_B(y_i) = 1 - R_i^2 / R_{i,\max}^2, \quad (4)$$

де  $R_i^2$  — коефіцієнт детермінації  $i$ -го тренду;  $R_{i,\max}^2$  — максимальне значення коефіцієнта детермінації відповідного  $i$ -го тренду з виділених нами груп трендів.

Результати нечіткого прогнозування очікуваного збитку зведені в табл. 2, 3. Функції належності відповідних лінгвістичних змінних «очікуване значення збитку до 2020 року буде не більшим» та «очікуване значення збитку до 2020 року буде не меншим» показані на рис. 4, 5.

Було встановлено, що функція належності очікуваного збитку  $y$  як нечіткої змінної «очікуване значення збитку до 2020 року буде не більшим» добре апроксимуються поліномом виду:

$$\mu_A(y) = 2 \cdot 10^{-9} \cdot y^3 - 6 \cdot 10^{-6} \cdot y^2 + 0,006705 \cdot y - 1,7537, \quad (5)$$

з коефіцієнтом детермінації  $R^2 = 0,9916$ , та значенням  $y \leq 360$  млн грн. при  $\mu_A(y) = 0$ .

Функція належності очікуваного збитку  $y$  як нечіткої змінної «очікуване значення збитку до 2020 року буде не меншим» добре апроксимується лінійною функцією:

Таблиця 2 — Результати прогнозування очікуваного збитку  $y$  як нечіткої змінної «очікуване значення збитку до 2020 року буде не більшим»

Початок відліку прогнозу	Рівняння тренду	Очікуваний збиток $y$ , млн грн.	$R_i^2$	$\mu_A(y)$
1986	$y = 3 \cdot 10^{-106} \cdot t^{32,703}$	373,3	0,0336	0,061674
1979	$y = 6 \cdot 10^{-180} \cdot t^{55,029}$	465,9	0,1446	0,265419
1978	$y = 9 \cdot 10^{-201} \cdot t^{61,338}$	498,8	0,2038	0,374082
1977	$y = 2 \cdot 10^{-232} \cdot t^{70,936}$	588,1	0,2768	0,508076
1976	$y = 4 \cdot 10^{-272} \cdot t^{82,955}$	627,3	0,3511	0,644457
1974	$y = 2 \cdot 10^{-41} \cdot \exp(0,04967 \cdot t)$	750,4	0,4352	0,798825
1973	$y = 3 \cdot 10^{-48} \cdot \exp(0,05754 \cdot t)$	902,6	0,4609	0,845999
1972	$y = 5 \cdot 10^{-53} \cdot \exp(0,06306 \cdot t)$	1046,9	0,5154	0,946035
1971	$y = 1 \cdot 10^{-54} \cdot \exp(0,06502 \cdot t)$	1097,5	0,5448	1

Таблиця 3 — Результати прогнозування очікуваного збитку  $y$  як нечіткої змінної «Очікуване значення збитку до 2020 року буде не меншим»

Початок відліку прогнозу	Рівняння тренду	Очікуваний збиток $y$ , млн грн.	$R_i^2$	$\mu_B(y)$
1970	$y = 5 \cdot 10^{-46} \cdot \exp(0,05497 \cdot t)$	837,1	0,3974	0,31317
1969	$y = 7 \cdot 10^{-48} \cdot \exp(0,05711 \cdot t)$	883,6	0,4289	0,258728
1968	$y = 2 \cdot 10^{-54} \cdot \exp(0,06468 \cdot t)$	1104,5	0,4609	0,203422
1967	$y = 1 \cdot 10^{-59} \cdot \exp(0,07081 \cdot t)$	1317,7	0,4945	0,145351
1965	$y = 1 \cdot 10^{-62} \cdot \exp(0,07428 \cdot t)$	1458,7	0,5288	0,08607
1958	$y = 7 \cdot 10^{-65} \cdot \exp(0,07678 \cdot t)$	1593,2	0,5786	0



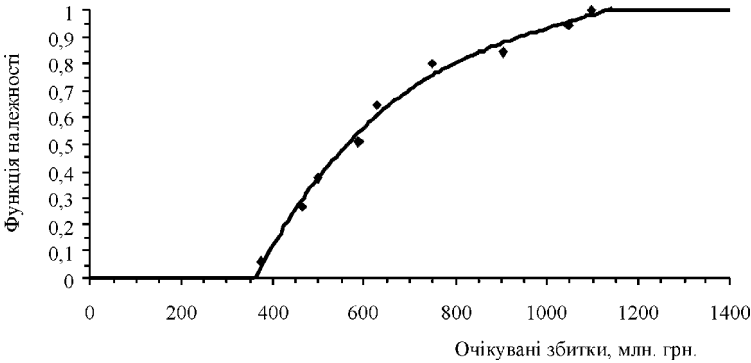


Рис. 4. Функція належності очікуваного збитку  $y$  як нечіткої змінної «очікуване значення збитку до 2020 року буде не більшим»

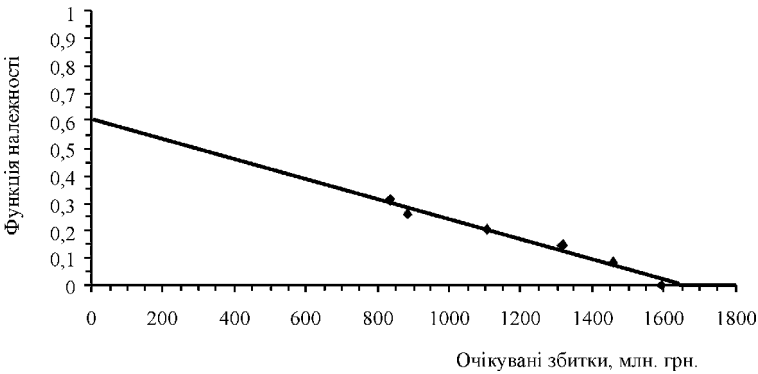


Рис. 5. Функція належності очікуваного збитку  $y$  як нечіткої змінної «очікуване значення збитку до 2020 року буде не меншим»

$$\mu_B(y) = -0,0004 \cdot y + 0,65, \quad (6)$$

з коефіцієнтом детермінації  $R^2 = 0,9706$ , та значенням  $y \geq 1625$  млн грн. при  $\mu_B(y) = 0$ .

Для оцінки чіткого значення  $\hat{y}$  очікуваного збитку на період до 2020 року знаходилася нечітка множина  $\tilde{C} = \tilde{A} \cap \tilde{B}$  як переріз ( $\cap$ ) двох нечітких множин  $\tilde{A}$ ,  $\tilde{B}$ , з функцією належності  $\mu_C(y)$  нечіткої змінної  $y$  виду «очікуване значення збитку до 2020 року буде знаходитися в інтервалі». Функція належ-

ності  $\mu_C(y)$  лінгвістичної змінної «очікуване значення збитку до 2020 року буде знаходитися в інтервалі» наведена на рис. 6, де точка перетину функцій належності  $\mu_A(y)$ ,  $\mu_B(y)$  з  $y = 536$  та  $\mu_C(y) = 0,4356$  знаходилася розв'язуванням системи рівнянь:

$$\begin{cases} \mu_A(y) = 2 \cdot 10^{-9} \cdot y^3 - 6 \cdot 10^{-6} \cdot y^2 + 0,006705 \cdot y - 1,7537 \\ \mu_B(y) = -0,0004 \cdot y + 0,65 \end{cases} \quad (7)$$

В результаті отримуємо чітке значення очікуваних збитків на 2020 рік, яке згідно з процедурою дефазифікації (2) буде:

$$\hat{y} = \frac{\int_{360}^{536} y \cdot (2 \cdot 10^{-9} \cdot y^3 - 6 \cdot 10^{-6} \cdot y^2 + 0,006705 \cdot y - 1,7537) dy + \int_{536}^{1625} y \cdot (-0,0004 \cdot y + 0,65) dy}{\int_{360}^{536} (2 \cdot 10^{-9} \cdot y^3 - 6 \cdot 10^{-6} \cdot y^2 + 0,006705 \cdot y - 1,7537) dy + \int_{536}^{1625} (-0,0004 \cdot y + 0,65) dy}$$

Маємо  $\hat{y} = 980,15$  млн грн.

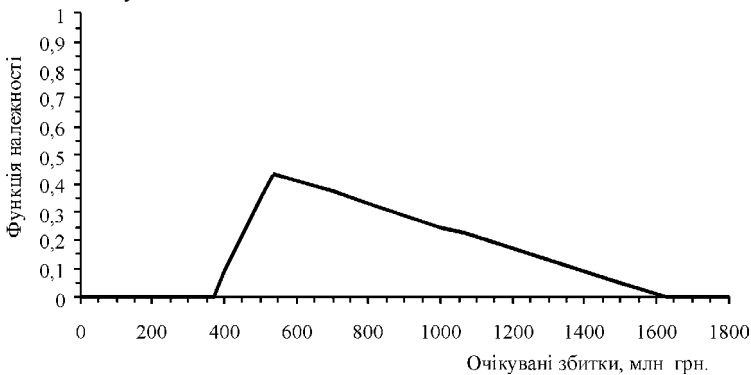


Рис. 6 Функція належності очікуваного збитку  $Y$  як нечіткої змінної «очікуване значення збитку до 2020 року буде знаходитися в інтервалі»

## **Висновки**

Розглянута задача перспективного прогнозування очікуваного збитку на прикладі ретроспективних даних про збитки від руйнівних повеней в різні роки в басейні р. Тиса в Закарпатській області. Вирішення задачі здійснювалося з використанням екстраполяцій та апарату теорії нечітких множин.

Як екстраполяційні моделі використовувалися тренди для різних за початком відліку рядів динаміки. Значення очікуваних збитків за різними трендами розглядалися в якості експертних оцінок, функції належності яких встановлювалися за коефіцієнтами детермінації трендів.

Методика може використовуватися при перспективному прогнозуванні та оцінці очікуваних збитків від повеней на прирічкових територіях з зонах повеневої небезпеки за наявності ретроспективних даних у вигляді рядів динаміки.

\* \* \*

1. Авакян А. Б. Масштабы ущербов от наводнений различного генезиса / А. Б. Авакян, М. Н. Истомина // Безопасность энергетических сооружений. Выпуск 11. Гидрологическая безопасность и защита окружающей среды и населения от паводков. — М.: ОАО «НИИЭС», 2003. — С. 415—434.

2. Коваль Я.В. Катастрофічні паводки в Карпатах і напрямки запобігання їм / Я. В. Коваль // Львів: РВВ НЛТУ України, 2008, № 6. — С. 47—50.

3. Лисиченко Г. В. Природний, техногенний та екологічний ризику: аналіз, оцінка, управління / Г. В. Лисиченко, Ю. Л. Забулонов, Г. А. Хміль. — К.: Наук. думка, 2008.

4. Стефанишин Д. В. Використання методу екстраполяцій при прогнозуванні рівнів води в ріці, де відбувається трансформація русла, з врахуванням ризику / Д. В. Стефанишин, Ю. Д. Стефанишина // Гідромеліорація та гідротехнічне будівництво. Зб. наукових праць. Вип. 30. Рівне: НУВГП. 2005. — С. 107—116.

5. Стефанишин Д. В. Моделювання екологічного ризику зменшення чисельності рибних популяцій в ріці, де відбувається трансформація русла й падіння мінімальних рівнів / Д. В. Стефанишин, Ю. Д. Стефанишина // Вісник НУВГП. Збірник наукових праць. Випуск 4(36). Частина 1. Рівне: НУВГП. 2006. — С. 33-43.

6. Stefanyshyna J. D. An approach to use of trend analysis under extrapolation of time series data / J. D. Stefanyshyna, D. V. Stefanyshyn // XII Int. Scientific Kravchuk Conference. Conf materials, II. 15—17 May, Kyiv, 2008. — P. 118.

7. Леоненков А. В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH / А. В. Леоненков. — СПб.: БХВ-Петербург, 2003.

8. Стефанишин Д. В. Побудова функції належності нечіткої множини при експертному оцінюванні параметрів на основі екстраполяцій / Д. В. Стефанишин, Ю. Д. Стефанишина // Problems of decision making under uncertainties (PDMU-2007). Abstracts of Int. Conference. Chernivtsi, Ukraine, May 21—25, 2007. — P. 237—239.

*Отримано: 15.09.2009 р.*