

УДК 550.34.01

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЕОАКУСТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В РЕАЛЬНЫХ СРЕДАХ С УЧЕТОМ НАЛИЧИЯ ЛОКАЛЬНЫХ РЕЗОНАНСНЫХ СТРУКТУР

© Л.Е. Собисевич, А.Л. Собисевич, 2007

Институт физики Земли имени О.Ю. Шмидта Российской академии наук, г. Москва

На рубежі ХХ - ХХІ століть геофізика й гідрофізика збагатилися новими обчислювальними методами і створеними на їхній основі комп'ютерними технологіями, призначеними для вивчення складних динамічних процесів у геосферах. У статті проведений аналіз сучасних механіко-математичних моделей, що використовуються при вивченні процесів порушення і трансформації сейсмічних і гідроакустичних полів при наявності локальних резонансних структур, що дозволяють уточнити деякі особливості хвильових процесів у багат шаровому неоднорідному півпросторі при заданих на його границях мінливих в часі умовах. Показано, що розрахунок сейсмічного чи гідроакустичного поля в ближній зоні джерела завжди можливий із застосуванням прямих чисельних методів, а отримані теоретичні результати полегшують аналіз і розшифровку експериментальних даних.

На рубеже ХХ – ХХІ веков геофизика и гидрофизика обогатились новыми вычислительными методами и созданными на их основе компьютерными технологиями, предназначенными для изучения сложных динамических процессов в геосферах. В статье проведен анализ современных механико-математических моделей, используемых при изучении процессов возбуждения и трансформации сейсмических и гидроакустических полей при наличии локальных резонансных структур, которые позволяют уточнить некоторые особенности волновых процессов в многослойном неоднородном полупространстве при заданных на его границах изменяющихся во времени условиях. Показано, что расчет сейсмического или гидроакустического поля в ближней зоне источника всегда возможен с применением прямых численных методов, а полученные теоретические результаты облегчают анализ и расшифровку экспериментальных данных.

At the close of the 20 and at the beginning of the 21 century geophysics and hydrophysics got rich of the new computer methods and created on their basis computer technologies, assigned for learning complex dynamic processes in geospheres. Analysis of the modern mechanical and mathematical models, used in learning stimulation and transformation processes of the seismic and sonar fields with the presence of the local resonant structures, which allow to specify some peculiarities of the wave processes in the multi-layer heterogeneous half-space with the desired on his bounds time-reversing energies is made in the article. It is showed, that the calculation of the seismic and sonar field in the near-field region of the source is usually acceptable with use of the direct numerical methods, and received theoretical results make analysis and decoding of the experimental data more easier.

## ГЕОСФЕРА, МОДЕЛИРОВАНИЕ, НЕОДНОРОДНЫЕ СЛОИСТЫЕ СТРУКТУРЫ, РЕЗОНАНСНЫЕ ЯВЛЕНИЯ, ФЛЮИДОНАСЫЩЕННЫЕ СРЕДЫ

Одним из важных источников знаний о внутреннем строении и процессах, протекающих в геосферах, являются геофизические и гидрофизические поля. Именно поэтому особое внимание уделяется развитию существующих и созданию новых методов изучения нелинейных процессов и резонансных взаимодействий, определяющих динамические явления, которые связаны с трансформацией энергии в геофизической и гидрофизической среде, и формирующих тонкую структуру естественных геофизических и гидрофизических полей, которые отражают наблюдаемые внутренние перестройки и изменения в окружающей среде.

Моделирование динамических процессов, происходящих в реальных средах при возбуждении колебаний как внешними, так и внутренними источниками (сейсмическими источниками колебаний, приливными силами, волновыми процессами в атмосфере, нестационарными возмущениями в зонах подготовки крупных сейсмических событий, штормами в океане, источниками техногенного происхождения), связано с необходимостью учета основных резонансных особенностей, присущих внутренней структуре геосфер.

Некоторые из них могут быть определяющими с точки зрения распространения и трансформации волновой энергии. В этой связи задача моделирования такой среды представляется достаточно сложной и требует в каждом отдельном случае нахождения нетрадиционных решений, что связано в первую очередь с многообразием строения изучаемого объекта. Особого внимания заслуживает и то обстоятельство, что математическое моделирование позволяет по-новому подойти к анализу данных полевых наблюдений. Дело в том, что эксперимент отображает обобщенную волновую картину, в которой влияние отдельных структурных особенностей геофизической среды сложным образом объединено, поэтому в процессе расшифровки экспериментальных данных зачастую бывает затруднительно представить однозначное объяснение полученных результатов без привлечения физических или механико-математических методов.

Современные механико-математические модели геофизической и гидрофизической среды достаточно многообразны. Они обладают различной степенью сложности и общности, что и определяет круг решаемых задач [1]. Простейшей моделью является модель однородного полупространства, позволяющая ответить на некоторые вопросы взаимодействия поверхностных источников сейсмических колебаний с грунтом [2]. Однако такой подход имеет весьма ограниченный по частоте сверху диапазон применимости и не позволяет учесть структурные особенности, свойственные реальной геофизической среде.

Более сложными следует считать модели, описывающие многослойное полупространство [3], когда при исследовании ряда эффектов, связанных с пористостью и флюидонасыщенностью, привлекаются и модели гетерогенных сред. Среди моделей, описывающих процессы в гетерогенных средах, наиболее приемлемой принято считать модель Био [4, 5, 6].

Характеризуя научные достижения в области математической геофизики и гидрофизики, следует отметить, что на рубеже веков эти задачи приобретают особую актуальность. В числе проблем, требующих своего разрешения при построении методов моделирования волновых процессов в реальных средах, в XXI веке особое место будет отведено исследованию резонансных особенностей неоднородных слоистых структур. Последние могут быть изучены на основе модели слоистого полупространства, включающего разномасштабные неоднородности и полости различной формы, которые и являются своего рода резонансными образованиями, определяющими тонкую структуру геофизических и гидрофизических полей.

### **1. Моделирование волновых процессов в изотропной среде, представляемой в виде многослойного полупространства**

Рассмотрим механико-математическую модель, представляющую собой пакет изотропных вязкоупругих слоев с плоскопараллельными границами, жестко соединенных между собой и с вязкоупругим подстилающим полупространством.

В рамках каждого изотропного слоя толщины  $h_j$  (рис. 1) вязкоупругая среда определяется плотностью  $\rho_j$ , коэффициентами Ламе  $\lambda_j$ ,  $\mu_j$  или скоростями распространения продольных и поперечных волн в среде:

$$V_{pj} = \sqrt{\frac{\lambda_j + 2\mu_j}{\rho_j}}, \quad V_{sj} = \sqrt{\frac{\mu_j}{\rho_j}}, \quad j = 2, \dots, n$$

и тангенсом угла потерь в среде  $tg \gamma$  [7, 8, 9]. Подстилающее полупространство  $x \geq 0$  определяется теми же характеристиками с индексом 1.

Движение среды в рамках каждого из слоев (полупространства) определяется динамическими уравнениями теории вязкоупругости в перемещениях – уравнениями Ламе [10, 11].

$$(\lambda_j + 2\mu_j) \text{grad div } \vec{U}_j - \mu_j \text{rot rot } \vec{U}_j = \rho_j \frac{\partial^2 \vec{U}_j}{\partial t^2}. \quad (1.1)$$

Здесь  $\vec{U}_j = \{ u_x^{(j)}(x, y, z, t), u_y^{(j)}(x, y, z, t), u_z^{(j)}(x, y, z, t) \}$  – вектор смещения точек слоя с индексом  $j$ .

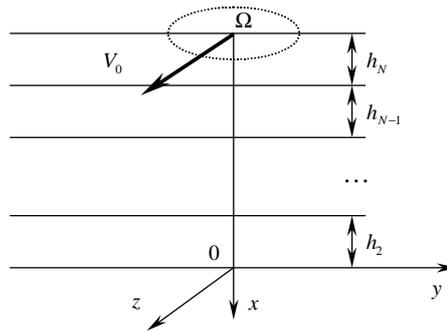


Рис. 1 - Постановка задачи для многослойного полупространства

На поверхности среды  $x = -H = -\sum_{i=2}^N h_i$  в некоторой области  $\Omega$  приложена система распределенных усилий, моделирующая действие излучающего элемента поверхностного сейсмоисточника (излучающей плиты, штампа). Эта система усилий может иметь характер импульса давления, действующего в течение некоторого промежутка времени (модель нестационарного воздействия), а может носить осциллирующий с некоторой частотой  $\omega$  характер (источник установившихся гармонических колебаний).

Итак, при нестационарном воздействии будем иметь:

$$\vec{\sigma} = \vec{T}(y, z, t), \quad \vec{\sigma} = \{ \sigma_x, \tau_{xy}, \tau_{xz} \}, \quad (1.2)$$

где  $\vec{\sigma}$  – вектор напряжений на плоской поверхности;  $\vec{T}(y, z, t)$  – заданная вектор-функция распределения напряжений в области  $\Omega$  и во времени.

При возбуждении установившихся гармонических колебаний с частотой  $\omega$  можно записать:

$$\bar{T}(y, z, t) = \bar{t}(y, z) e^{-i\omega t} \quad (1.3)$$

Условие жесткого сцепления слоев между собой и с упругим полупространством приводит к непрерывности компонент векторов смещения и напряжения в среде при переходе через плоские границы раздела упругих параметров:

$$x = x_j, \quad j = 1, 2, \dots, N-1, \quad x_j = -\sum_{k=1}^j h_k, \quad h_1 \equiv 0.$$

Связь между компонентами векторов определяется соотношениями закона Гука в декартовой прямоугольной системе координат:

$$\begin{aligned} \sigma_x^{(j)} &= \lambda_j \theta_j + 2\mu_j \frac{\partial u_x^{(j)}}{\partial x}, & \sigma_y^{(j)} &= \lambda_j \theta_j + 2\mu_j \frac{\partial u_y^{(j)}}{\partial y}, & \sigma_z^{(j)} &= \lambda_j \theta_j + 2\mu_j \frac{\partial u_z^{(j)}}{\partial z}, \\ \tau_{xy}^{(j)} &= \mu_j \left( \frac{\partial u_x^{(j)}}{\partial y} + \frac{\partial u_y^{(j)}}{\partial x} \right), & \tau_{xz}^{(j)} &= \mu_j \left( \frac{\partial u_x^{(j)}}{\partial z} + \frac{\partial u_z^{(j)}}{\partial x} \right), & \tau_{yz}^{(j)} &= \mu_j \left( \frac{\partial u_y^{(j)}}{\partial z} + \frac{\partial u_z^{(j)}}{\partial y} \right). \end{aligned} \quad (1.4)$$

Существенную роль в построении решения модельной задачи для полуограниченной среды играют условия, которым решение должно удовлетворять на бесконечности. Постановка вязкоупругой задачи применительно к геофизическим моделям требует выполнения условия невозрастания компонент векторов смещения и напряжения на бесконечности. Помимо этого, на бесконечности естественным является условие излучения упругих волн, для удовлетворения которого используем принцип предельного поглощения [12]. Использование этого принципа требует построить решение вязкоупругой задачи для соответствующей области при тех же граничных условиях и в полученном решении совершить равномерный предельный переход при стремлении вязкости (или коэффициента диссипации) к нулю. Требование равномерности предельного перехода включает отсутствие скачка значения решения при предельном переходе. Подробное исследование ряда методов при построении решений модельных задач, имеющих практическое значение, проведено в монографии [13].

Следует подчеркнуть, что ряд практических приложений требует при постановке модельной краевой задачи рассмотрения действия на слоистую геофизическую среду нагрузок, движущихся с постоянной скоростью  $V_0$  и осциллирующих с частотой  $\omega$ . Учет скорости движения нагрузки целесообразно проводить в подвижной системе координат  $(x^*, y^*, z^*)$ , связанной с областью приложения нагрузки  $\Omega$ . При этом подвижные и неподвижные координаты могут быть связаны следующими соотношениями:

$$x^* = x, \quad y^* = y, \quad z^* = z - V_0 t, \quad (1.5)$$

которые следует учитывать при решении уравнений движения, что приведет к некоторым изменениям вида инерциального члена (правая часть уравнений (1.1)).

## 2. Некоторые особенности моделирования полей от подвижных возмущений

Многие практически важные задачи современной геодинамики и гидрофизики связаны с необходимостью анализа полей напряжений и смещений в геофизической среде при воздействии перемещающихся волн давления. При проведении анализа волновых полей основным параметром, определяющим расчетную модель, является отношение скорости движения нагрузки  $V_0$  к скорости распространения продольных и поперечных волн в приповерхностном слое подстилающей среды ( $V_0/V_p$  и  $V_0/V_s$ ):

$$V_p = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}, \quad V_s = \sqrt{\mu/\rho},$$

где  $\rho$ ,  $\lambda$ ,  $\mu$  – плотность и параметры Ламе материала среды.

Как правило, в случае относительно малых скоростей ( $V_0/V_s \ll 1$ ) принято считать, что влияние скорости движения  $V_0$  на напряженно–деформированное состояние мало и при практических расчетах можно ограничиться анализом более простой задачи о воздействии неподвижной нагрузки.

Рассмотрим задачу о воздействии движущейся с постоянной скоростью  $V_0$  и осциллирующей с частотой  $\omega$  нагрузки, равномерно распределенной в некоторой области  $\Omega$  на поверхности слоистого полупространства. Пусть среда занимает в декартовой системе координат  $(x, y, z)$  область  $x \geq 0$  и является в пределах каждого из слоев линейно упругой, изотропной.

Движение среды описывается динамическими уравнениями теории упругости в перемещениях – уравнениями Ламе. Нагрузка (давление) приложена в некоторой области  $\Omega$  на поверхности слоистого полупространства, движущейся с постоянной скоростью  $V_0$  в положительном направлении оси  $Oz$ . Вдоль границ раздела упругих параметров в полупространстве заданы условия, например жесткого сцепления, определяющие непрерывность компонент векторов смещения и напряжения при переходе через границу.

На бесконечности задаются условия излучения упругих волн, являющиеся естественными для полуограниченных областей. Решение задачи может быть получено в подвижной системе координат  $(x, y, z^*)$ , связанной с областью приложения нагрузки [13]. Его анализ сводится к исследованию двумерного несобственного контурного интеграла следующей структуры:

$$U_j(x, y, z^*) = \frac{a}{4\pi\mu} \iint_{\Gamma} \left\{ \sum_{n=1}^2 K_{jn}(\alpha, \beta, V_0, \omega) e^{i(\sigma_n x - \alpha z^* - \beta y)} \right\} t(\alpha, \beta) d\alpha d\beta, \quad (2.1)$$

здесь  $U_j$ ,  $j=1,2,3$  – компоненты вектора смещения;  $t(\alpha, \beta)$  – двумерное преобразование Фурье по координатам  $z^*$ ,  $y$  (параметры преобразования соответственно  $\alpha, \beta$ ) от функции, описывающей закон распределения напряжений в области нагружения.

Функції  $K_{jn}$  в случае многослойного полупространства имеют чрезвычайно громоздкий вид, не позволяющий привести их полностью в рамках настоящей статьи. При численной реализации представляется целесообразным получать значения амплитудных функций при заданных значениях параметров непосредственно на ПЭВМ, с использованием алгебры матриц и с применением приведенного в работе [13] алгоритма, при условии сохранения структуры подынтегральной функции (2.1), учитывающей основные ее осцилляторы. Структура и свойства последних аналогичны соответствующим функциям, связанным с решением задачи для однородного полупространства:

$$K_{11} = -i\sigma_1 \Delta^{-1} (u^2 - \sigma_2^2); \quad K_{12} = -2i\sigma_1 u^2 \Delta^{-1};$$

$$u^2 = \alpha^2 + \beta^2; \quad \sigma_j^2 = -u^2 + \theta_j^2; \quad (2.2)$$

$$\theta_1 = \omega^* a / V_p; \quad \theta_2 = \omega^* a / V_s; \quad \omega^* = \omega - \alpha V_0,$$

где  $a$  – некоторый характерный линейный размер (например, поперечный размер области приложения нагрузки).

Основные свойства, определяющие особенности расчета интегрального представления, описывающего распределение полей смещений (или напряжений), следуют из приведенных выше соотношений. Сходимость несобственного контурного интеграла определяется поведением подынтегральной функции при  $\alpha, \beta \rightarrow +\infty$ , а самой амплитудной функции структура такова, что на бесконечности она убывает как  $|u|^{-1}$ . Поскольку сходимость интеграла достаточно слабая, использование прямых численных алгоритмов при расчете кратного несобственного интеграла имеет достаточно ограниченный диапазон применимости по параметрам и дает малую результирующую точность. Основным параметром здесь является удаленность точки наблюдения от области приложения нагрузки. Этот параметр и определяет степень осцилляции подынтегральной функции. Увеличение осцилляции приводит к увеличению времени счета и снижению его точности. Именно поэтому использование прямых численных алгоритмов счета интеграла при анализе волнового поля в дальней зоне представляется малоэффективным. В этом случае более целесообразно использовать асимптотические методы анализа интегрального представления решения задачи. Остановимся на этом подробнее.

Введем сферическую систему координат  $(R, \varphi, \psi)$ , связанную с центром области приложения нагрузки  $\Omega$ :

$$x = R \cos \psi, \quad y = R \sin \varphi \sin \psi, \quad z^* = R \cos \varphi \sin \psi.$$

При анализе интегрального представления (2.1) получаем, что волновое поле в дальней от источника зоне определяется вычетами в вещественных полюсах подынтегральной функции. Структура интегрального представления решения задачи всегда может быть описана типовыми интегралами, асимптотические представления которых требуется получить для анализа волнового поля в моделируемой среде:

$$\Phi_j(R, \varphi, \psi) = \iint_{\Gamma} f_j(\alpha, \beta) \exp \left[ iR (\sigma_j \sin \psi \cos \varphi - \alpha \cos \psi - \beta \sin \varphi \sin \psi) \right] d\alpha d\beta.$$

Существенно, что если расстояние до точки наблюдения ( $R$ ) много больше максимальной толщины приповерхностного пакета слоев, то амплитудная функция  $f_j(\alpha, \beta)$  не содержит осцилляторов, соизмеримых с показателем экспоненты. Для относительно большой толщины слоев требуется использовать несколько иные подходы, позволяющие учесть вклад осцилляторов, связанных с толщинами верхних слоев и включенных в амплитудную функцию  $f_j(\alpha, \beta)$ .

Главный член асимптотического разложения типовых интегралов определяется при этом многомерным методом перевала [14], использование которого дает:

$$\Phi_j(R, \varphi, \psi) = \frac{2\pi}{R} \exp \left[ iRS_j(\alpha_j, \beta_j) - i\frac{\pi}{2} \right] \frac{f_j(\alpha_j, \beta_j)}{\sqrt{|\det S''_{xx}(\alpha_j, \beta_j)|}}, \quad j=1, 2.$$

Здесь введены обозначения:

$$S_j(\alpha_j, \beta_j) = \delta_j (1 - k_j^2 p)^{-1/2} \cos^2 \psi - \alpha_j \sin \psi \cos \varphi - \beta_j \sin \psi \cos \varphi,$$

$$\alpha_j = \frac{-\delta_j k_j \pm \delta_j g^{1/2} (1 - k_j^2 p)^{-1/2}}{1 - k_j^2}, \quad \beta_j = -\frac{\delta_j}{\sqrt{1 - k_j^2 p}} \sin \varphi \sin \psi$$

(верхний знак соответствует значениям  $\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \pi$ , нижний –  $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ );

$$k_j = V_0/V_j; \quad \delta_j = \omega/V_j, \quad p = \sin^2 \psi \sin^2 \varphi + \cos^2 \psi, \quad g = \sin^2 \psi \cos^2 \varphi,$$

$$|\det S''_{xx}(\alpha_j, \beta_j)| = \frac{(1 - k_j^2 p) (p \sin^2 \psi \sin^2 \varphi - p - pk_j^2 \cos^2 \psi - g \sin^2 \varphi \sin^2 \psi)}{\delta_j^2 \cos^4 \psi}.$$

Построенные соотношения позволяют произвести широкомасштабное моделирование волнового поля в дальней зоне многослойного полупространства. При этом типовые интегралы, связанные с фазовой функцией, имеющей индекс  $j=1$ , определяют вклад продольной волны в соответствующую компоненту вектора смещения, а при  $j=2$ , соответственно, вклад поперечной волны.

Реализация метода на примере исследования полей смещений в однородном полупространстве (область  $\Omega$  есть квадрат со стороной  $a$ ) позволила выявить степень влияния скорости движения нагрузки на особенности волнового поля в дальней от области нагружения зоне. Расчеты подтверждают, что для количественных характеристик волнового

поля при  $V_0/V_s > 0,1$  учет скорости определяет расхождение со случаем воздействия неподвижной нагрузки не более 10 %. При этом наблюдается также качественное искажение диаграммы направленности в нижнем полупространстве.

В наиболее общей постановке рассматриваемую систему описывает пространственная задача следующей структуры: слоистая конструкция (например, современная скоростная автомагистраль) представляется пакетом соединенных между собой слоев ограниченной ширины с плоскопараллельными границами, последний из которых контактирует с грунтом, являющим собой слоистое полупространство (рис. 2). Существенным здесь следует считать и тот факт, что конструктивные слои имеют жесткости, убывающие с глубиной, а подстилающая геологическая среда, наоборот, отличается тем, что жесткость слоев нарастает с глубиной. В результате подлжит изучению своего рода “сэндвич”, в котором наиболее “мягкие” слои как ограниченные по ширине (нижний слой дорожной конструкции), так и безграничные (верхний слой геофизической среды) оказываются расположенными между более жесткими. Такие разломно-блоковые структуры, как правило, обладают волноводными и явно выраженными резонансными свойствами.

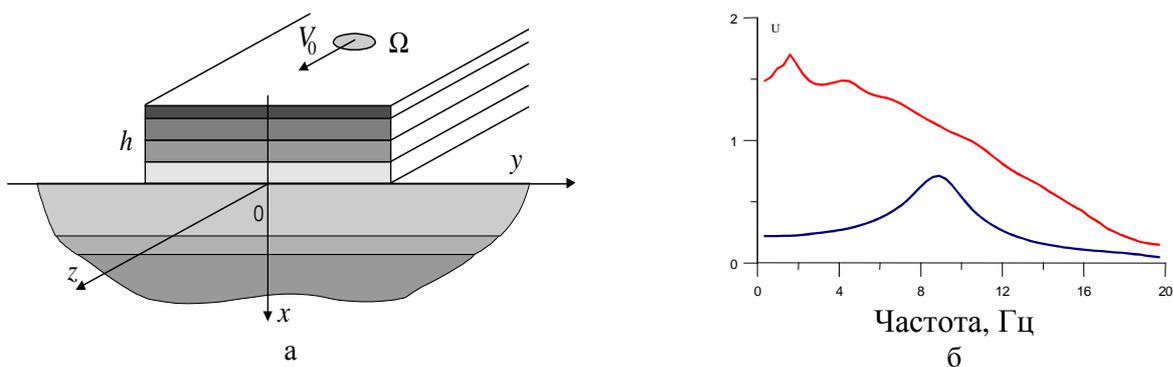


Рис. 2 - Структурная схема системы “дорожная конструкция – геологическая среда” (а) и теоретическая АЧХ смещений поверхности при воздействии переменной нагрузки (б), где верхняя зависимость – АЧХ поверхности среды, а нижняя – АЧХ поверхности дороги

Численный эксперимент показывает, что переменная подвижная нагрузка генерирует интенсивные широкополосные сейсмические поля. Их амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) имеет выраженный резонансный характер в случае, когда подстилающая поверхность имеет «нормальное» строение (жесткость слоев нарастает с глубиной). Теоретическая АЧХ по смещению для четырехслойной структуры, расположенной на двухслойном полупространстве, показана на рис. 2 б.

Достаточно выражены низкочастотные локальные резонансы (1 и 8 Гц). Однако в реальных условиях число резонансных всплесков на АЧХ может быть и больше. Примером тому могут служить данные полевых экспериментов, которые были получены на хорошо изученном в геологическом плане Быстровском полигоне СО РАН, где толщина флюидонасыщенного слоя (трещиноватые сланцы), лежащего на консолидированном фундаменте, составляет порядка 30 м.

В качестве примера (рис. 3 а) приведен фрагмент записи сейсмического поля в случае, когда в качестве источника, генерирующего сейсмические колебания в нижнем полупространстве, служила экспедиционная автомашина УАЗ. В процессе проведения

експеримента автомашина УАЗ проїжджала на відстані около 10 м від встановленого на поверхні землі вертикального сейсмометра типу СМ–ЗКВ со скоростью 8–10 км/ч.

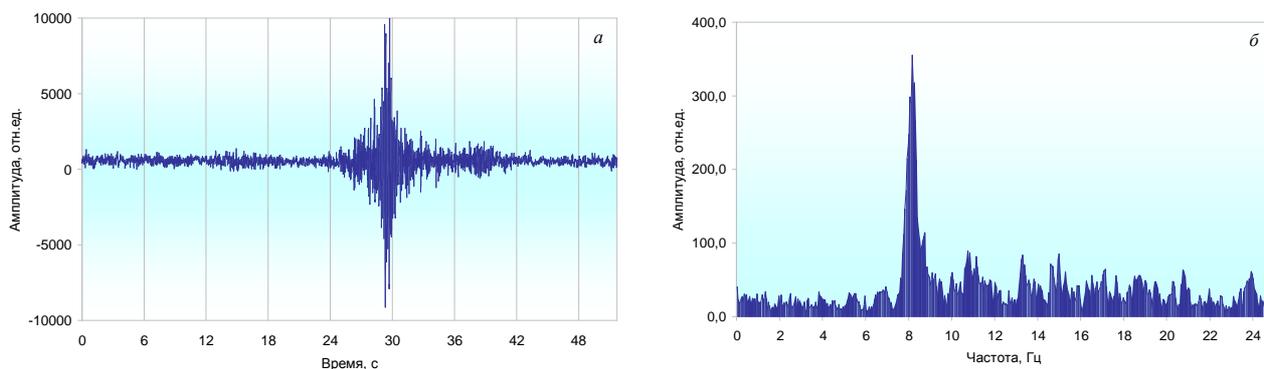


Рис. 3 - Фрагмент записи (Z-компонента) імпульсного возбуждення (а) і відповідний амплітудний спектр резонансного відклику (б).

Полученные результаты могут служить исходным материалом и при проведении исследований морского дна, когда источником возмущения является низколетящий самолет или корабль.

Отклик среды на импульсное возмущение показан на рис. 3 б. Необходимо отметить наличие ярко выраженного локального резонанса в районе 8–8,5 Гц. Именно это явление и использовано учеными СО РАН при создании уникальных, не имеющих мировых аналогов, сейсмических 100–тонных вибраторов, которые установлены на Быстровском полигоне и в течение многих лет успешно эксплуатируются [15].

Остановимся более детально на рассмотрении задачи о поведении реальных локализованных структур в геофизической среде, при возбуждении которых наблюдаются резонансные явления. Модель слоистой среды дает частичное объяснение наблюдаемым процессам. Подробное теоретическое рассмотрение резонансных процессов, имеющих место в геофизической среде с явно выраженной пространственной неоднородностью и в слоистых структурах типа «дорожная конструкция – геофизическая среда», содержится в ряде работ [8, 13]. Натурные наблюдения подтверждают основные теоретические положения.

Так, экспериментальные данные по оценке механического состояния конкретных участков геофизической среды в районе трассы Ростов – Краснодар, полученные с использованием технологии релаксационного контроля, показали наличие как основного (12 Гц), так и ряда менее выраженных (16,4 и 20,9 Гц) локальных резонансов, связанных со структурными особенностями выбранного участка дороги и окружающей среды (рис. 4 а, б).

Данные натурных наблюдений можно наглядно объяснить, если воспользоваться результатами работ А.В. Введенской [16] и проанализировать условия высвобождения упругой энергии в процессе немонотонного деформирования отдельных структурных элементов среды на основе выражения внутренних возбуждающих сил через внешние силы (моменты движущих сил и силы инерции).

Тогда для среды, испытывающей постоянное деформирование вследствие внешних возмущений, уравнение движения отдельного рассматриваемого (выделенного) активного

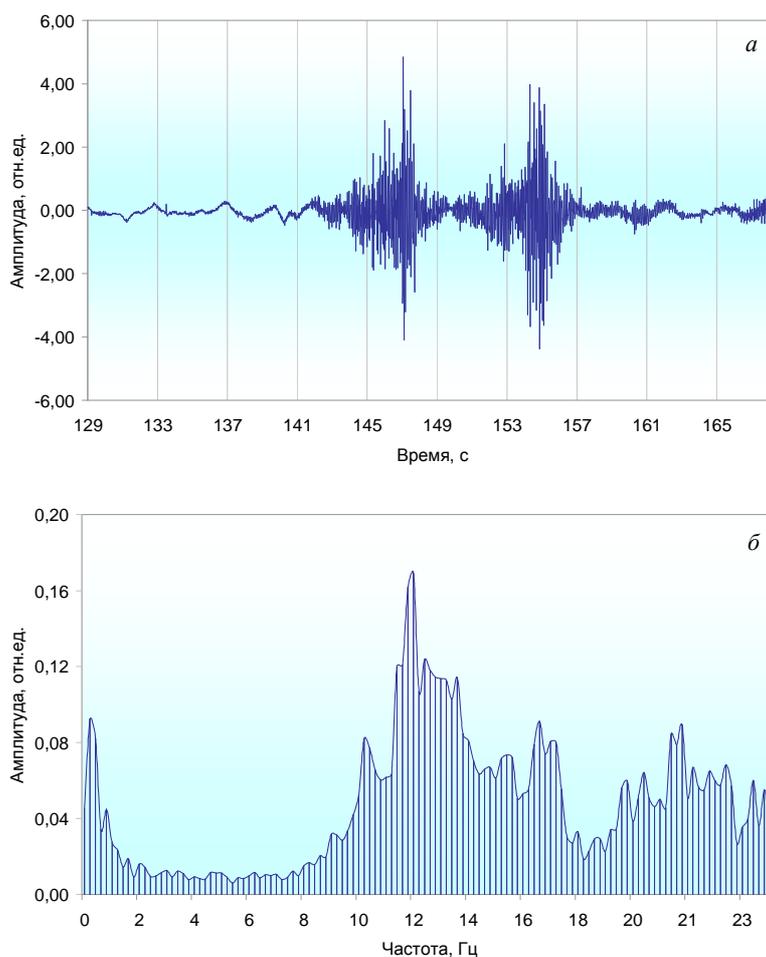


Рис. 4 - Фрагмент записи (проходная характеристика, Z-компонента) движения двух грузовых автомашин по старому участку шоссе Ростов – Краснодар (а) и соответствующий амплитудный спектр (б)

блока в первом приближении может быть записано в виде [17]:

$$u_n + \omega_n^2 \left( u_n - \gamma_* L_n + \frac{3k_1 \sigma_n L_n}{4\alpha G_n} \right) = \omega_n^2 L_n \Psi(t), \quad (2.3)$$

где  $\omega_n^2 = 4\alpha G_n / 3\beta \rho_n L_n^2$ , ( $\beta < 1$ ,  $\rho_n$  – эффективная плотность материала блока ранга  $n$ );  $u_n$  – абсолютное смещение грани блока вдоль оси  $x$ ;  $\gamma_*$  – эффективная (средняя по блоку) сдвиговая деформация;  $L_n$  – характерный линейный размер блока;  $k_1$  – коэффициент трения скольжения;  $\alpha$  – коэффициент, определяющий долю запасенной энергии, расходуемой на движение;  $\sigma_n$  – нормальное напряжение на грани блока;  $G_n$  – модуль сдвига;  $\Psi(t) = \Delta\gamma$  – прирост сдвиговой деформации со временем.

Соотношение (2.3) удобно использовать при анализе колебательного движения изначально деформированного активного блока в некотором объеме геофизической среды с резонансной частотой  $\omega_n$ .

Ниже, в табл. 1, приведены расчетные значения наиболее характерных собственных частот (резонансов)  $\omega_n$ , полученные в работе [17] для реальной геофизической среды с параметрами:  $\rho_n = 2800$  кг/м,  $G_n = 2 \cdot 10^{10}$  Па (гранит),  $\alpha = 2,5 \cdot 10^{10}$ ,  $\beta = 1/3$ :

Таблица 1.

$L_n$ , м	1	10	25	50	100
$\omega_n$ , рад/с	250	25	12	5	2,5
$f = \omega_n/2\pi$ , Гц	40	4	1,6	0,8	0,4

Из приведенных данных непосредственно следует, что при наличии в геофизической среде активно развивающихся разломов, приводящих к формированию разномасштабных блоковых структур, которые обладают определенной свободой подвижности, естественно ожидать, что при внешних или внутренних возмущениях наряду с деформационными процессами будут генерироваться и волновые поля (например, сейсмическое поле) в диапазоне предпочтительных резонансных частот отдельных активных блоков. В.Н. Родионов и И.А. Сизов показывают [18], что механическая энергия, поступающая от любого источника, преобразуется первоначально в движение наиболее крупных блоков. Причина этого – то обстоятельство, что силы, приводящие отдельные блоки в поступательное или колебательное движение, пропорциональны их объему, тогда как сопротивление движению формируется за счет сил, действующих по поверхности блоков, и в значительной мере определяется состоянием контактирующих границ (заполнение трещин, наличие флюидов и т.д.).

В этой связи при анализе наведенных сейсмических полей следует ожидать резонансного отклика, прежде всего, в области достаточно низких частот. Структура резонансного отклика геофизической среды на импульсное возмущение будет определяться числом неоднородностей «предпочтительного» масштаба, собственные частоты которых соответствуют частоте действующего возмущения.

В справедливости изложенного можно убедиться, обратившись к данным натурального эксперимента, выполненного учеными ИДГ РАН [19]. Изучая сейсмическое действие взрыва накладного заряда весом 900 т на геофизическую среду, им удалось зарегистрировать аппаратурными методами волновые структуры, обусловленные резонансными взаимодействиями. Остановимся более подробно на полученных экспериментальных данных.

Действие взрыва исследовалось по одному профилю, вдоль которого были оборудованы три сейсмических наблюдательных пункта: первый на расстоянии 15,6 км, второй – 48,7 км, а третий – 70,1 км от места взрыва. Выбор расстояния для размещения приемной сейсмической аппаратуры определялся только исходя из условий удобства проведения эксперимента. На каждом пункте было размещено по три сейсмоприемника типа СМ–ЗКВ.

Экспериментальные результаты представлены на рис. 5.

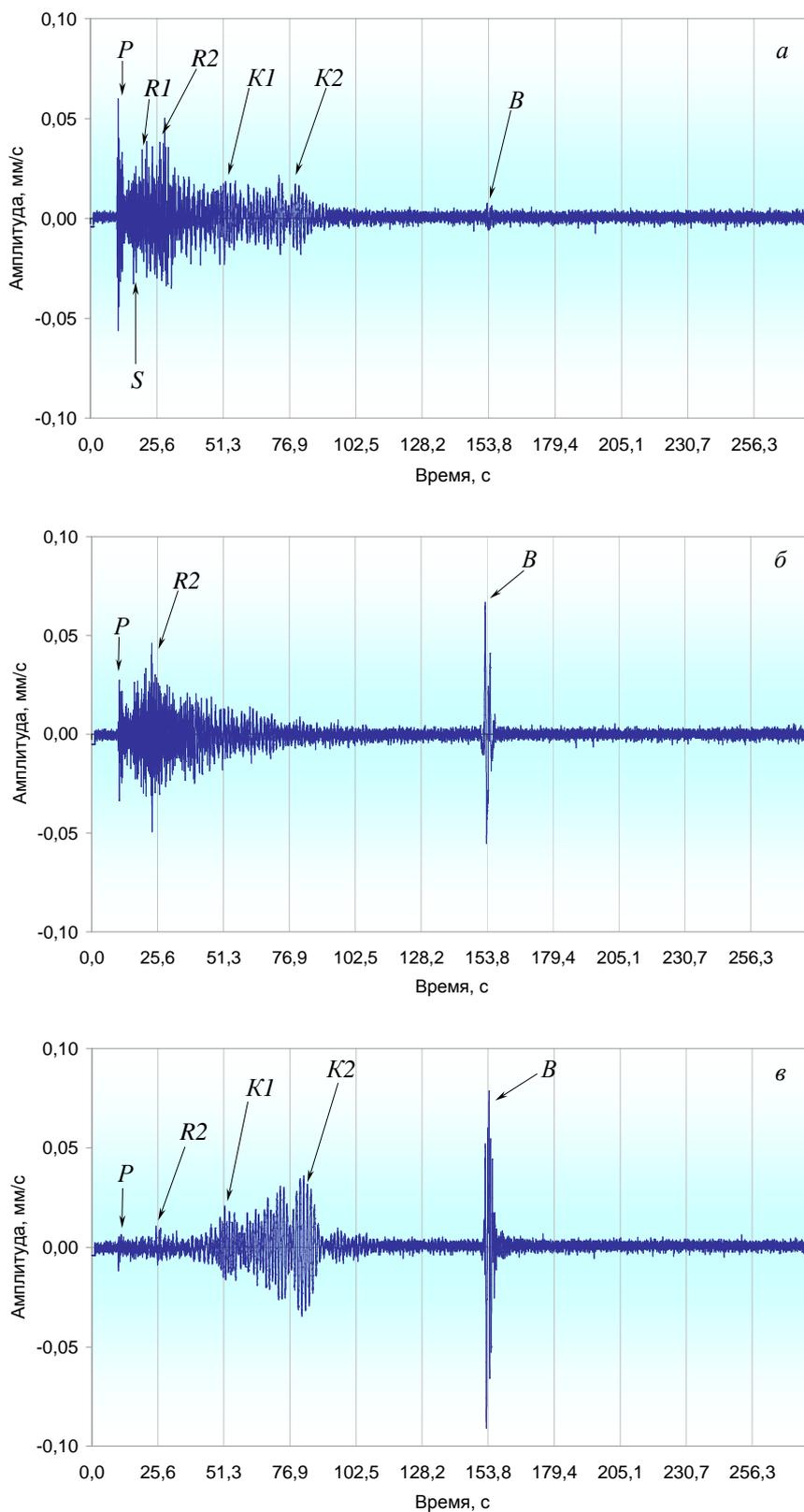


Рис. 5 - Сейсмограммы приповерхностного взрыва накладного заряда весом 900 т.  
X-компонента (а), Y-комонента (б) и Z-компонента (в).

Как следует из приведенных сейсмограмм, после прихода продольной волны отмечаются сравнительно высокочастотные колебания (5...10 Гц). Эта фаза на всех трех сейсмограммах помечена стрелкой Р. Она доминирует на радиальной компоненте (Х). Вслед за первой фазой продольной волны достаточно четко выделяется цуг довольно большого числа колебаний, сформированных прохождением продольной волны через многослойную геофизическую среду, в которой имеют место явно выраженные неоднородности (резонансные структуры). Дальнейшее усиление колебаний удается наблюдать через несколько секунд после прихода продольной волны. Усиление особенно выделяется по компоненте Y (фаза отмечена стрелкой S). После того как эта фаза выделена на составляющей Y, её легко найти и на составляющих Z и X. Частота колебаний в этой фазе по-прежнему достаточно высока и составляет несколько герц.

Эту фазу колебаний авторы эксперимента идентифицируют как поперечную волну. Следующая фаза колебаний, прослеживаемая на всех сейсмограммах, выделяется по характерному (большему) периоду колебаний. Эту фазу особенно четко удается наблюдать на записях составляющих Z и X, где она отмечена стрелкой R1. Характерная частота в цуге этих колебаний 0,5–1,5 Гц, а присущие выделенной фазе большие периоды колебаний, продолжавшиеся более 10 с, позволили идентифицировать ее с поверхностной волной рэлеевского типа.

Отметим, что максимальная амплитуда колебаний достигается позже прихода фазы R1. Фаза максимальной амплитуды для волн Рэля помечена на сейсмограммах стрелкой R2. Моменты прихода идентифицированных фаз стали отправной точкой для построения годографов фаз Р, S, R1, R2, K1, K2 с последующим определением скоростей распространения фаз (км/с), которые составляют:

Таблица 2.

Р- волна	S- волна	R1 (вступ.)	R2 (макс.)	K1 (резонанс среды)	K2 (резонанс среды)	B (воздушная волна)
6,000	3,400	2,660	2,000	0,920	0,670	0,328

Особого внимания в рамках рассматриваемой проблемы заслуживают выделенные на сейсмограммах фазы низкочастотных колебаний, отмеченные стрелками K1 и K2. Скорость распространения этих фаз ниже 1 км/с. В этой связи их невозможно идентифицировать с известными типами волн. В настоящее время природу этих колебаний с достаточной степенью уверенности можно связывать с сейсмическими полями, формирующимися в результате отклика резонансных структур на импульсное воздействие.

### 3. Механико–математическое моделирование условий взаимодействия источника сейсмических колебаний с флюидонасыщенным полупространством

Моделирование реальных флюидонасыщенных сред при динамическом воздействии поверхностного сейсмоисточника удобно проводить с использованием модели Био [4], которая позволяет достаточно строго учесть пористость (трещиноватость) и насыщенность пор жидкой фазой.

Описание процесса взаимодействия излучателя с грунтом и расчет волновых полей приводят к постановке и решению задачи о воздействии жесткого штампа на поверхность флюидонасыщенного полупространства.

Предполагается, что среда достаточно однородная и ее можно описать как полупространство с постоянными свойствами. Пусть среда занимает область  $z < 0$  (рис. 6). На границу  $z=0$  действует круглый в плане штамп с плоским основанием, совершая безотрывные установившиеся гармонические колебания с частотой  $\omega$ . Трением под штампом пренебрегаем.

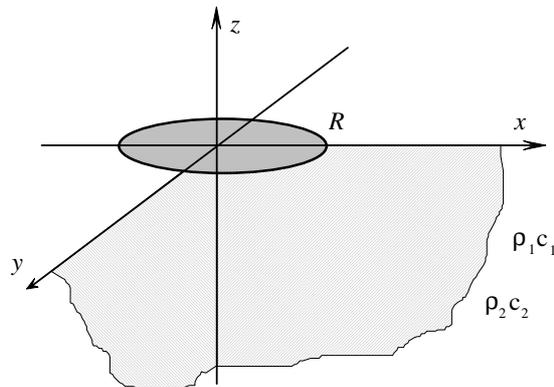


Рис. 6 - Динамическая контактная задача о воздействии жесткого круглого в плане штампа на поверхность гетерогенного полупространства (статистически однородное пористое твердое деформируемое тело, насыщенное жидкостью)

Следуя работам [20, 21], механические свойства среды будем описывать параметрами:  $\rho_{11}, \rho_{22}$  – коэффициенты динамической плотности;  $\rho_{12}$  – коэффициент массовой связи;  $\lambda, \mu$  – упругие постоянные Ламе для упругого скелета;  $Q = (1 - \beta_1 k)(1 - m)m\beta^{-1}$ ,  $R = m^2 \beta^{-1}$ ,  $\beta$  – изотермическая сжимаемость пористой среды,  $\beta_1$  – сжимаемость скелета,  $\beta_2$  – сжимаемость жидкости,  $m$  – объемная пористость,  $k$  – коэффициент проницаемости,  $\eta$  – динамическая вязкость жидкости. Кроме того, здесь вводятся также следующие обозначения:

$$b = \eta m^2 F(\omega) / k,$$

$F(\omega)$  – отклонение потока жидкости в порах от Пуазелевского,

$$m_i = (\gamma_{12} - \xi_i q_{12}) / (\xi_i q_{22} - \gamma_{22}), \quad q_{11} = (\lambda + 2\mu) / H, \quad q_{12} = Q / H, \quad q_{22} = R / H,$$

$$H = \lambda + 2\mu + 2Q + R, \quad \chi^2 = \omega^2 \rho / H, \quad \rho = \rho_1(1-m) + \rho_2 m, \quad \gamma_{11} = (\rho_{11} + ib/\omega) / \rho,$$

$$\gamma_{12} = (\rho_{12} - ib/\omega) / \rho, \quad \gamma_{22} = (\rho_{22} + ib/\omega) / \rho,$$

$\rho_1$  и  $\rho_2$  – соответственно плотности твердой и жидкой фаз,

$$\zeta_i^2 = \xi_i^2 \chi^2, \quad i = 1, 2, \quad \rho_{11} = (1-m)\rho_1 - \rho_{12}, \quad \rho_{22} = m\rho_2 - \rho_{12}, \quad \zeta_3^2 = \rho_{11}\omega^2 a^2 / \mu.$$

Величины  $\xi_i$  определяются как корни уравнения:

$$\xi_i^2 (q_{12}^2 - q_{11}q_{22}) + \xi_i (\gamma_{11}q_{22} + \gamma_{22}q_{11} - 2\gamma_{12}q_{12}) + \gamma_{12}^2 - \gamma_{11}\gamma_{22} = 0. \quad (3.1)$$

Движение среды определяется амплитудными функциями смещения  $u = (u_R, u_Z)$  точек упругого скелета и  $v = (v_R, v_Z)$  – вектором смещения точек жидкости (заполнителя). Используем представления типа Гельмгольца полей смещения через волновые потенциалы:

$$u = \nabla a + \nabla \times a_1, \quad v = \nabla c + \nabla \times c_1. \quad (3.2)$$

В случае осевой симметрии векторные потенциалы можно представить в виде:

$$a_1 = a_1 e_\varphi, \quad c_1 = c_1 e_\varphi, \quad (3.3)$$

где  $a = \Lambda_1 + \Lambda_2$ ,  $c = m_1\Lambda_1 + m_2\Lambda_2$ ,

$$a_1 = \frac{\omega^2 \rho_{22} + i\omega b}{i\omega b - \omega^2 \rho_{12}} c_1. \quad (3.4)$$

Потенциалы  $\Lambda_1$ ,  $\Lambda_2$ ,  $a_1$  удовлетворяют уравнениям:

$$\Delta \Lambda_i + \zeta_i^2 \Lambda_i = 0, \quad i = 1, 2, \quad \Delta a_1 + \frac{\rho_{11}\omega^2 + i\omega b}{\mu} a_1 = 0. \quad (3.5)$$

Напряжения и деформации связаны следующими соотношениями:

$$S = Q\theta + R\varepsilon; \quad \theta = \nabla \cdot u; \quad \varepsilon = \nabla \cdot v. \quad (3.6)$$

Здесь  $S$  – сила, действующая на жидкость;  $p_0 = -S/m$  – давление в жидкости;  $\sigma_{ik} = \lambda\theta\delta_{ik} + 2\mu\varepsilon_{ik} + Q\varepsilon\delta_{ik}$  – компоненты тензора напряжений;  $\varepsilon_{ik}$  – компоненты тензора деформаций.

Полные напряжения определяются соотношениями:

$$\Gamma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \nabla \cdot u + 2\mu \varepsilon_{ij} + Q \nabla \cdot (u + v) \delta_{ij} + R \nabla \cdot v \delta_{ij} = \sigma_{ij} + S \delta_{ij}. \quad (3.7)$$

В общем случае на свободной границе задаем условие отсутствия напряжения  $S = 0$ ,  $\sigma_{mn} = 0$ ,  $\tau_{ns} = 0$ . В области контакта  $z = 0$ ,  $R \leq a$  заданы следующие граничные условия:

$$\{\sigma_z, \tau_{RZ}, S\} = H\{q, \tau, t\} = HX \quad (3.8)$$

В пространстве преобразований Ханкеля [22] по радиальной координате получаем:

$$\tilde{u}_R = -u \sum_{k=1}^2 C_k e^{\sigma_k z} - \sigma_3 C_3 e^{\sigma_3 z}; \quad \tilde{u}_Z = \sum_{k=1}^2 C_k \sigma_k e^{\sigma_k z} + u C_3, \quad (3.9)$$

$$\sigma_i = \sqrt{u^2 - \zeta_i^2}, \quad i = 1, 2, 3.$$

Здесь и далее символ  $\sim$  обозначает преобразование Ханкеля от соответствующей функции по радиальной координате;  $u$  – параметр преобразования. Величины  $C_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  определяются из решения уравнения (3.1).

Компоненты вектора  $\tilde{v}$  могут быть определены из соответствующих компонент вектора  $\tilde{u}$  соответственно заменами  $C_k$  на  $m_k C_k$  и  $C_3$  на  $C_3 \frac{i\omega b - \omega^2 \rho_{12}}{i\omega b + \omega^2 \rho_{22}}$ .

Для нахождения значений неопределенных констант  $C_1, C_2, C_3$  получаем из граничных условий (3.8) в преобразованиях Ханкеля по радиальной координате следующие уравнения:

$$\tilde{q} = \sum_{k=1}^2 \left[ 2u^2 q_{33} - \zeta_k^2 (q_{11} + m_k q_{12}) \right] C_k + 2u q_{33} \sigma_3 C_3, \quad (3.10)$$

$$\tilde{\tau} = -q_{33} \left[ \sum_{k=1}^2 2u \sigma_k C_k + (\sigma_3^2 + u^2) C_3 \right]; \quad \tilde{t} = -\sum_{k=1}^2 C_k \zeta_k^2 (q_{12} + m_k q_{22})$$

Разрешая систему в общем случае, получаем следующие представления для постоянных  $C_1, C_2, C_3$ :

$$C_j = \frac{\Delta_{j1} \tilde{q} + \Delta_{j2} \tilde{\tau} + \Delta_{j3} \tilde{t}}{\Delta}, \quad j = 1, 2, 3. \quad (3.11)$$

Здесь введены обозначения:

$$\begin{aligned} f_{1j} &= 2u^2 q_{33} - \zeta_j^2 (q_{11} + m_j q_{12}), & f_{13} &= 2u q_{33} \sigma_3, \\ f_{2j} &= -2u \sigma_j q_{33}, & f_{23} &= -q_{33} (\sigma_2^2 + u^2), \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$f_{3j} = -\zeta_j^2 (q_{12} + m_j q_{22}), \quad f_{33} = 0, \quad j = 1, 2,$$

$$\Delta = f_{21} f_{32} f_{13} + f_{12} f_{23} f_{31} - f_{31} f_{22} f_{13} - f_{11} f_{23} f_{32},$$

$$\Delta_{11} = -f_{32} f_{23}, \quad \Delta_{12} = f_{32} f_{13}, \quad \Delta_{13} = f_{12} f_{23} - f_{22} f_{13},$$

$$\Delta_{21} = f_{31} f_{23}, \quad \Delta_{22} = -f_{31} f_{13}, \quad \Delta_{23} = f_{21} f_{13} - f_{11} f_{23},$$

$$\Delta_{31} = f_{21} f_{32} - f_{22} f_{31}, \quad \Delta_{32} = f_{31} f_{12} - f_{11} f_{32}, \quad \Delta_{33} = f_{11} f_{22} - f_{21} f_{22}.$$

Подставляя полученные выражения для  $\tilde{q}$ ,  $\tilde{\tau}$ ,  $\tilde{t}$  в представления преобразований Ханкеля амплитудных функций смещения гетерогенной среды (3.9) и обращая их, получим интегральные представления решения краевой задачи о колебаниях гетерогенного полупространства при заданных на его поверхности системах осциллирующих усилий (3.8) в виде:

$$u_R = \int_0^{\infty} \tilde{u}_R J_1(uR) u du, \quad u_Z = \int_0^{\infty} \tilde{u}_Z J_0(uR) u du. \quad (3.13)$$

Функции  $\tilde{u}_R, \tilde{u}_Z, C_j$  ( $j=1,2,3$ ) определены соотношениями (3.9), (3.11).

Соотношения (3.9), (3.11) могут быть использованы в случае, когда выполняются расчеты волновых полей при заданных на дневной поверхности системах осциллирующих усилий. В случае же, когда на дневную поверхность действует жесткий штамп, закон распределения контактных напряжений под ним неизвестен. Для его определения требуется решить соответствующее интегральное уравнение, полученное в работах [9, 13]:

$$\tilde{u} = f(R) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{\zeta_3^2 \tilde{q}(u)}{\zeta_3^2 \Delta} k_{11}(u) J_0(uR) u du. \quad (3.14)$$

Уравнение (3.14) описывает волновые поля в гетерогенном полупространстве при воздействии осциллирующих усилий. Это могут быть ветровые нагрузки или резкие изменения атмосферного давления. В случае, когда на поверхность среды действует жесткий штамп, указанные соотношения трансформируются в систему интегральных уравнений, из которой определяются контактные напряжения под штампом.

Сложность реальных геофизических структур создает определенные трудности для адекватного описания и моделирования геофизических процессов. Прежде всего такая ситуация типична для многофазных сред, к которым относятся пористые среды, насыщенные флюидом (например, смесью воды и нефти) и газом (например, воздухом, метаном и другими газами). Механико-математические модели, описывающие динамические (волновые) процессы в таких средах, весьма сложны. Поэтому наиболее подробно исследован случай полного насыщения всех пор жидкостью [23]. Присутствие газа в поровой

жидкости анализировалось только для тех ситуаций, когда занимаемый этим газом объем крайне мал по сравнению с объемом поровой жидкости.

Случай частичного насыщения пор влагой, когда объем оставшегося в порах газа (воздуха) сравним или превышает объем поровой жидкости (воды), оказался вне поля зрения исследователей. Здесь основную роль будет играть сжимаемость газа, а жидкость будет выполнять роль своеобразного поршня, сжимающего воздушные полости. Такой механизм характерен для резонаторов. Именно поэтому естественно говорить о резонансных свойствах частично насыщенной пористой среды по отношению к сейсмическому воздействию, о добротности того или иного объема такой среды и т.д. Резонансные свойства частично насыщенных пористых сред могут играть существенную роль в акустической, гидроакустической и вибрационной сейсморазведке, в задачах генерации различных типов сейсмических волн. В подтверждение сказанного остановимся на результатах экспериментов с мощными сейсмическими вибраторами. Эксперименты были проведены на полигоне ИФЗ РАН, расположенном в окрестности г. Узнож [8, 24].

При изучении низкочастотных составляющих волновых полей в ближней зоне действия вибратора в качестве воспринимающего элемента применялся датчик деформаций – широкополосный полевой деформометр с оптоэлектронным преобразователем смещений и длиной измерительной базы 2 м (ОД-2), установленный вблизи дневной поверхности в термостабилизированной траншее. Сигналы с двух информационно-измерительных каналов деформометра: статического (разрешение  $2 \cdot 10^{-10}$  м, полоса регистрации 0 - 20 Гц) и динамического (разрешение  $2 \cdot 10^{-11}$  м, полоса регистрации 0,1 - 100 Гц) поступали на вход АЦП, подключенного к компьютеру.

С целью уточнения тонкой структуры геофизического поля, которое возникает при интенсивном вибровоздействии на поверхность в нижнем полупространстве и оценки динамики релаксационных процессов после прекращения вибрационного воздействия, был поставлен специальный эксперимент. Во время эксперимента вибратор СВ-10/100 непрерывно работал в течение двух часов, излучая энергию в диапазоне частот 15-25 Гц при максимальном усилии на излучающем штампе.

Траншея с установленным в ней деформометром располагалась в 40 м от вибратора. После выключения вибратора регистрация продолжалась в течение нескольких временных интервалов.

На рис. 7 представлен наблюдаемый в ближнем деформационном поле низкочастотный сейсмический процесс после двухчасовой непрерывной работы вибратора.

В результате проведенных исследований экспериментально установлено, что при работе вибратора в его ближней зоне возникают мощные геодинамические и геоакустические поля, которые оказывают активное воздействие на флюидонасыщенную среду в нижнем полупространстве. После интенсивного двухчасового вибровоздействия время затухания сейсмического процесса составило здесь порядка 16 ч (начальная амплитуда соответствовала  $10 \cdot 10^{-6}$  отн. ед., а начальный период достигал 5 ч).

Проведенный эксперимент позволил уточнить характер и структуру наведенных геофизических процессов в ближней зоне, которые возникают в результате трансформации, накопления и излучения волновой энергии распределенными резонансными структурами.

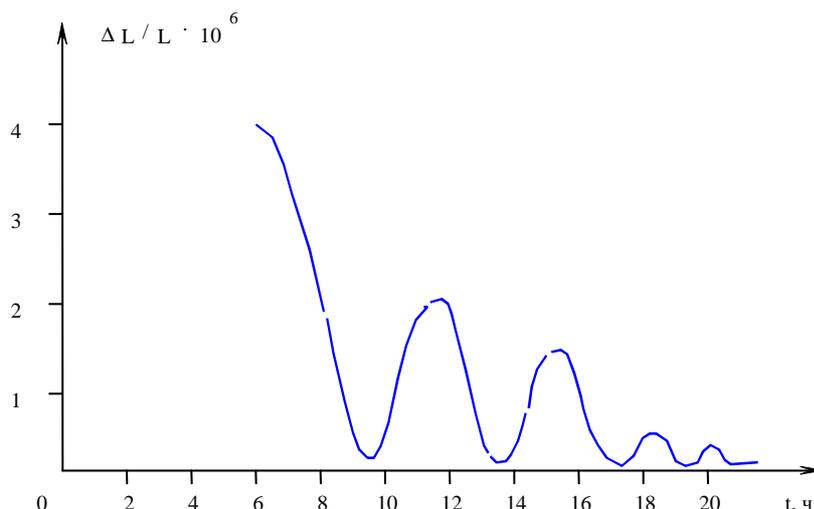


Рис. 7- Временной ход крайне низкочастотной составляющей сейсмического возмущения

Открытое геофизическое явление ассоциируется с таким понятием, как "память Земли" [24]. Это явление может обуславливаться любыми распределенными в нижнем полупространстве резонансными структурами естественного или искусственного происхождения, которые способны накапливать энергию и затем переизлучать ее в окружающее пространство [8, 9]. Вопрос состоит только в том, какие волновые процессы при этом будут являться определяющими.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ) (гранты №№ 05-05-64154-а, 06-05-64048-а, 06-05-79024-к), Фонда содействия отечественной науке (<http://www.science-support.ru>) и программы №16 фундаментальных исследований Президиума РАН «Изменение окружающей среды и климата: Природные катастрофы», проекты: №№ 1.4, 2.7 и 7.5.

## Литература

1. Селезнев М.Г., Собисевич А.Л. Современные методы механико-математического моделирования геофизической среды. Монография. ГНТП "Глобальные изменения природной среды и климата". - М.: МФ ГНИЦ ПГК, 1996. - 140 с.
2. Бабешко В.А, Селезнев М.Г. и др. Об одном методе исследования установившихся колебаний упругого полупространства, содержащего сферическую или горизонтальную цилиндрическую полость// ПММ.1983.Т.47.В.1.- С.115-121.
3. Бабешко В.А., Ворович И.И., Селезнев М.Г. Вибрация штампа на двухслойном основании //ПММ.1977.Т.41 Вып. 1.- С.166-173.
4. Biot M.A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. Part I. Low-frequency range // J. Acoust. Soc. Amer. 1956. Vol. 28. P. 168–178.
5. Biot M.A. Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media. // J. Appl. Phys., 1962. Vol. 33, No. 4. P. 54–72.
6. Николаевский В.Н., Басниев К.С., Горбунов А.Т., Зотов Г.А. Механика насыщенных пористых сред. М.: Изд. «Недра». - 1970. - 336 с.

7. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. - М.: Наука. - 1957. - 502 с.
8. Собисевич А.Л. Мониторинг слоистых неоднородных сред. Монография. - М.: ОИФЗ РАН, 2001. - 354 с.
9. Собисевич Л.Е., Собисевич А.Л. Волновые процессы и резонансы в геофизике. Монография. - М.: ОИФЗ РАН, - 2001. - 297 с.
10. Лурье А.И. Пространственные задачи теории упругости. - М.: Гостехиздат, 1955. - 491 с.
11. Рекач В.Г. Руководство к решению задач теории упругости. - М.: Высшая шк., 1977. - 215 с.
12. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. - М.: Наука, 1972. 520 с.
13. Ляпин А.А., Селезнев М.Г., Собисевич Л.Е., Собисевич А.Л. Механико-математические модели в задачах активной сейсмологии / Под ред. акад. Н.П. Лаверова. М.: Московский филиал ГНИЦ ПГК Минобразования России, 1999. - 299 с.
14. Федорюк М.В. Метод перевала. - М.: Наука, 1977. - 186 с.
15. Алексеев А.С., Глинский Б.М., Ковалевский В.В., Пушной Б.М. Принципы создания вибросейсмических источников для глобальной томографии Земли // Развитие методов и средств экспериментальной геофизики. Сборник научных трудов. Вып. 2. - М.: ОИФЗ РАН, 1996. - С. 149 – 155.
16. Введенская А.В. Сейсמודинамика. -М.: Наука, 1984. -144 с.
17. Адушкин В.В., Спивак А.А. Диагностика локальных участков земной коры на основе данных релаксационного контроля //Физические процессы в геосферах при сильных возмущениях: геофизика сильных возмущений. - М.: Наука, 1994. - С. 78-106.
18. Родионов В.Н. О формировании разломов в земной коре // Физические процессы в геосферах при сильных возмущениях: геофизика сильных возмущений. - М.: Наука, 1994. - 335 с.
19. Иванов Е.А., Куликов В.И. Сейсмическое действие крупномасштабного взрыва накладного заряда химического ВВ // Прикладные задачи аэромеханики и геокосмической физики. - М.: МФТИ, 1992. - С. 123 – 126.
20. Зазовский А.Ф. О напряженном состоянии пористого насыщенного жидкостью полупространства под действием внешнего распределенного давления // Изв. АН СССР. МТТ, 1983. № 2. - С. 172–178.
21. Саатов Я.У., Гафурбаева С.М. Взаимодействие штампа с водонасыщенным основанием // Докл. АН УзССР. Т.10. 1980. - С. 12 – 14.
22. Уфлянд Я.С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости. - М.: Наука, 1967. - 420 с.
23. Николаевский В.Н., Вильчинская Н.А., Лисин В.П. Океанология. 1985. Т. 25. № 4. С. 656 – 663.
24. Собисевич А.Л. Математические модели активного мониторинга геофизической среды // Развитие методов и средств экспериментальной геофизики. Сборник научных трудов. - М.: ОИФЗ РАН. Вып. 2. - 1996. - С. 116 – 130.