УДК 551.463

ПОВЫШЕНИЕ ДОСТОВЕРНОСТИ ОБНАРУЖЕНИЯ БИМОДАЛЬНОЙ ОКЕАНИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ ЭХОЛОТОМ

© О.С. Голод, А.И. Гончар, Ю.А. Гончар, С.И.Донченко, Л.И. Шлычек, 2006

Государственный Северо-Западный технический университет, г. Санкт-Петербург

Научно-технический центр панорамных акустических систем НАН Украины, г. Запорожье

Наведено опис методу визначення та підвищення вірогідності виявлення бімодальної океанічної структури.

Приведено описание метода определения и повышения достоверности обнаружения бимодальной океанической структуры эхолотом.

The description of determination technique and increase of reliability of bimodal ocean structure detection by echosounder is given.

Замечательным примером бимодальной океанической структуры, обусловленной взаимодействием водных масс Мирового океана с атмосферой, является термоклин, отделяющий верхний слой хорошо перемешанной воды от срединных вод океана.

Термоклин, обычно именуемый слоем скачка, является звукорассеивающим слоем из-за развитой температурной микроструктуры и скопления планктона.

Картирование среднего горизонта термоклина проводится с целью обеспечения надежной работы гидроакустических средств исследования океана, связи и телеметрии, судоходства, повышения эффективности рыбного промысла.

В последние годы наряду с традиционными контактными методами начали развиваться неконтактные (дистанционные) методы определения глубины залегания слоя скачка, ввиду их оперативности и возможности обработки большого объёма информации.

Известен [1] метод определения глубины термоклина эхолотом по возрастанию интенсивности реверберации от термоклина на 5÷10 дБ по сравнению с интенсивностью реверберации от слоя перемешивания.

Согласно общепринятой модели океанской реверберации [2], реверберационный сигнал формируется в результате однократного рассеяния первичной волны в эффективно рассеивающем объёме на мелкомасштабных случайных неоднородностях среды, вертикальные размеры которых меньше длины волны высокочастотного заполнения тонального импульса эхолота.

С целью оценки влияния крупномасштабных неоднородностей на параметры сигнала объёмной реверберации представим рассеянное звуковое поле P_S приближением Рытова [3]

$$P_S = P_1 \times e^{\Psi},$$

где $P_1 = 2\int G_0(\vec{R},\vec{R}')k^2(\vec{R}')\mu(\vec{R}')P_0(\vec{R}')d^3\vec{R}'$ - рассеянное звуковое поле в приближении однократного рассеяния,

$G_0(\vec{R},\vec{R}')$ - функция Грина уравнения Гельмгольца $\Delta P_0 + k^2(\vec{R})P_0 = 0$, которому удовлетворяет первичное поле P_0,

$k=2\pi f/c$ – волновое число,

f – частота заполнения тонального импульса,

$c=c(\vec{R})$ - локальная скорость звука,

$\vec{R}=(x,y,t)$,

$\mu=\delta c/c$ – относительные флюктуации скорости звука.

Многократное рассеяние учитывается функцией

$$\Psi = 2P_1^{-1}(\vec{R})\int G_0(\vec{R},\vec{R}')k^2(\vec{R}')\mu(\vec{R}')P_1(\vec{R}')d^3\vec{R}'.$$

Усредняя по реализациям случайного поля $\mu(\vec{R})$ комплексную фазу ln P_S и выделяя мнимую часть, получим для средней фазы $<\phi>$ рассеянного поля P_S формулу

$$<\phi> = \mathrm{Im} <\ln P_1> + \mathrm{Im} <\Psi>. \tag{1}$$

Применяя интегральные представления

$$\ell n\, P_1 = \int_0^\infty \left(e^{i\alpha} - e^{i\alpha P_1}\right)\alpha^{-1} d\alpha,$$

$$P_1^{-1} = i^{-1}\int_0^\infty e^{i\alpha P_1} d\alpha,$$

вычислим статистические средние в выражении (1) в предположении, что $\mu(\vec{R})$ случайное гауссово поле с нулевым средним значением $<\mu>=0$, по методике работы [4].

В результате получим

$$\varphi_1 = \mathrm{Im} < \ell n\, P_1 > = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}\arg\Gamma(\vec{R}), \tag{2}$$

$$\begin{aligned}\varphi_2 = Im<\Psi> = \left(\frac{2\pi}{|\Gamma|}\right)^{1/2}\left(Im U\cos\frac{\Theta}{2} - \mathrm{Re} U\sin\frac{\Theta}{2}\right) - \\ -(2\pi)^{1/2}|\Gamma|^{-3/2}\times\left(Im W\cos\frac{3}{2}\Theta - \mathrm{Re} W\sin\frac{3}{2}\Theta\right),\end{aligned} \tag{3}$$

где

$$\Gamma(\vec{R}) = \int\int_{-\infty}^{\infty} \vartheta(\vec{R},\vec{R}_1)\vartheta(\vec{R},\vec{R}_2)B(\vec{R}_1,\vec{R}_2)d^3\vec{R}_1 d^3\vec{R}_2, \tag{4}$$

$$U\left(\vec{R}\right)=\int\int_{-\infty}^{\infty}\vartheta\left(\vec{R},\vec{R}_1\right)P_0^{-1}\left(\vec{R}_1\right)\vartheta\left(\vec{R}_1,\vec{R}_2\right)B\left(\vec{R}_1,\vec{R}_2\right)d^3\vec{R}_1 d^3\vec{R}_2, \tag{5}$$

$$\Theta=\arg\Gamma\left(\vec{R}\right),$$

$$\begin{gathered}W\left(\vec{R}\right)=\int\int_{-\infty}^{\infty}\vartheta\left(\vec{R},\vec{R}_1\right)P_0^{-1}\left(\vec{R}_1\right)\vartheta\left(\vec{R}_1,\vec{R}_2\right)\vartheta\left(\vec{R}_1,\vec{R}_3\right)\times\\ \times B\left(\vec{R}_1,\vec{R}_2\right)\vartheta\left(\vec{R}_3,\vec{R}_4\right)B\left(\vec{R}_3,\vec{R}_4\right)d^3\vec{R}_1 d^3\vec{R}_2 d^3\vec{R}_3 d^3\vec{R}_4,\end{gathered} \tag{6}$$

$$\vartheta\left(\vec{R},\vec{R}'\right)=G_0\left(\vec{R},\vec{R}'\right)k^2\left(\vec{R}'\right)P_0\left(\vec{R}'\right)M\left(\vec{R}'\right), \tag{7}$$

$$B\left(\vec{R}_1,\vec{R}_2\right)=<\mu\left(\vec{R}_1\right)\mu\left(\vec{R}_2\right)>. \tag{8}$$

Конечность эффективно рассеивающего объёма учитывается обрезающей функцией

$$M(\vec{R})=\begin{cases}\text{внутри } V,\\ \text{вне } V.\end{cases}$$

Подставим интегральные представления

$$P_0\left(\vec{r},z\right)=(2\pi)^{-2}\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{P}_0\left(\vec{x},z\right)e^{i\vec{x}\vec{r}}d^2\vec{x},$$

$$G_0\left(\vec{r},z;\,\vec{r}',z'\right)=(2\pi)^{-2}\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{G}_0\left(\vec{x};\,z,z'\right)e^{i\vec{x}\left(\vec{r}-\vec{r}'\right)}d^2\vec{x},$$

где $\vec{x}=\left(x_x,x_y\right)$, $\vec{r}=(x,y)$,

в формулу (4) и получим следующий результат

$$\begin{gathered}\Gamma\left(\vec{r},z\right)=(2\pi)^{-8}\iint dz_1 dz_2\iint d^2\vec{r}_1 d^2\vec{r}_2 k^2\left(\vec{r}_1,z_1\right)k^2\left(\vec{r}_2,z_2\right)M\left(\vec{r}_1,z_1\right)M\left(\vec{r}_2,z_2\right)\times\\ \times B\left(\vec{r}_1-\vec{r}_2,z_1-z_2;\frac{z_1+z_2}{2}\right)\int\int\int\int d^2\vec{x}d^2\vec{x}_1 d^2\vec{x}_2 d^2\vec{x}_3\tilde{G}_0\left(\vec{x};z,z_1\right)\tilde{P}_0\left(\vec{x}_1,z_1\right)\times\\ \times\tilde{G}_0\left(\vec{x}_2;z_1,z_2\right)\tilde{P}_0\left(\vec{x}_3,z_2\right)\exp\left\{i\left[\left(\vec{x}+\vec{x}_2\right)\vec{r}-\left(\vec{x}-\vec{x}_1\right)\vec{r}_1-\left(\vec{x}_2-\vec{x}_3\right)\vec{r}_2\right]\right\},\end{gathered}$$

который с помощью новых переменных интегрирования

$$\eta = z_1 - z_2, \quad \bar{z} = \frac{1}{2}(z_1 + z_2), \quad \vec{\rho} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2, \quad \vec{s} = \frac{1}{2}(\vec{r}_1 + \vec{r}_2),$$

$$\vec{q}_1 = \vec{x} - \vec{x}_1, \quad \vec{Q}_1 = \frac{1}{2}(\vec{x} + \vec{x}_1), \quad \vec{q}_2 = \vec{x}_2 - \vec{x}_3, \quad \vec{Q}_2 = \frac{1}{2}(\vec{x}_2 + \vec{x}_3),$$

преобразуем к виду

$$\begin{aligned}
\Gamma(\vec{r},z) = (2\pi)^{-2} \iint d\bar{z} d\eta \iint d^2\vec{s} d^2\vec{\rho} \int\int\int\int d^2\vec{Q}_1 d^2\vec{Q}_2 d^2\vec{q}_1 d^2\vec{q}_2 B(\vec{\rho},\eta,\bar{z}) \times \\
\times k^2\left(\vec{s}+\frac{1}{2}\vec{\rho},\bar{z}+\frac{1}{2}\eta\right) \times k^2\left(\vec{s}-\frac{1}{2}\vec{\rho},\bar{z}-\frac{1}{2}\eta\right) \times M\left(\vec{s}+\frac{1}{2}\vec{\rho},\bar{z}+\frac{1}{2}\eta\right) \times \\
\times M\left(\vec{s}-\frac{1}{2}\vec{\rho},\bar{z}-\frac{1}{2}\eta\right) \tilde{G}_0\left(\vec{Q}_1+\frac{1}{2}\vec{q}_1;z,\bar{z}+\frac{1}{2}\eta\right) \times \\
\times \tilde{P}_0\left(\vec{Q}_1-\frac{1}{2}\vec{q}_1,\bar{z}+\frac{1}{2}\eta\right) \tilde{G}_0\left(\vec{Q}_2+\frac{1}{2}\vec{q}_2;z,\bar{z}-\frac{1}{2}\eta\right) \tilde{P}_0\left(\vec{Q}_2-\frac{1}{2}\vec{q}_2,\bar{z}-\frac{1}{2}\eta\right) \times \\
\times \exp\left\{ i\left[\left(\vec{Q}_1+\vec{Q}_2+\frac{\vec{q}_1+\vec{q}_2}{2}\right)\times\vec{r}-(\vec{q}_1+\vec{q}_2)\times\vec{s}-\frac{1}{2}(\vec{q}_1-\vec{q}_2)\times\vec{r}\right]\right\}.
\end{aligned} \tag{9}$$

Если поле k^2 неизменно не только в горизонтальных пределах озвученной области, но и в пределах одной случайной неоднородности, а точка наблюдения отстоит от точки рассеяния на лучевом расстоянии L значительно большем, чем средний горизонтальный размер случайных неоднородностей $\ell_н$, то

$$k^2\left(\vec{s}+\frac{1}{2}\vec{\rho},\bar{z}+\frac{1}{2}\eta\right) k^2\left(\vec{s}-\frac{1}{2}\vec{\rho},\bar{z}+\frac{1}{2}\eta\right) \cong k^4(\bar{z}), \tag{10}$$

$$M\left(\vec{s}+\frac{1}{2}\vec{\rho},\bar{z}+\frac{1}{2}\eta\right) M\left(\vec{s}-\frac{1}{2}\vec{\rho},\bar{z}-\frac{1}{2}\eta\right) \cong M^2(\vec{s},\bar{z}) = M(\vec{s},\bar{z}). \tag{11}$$

Допускаемая при замене (11) ошибка порядка [5] $\ell_н/L \ll 1$.

Из эксперимента [1] известно, что для анизотропных случайных неоднородностей поля скорости звука

$$B(\vec{\rho},\eta,\bar{z}) = <\mu^2(\bar{z})> \exp\left(-\frac{|\rho_x|+|\rho_y|}{\ell_Н}-\frac{\eta}{\ell_v}\right), \tag{12}$$

где $\ell_н$, ℓ_v – соответственно горизонтальный и вертикальный масштабы корреляции неоднородностей, которые вообще зависят от глубины.

Соотношения (10) – (12), если горизонтальные размеры рассеивающего объёма значительно превосходят длину высокочастотного заполнения зондирующего импульса, а неоднородности в горизонтальном направлении крупномасштабны, позволяют значительно упростить выражение (9) и получить

$$\Gamma(\vec{r},z)=2\int k^4(\bar{z})\ell_V(\bar{z})<\mu^2(\bar{z})>j^2(\vec{r};z,\bar{z})dz, \tag{13}$$

где

$$j(\vec{r};z,\bar{z})=\int e^{i\vec{x}\vec{r}}\tilde{G}_0(\vec{x};z,\bar{z})\tilde{P}_0(\vec{x},\bar{z})\frac{d^2\vec{x}}{(2\pi)^2}. \tag{14}$$

При вертикальном зондировании импульсом с квазиплоскими фронтами интегрирование в (13) проводится по толщине эффективно рассеивающего объёма.

Функция $\tilde{G}_0(\vec{x};z,\bar{z})$ строится обычным образом

$$\tilde{G}_0(\vec{x};z,\bar{z})=\frac{1}{\Delta(\bar{z})}\Psi_1(\vec{x},z_>)\Psi(\vec{x},z_<),$$

где Ψ_1 и Ψ_2 - два линейно независимых решения однородного уравнения

$$\frac{d^2\Psi}{dz^2}+\left[k^2(z)-x^2\right]\times\Psi=0, \tag{15}$$

$$\Delta(\bar{z})=\frac{d\Psi_1}{dz}\Psi_2-\Psi_1\frac{d\Psi_2}{dz}\bigg|_{z=\bar{z}},$$

$$z_>=\max(z,\bar{z}),\quad z_<=\min(z,\bar{z}).$$

В качестве независимых решений уравнения (15) возьмём решения в приближении Винера-Колмогорова-Боголюбова

$$\Psi_1=\left[\frac{2\pi f\rho(z)}{q(t)}\right]^{1/2}\exp\left(i\int_{z_0}^{z}qdz\right),$$

$$\Psi_2=\left[\frac{2\pi f\rho(z)}{q(t)}\right]^{1/2}\exp\left(-i\int_{z_0}^{z}qdz\right).$$

Здесь и ниже ρ(z) – средняя плотность морской воды,

$$q(z)=\left[k_0^2 n^2(z)-x^2\right]^{1/2}, \quad k_0=\frac{2\pi f}{c_0},$$

где $n=c_0/c$ – показатель преломления,

c_0 – средняя скорость звука на уровне $\mathbf{z_0}$ источника звука.

Тогда

$$\tilde{G}_0(\vec{x};z,\bar{z})=\frac{\left[r(z)\big/r(\bar{z})\right]^{1/2}}{2i\sqrt{q(z)q(\bar{z})}}\exp\left(i\int_{z_<}^{z_>}q\,dz\right). \tag{16}$$

Полагая точечный источник звука расположенным в точке $(0,0,Z_0)$ определим функцию $\tilde{P}_0(\vec{x},z)$ выражением

$$\tilde{P}_0(\vec{x},z)=iA_1D(\vec{x})\frac{\left[\rho(z)\big/\rho(z_0)\right]^{1/2}}{2\sqrt{q(z)q(z_0)}}\exp\left(i\int_{z_0}^{z}q\,dz\right), \tag{17}$$

где A_1 – постоянная, численно равная амплитуде звукового давления на единичном расстоянии от точечного источника в направлении главного максимума диаграммы направленности $D(\vec{x})$.

Подставляя (16) и (17) в (14) и вводя переменную $\vec{\zeta}=\dfrac{\vec{x}}{k_0}$ в полярной системе координат, получим

$$\begin{gathered} j(\vec{r};z,\bar{z})=\frac{A_1}{16\,\pi^2}\left[\frac{\rho(z)}{\rho(z_0)}\right]^{1/2}\int_0^{2\pi}\int_0^{\infty}\frac{\zeta\, D(k_0,\zeta,\alpha)}{\left[n^2(\bar{z})-\zeta^2\right]^{1/2}\left[n^2(z)-\zeta^2\right]^{1/4}\left(1-\zeta^2\right)^{1/4}}\times \\ \times\exp\left\{ik_0\left[\left(\int_{z_0}^{z}+2\Theta(\bar{z}-z)\int_{z}^{\bar{z}}\right)\left(n^2(z)-\zeta^2\right)^{1/2}dz+\zeta r\cos\alpha\right]\right\}d\zeta\, d\alpha, \end{gathered} \tag{18}$$

где α - угол между векторами $\vec{\zeta}$ и $\vec{r}$, а $\Theta(\bar{z}-z)=\begin{cases}1 \text{ при } \bar{z}>z\\ 0 \text{ при } \bar{z}<z\end{cases}$.

Интеграл (18) легко оценить с помощью двумерного метода стационарной фазы. При вертикальном зондировании основной вклад в интеграл, равный

$$j(\vec{r};z,\bar{z})=\frac{A_1D_0}{8\pi i k_0}\frac{\left[\rho(z)\big/\rho(z_0)\right]^{1/2}}{\left[n(z)\right]^{1/2}n(\bar{z})\left|\left(\int\limits_{z_0}^{z}+2\Theta(\bar{z}-z)\int\limits_{z}^{\bar{z}}\right)n^{-1}dz\right|}\times$$
$$\times\exp\left[ik_0\left(\int\limits_{z_0}^{z}+2\Theta(\bar{z}-z)\int\limits_{z}^{\bar{z}}\right)ndz\right], \tag{19}$$

дает стационарная точка (0, 0). Здесь $D_0=D(0,0)$ – значение диаграммы направленности по вертикали.

Подставляя (19) в (13) в случае обратного рассеяния, когда $z=z_0$, получим

$$\Gamma_0=\Gamma(0,z_0)=-\frac{A_1^2D_0^2k_0^2}{128\,\pi^2}\int\limits_{z_1}^{z_2}n^2(\bar{z})\ell_v(\bar{z})<\mu^2(\bar{z})>\left(\int\limits_{z_0}^{\bar{z}}n^{-1}dz\right)^{-2}\times$$
$$\times\exp\left(4ik_0\int\limits_{z_0}^{\bar{z}}ndz\right)d\bar{z}, \tag{20}$$

где z_1 и z_2 соответственно уровни верхней и нижней границы эффективно рассеивающего объёма.

Согласно формулам (1), (2), (20), основной вклад в среднюю фазу реверберационного сигнала даётся выражением

$$\varphi_1=Im<\ln P_1>=\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{\int\limits_{z_1}^{z_2}n^2(\bar{z})\ell_v(\bar{z})<\mu^2(\bar{z})>\left(\int\limits_{z_0}^{\bar{z}}n^{-1}dz\right)^{-2}\sin\left(4k_0\int\limits_{z_0}^{\bar{z}}ndz\right)d\bar{z}}{\int\limits_{z_1}^{z_2}n^2(\bar{z})\ell_v(\bar{z})<\mu^2(\bar{z})>\left(\int\limits_{z_0}^{\bar{z}}n^{-1}dz\right)^{-2}\cos\left(4k_0\int\limits_{z_0}^{\bar{z}}ndz\right)d\bar{z}}. \tag{21}$$

Для бесконечно тонкого рассеивающего объёма из формулы (21) следует геометрооптический набег фазы

$$\varphi_1=2k_0\int\limits_{z_0}^{\bar{z}}ndz.$$

Выясним условия, при которых вторым слагаемым (1) можно пренебречь.

Непосредственно из (3) имеем

$$|\varphi_2|=|\mathrm{Im}<\psi>|\le\frac{2(2\pi)^{1/2}}{|\Gamma|^{1/2}}\left(|U|+\left|\frac{W}{\Gamma}\right|\right). \tag{22}$$

Оценки правой части неравенства (22) по формулам (5) – (8), (20), которые ввиду громоздкости не приводим, показали, что

$$|\varphi_2| \approx k_0 n \left(\ell_v <\mu^2> \Delta H\right)^{1/2}, \qquad (23)$$

где ΔH - толщина эффективно рассеивающего объёма.

Определяя $k_0=2\pi f/c_0$ и полагая $n=1$, $\Delta H=5c_0/f$, при $c_0=1500$ м/с, $\ell_v=0{,}1$ м, $<\mu^2>=16\cdot 10^{-8}$, что характерно для перемешанного слоя, из (1), (3) для интервала частот $f=(8\div 400)$ кГц получим $|\varphi_2|\sim(0{,}4\div 3)\cdot 10^{-2}$. Для слоя скачка $\ell_v=0{,}45$ м, $<\mu^2>=16\cdot 10^{-6}$ и $|\varphi_2|\sim(0.9\div 6)\cdot 10^{-1}$.

Таким образом, для высокочастотных эхолотов вклад многократного рассеяния в слое скачка в формирование средней фазы, которое приводит к её размыванию за счёт высокочастотных дрожаний, что видно из (3), нужно учитывать.

Для выяснения физических предпосылок возможности обнаружения термоклина за счет обработки фазовой информации сигнала объёмной реверберации, вынесем в (20) среднее значение множителя, зависящего от расстояния, за знак интеграла, а интеграл вычислим по частям.

В результате найдем

$$\Gamma_0 = -\frac{A_1^2 D_0^2 k_0}{512\, i\pi^2}\left(\int_{z_0}^{\zeta} n^{-1} dz\right)^{-2}\left(M(z_2)e^{4ik_0\int_{z_0}^{z_2} ndz} - M(z_1)e^{4ik_0\int_{z_0}^{z_1} ndz}\right) + O\left(k_0^{-1}\right),$$

где $z_1<\zeta<z_2$, $M(z)=n(z)\ell_v(z)<\mu^2(z)>$ - функция структуры слоистой морской среды со случайными неоднородностями.

Согласно соотношению (2)

$$j_1 = 2k_0\int_{z_0}^{z_1} ndz + \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{M(z_1) - M(z_2)\cos(4k_0\int_{z_1}^{z_2} ndz)}{M(z_2)\sin\left(4k_0\int_{z_1}^{z_2} ndz\right)}. \qquad (24)$$

Из формулы (24) заключаем, что физической предпосылкой обнаружения слоя скачка фазовым методом является различие статистических характеристик случайных неоднородностей в термоклине и вне его, что проявляется в зависимости функции структуры (23) от глубины. В отсутствии этой зависимости, например, в перемешанном слое

$$\varphi_1 = 2k_0\int_{z_1}^{z_2} ndz + k_0\int_{z_1}^{z_2} ndz,$$

т.е. средняя фаза реверберации равна сумме набега фаз от нижнего и верхнего уровня эффективно рассеивающего объёма. При вхождении в слой скачка средняя фаза изменится на величину

$$\Delta\varphi_1 = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{M(z_1) - M(z_2)\cos\left(4k_0\int\limits_{z_1}^{z_2} ndz\right)}{M(z_2)\sin\left(4k_0\int\limits_{z_1}^{z_2} ndz\right)} - k_0\int\limits_{z_1}^{z_2} ndz, \qquad (25)$$

если геометрооптическая толщина объёма рассеивания равна $\int\limits_{z_1}^{z_2} ndz = \frac{(2m+1)\lambda_0}{8}$, где m – целое число, а $\lambda_0 = 2\pi/\kappa_0$ – длина волны, то $\Delta\varphi_1 = -m\,\frac{\pi}{2}$.

Таким образом, обнаружение слоя скачка по изменению средней фазы реверберационного сигнала может быть весьма эффективным.

Приняв $|\Delta\varphi_1| = \frac{\pi}{2}$, найдём по данным, приведенным для слоя скачка выше, $\left|\varphi_2/\varphi_1\right|$~(6÷40) % при изменении частоты от 8 кГц до 400 кГц.

Поэтому для уменьшения потери фазовой информации следует пользоваться низкочастотными эхолотами.

Литература

1. Разработка методов неконтактного определения параметров внутренних волн и глубины залегания слоя скачка в океане: Отчет о НИР / «Океан-3», ИРЭ АН УССР. – Харьков, 1980. - 245 с.
2. Ольшевский В.В. Статистические методы в гидролокации. – Л.: Судостроение, 1983. – 280 с., ил.
3. Дашен Р., Захариасен Ф., Манк У., Уотсон К. Распространение звука во флуктуирующем океане: Пер. с англ. -М.: Мир, 1982. – 336 с., ил.
4. Кляцкин В.И. Стохастические уравнения и волны в случайно-неоднородных средах. - М.: Наука, 1980. - 336 с.
5. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.Ц. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. Случайные поля. – М.: Наука, 1973. - 464 с., ил.